

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

ОТЧЕТ  
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ  
РЕЗОНАНСНЫЕ РЕАКЦИИ С АНТИНЕЙТРИНО

Научный руководитель  
д.ф.-м.н

\_\_\_\_\_ М. И. Криворученко

Студент

\_\_\_\_\_ П. А. Скворцов

Москва 2026

# СОДЕРЖАНИЕ

<b>Введение</b>	<b>3</b>
<b>1 Наложение фильтров</b>	<b>4</b>
1.1 Отбор разрешенных переходов . . . . .	4
1.2 Добавление позитронного распада . . . . .	5
<b>2 Сечение</b>	<b>6</b>
2.1 Принцип расчета сечения . . . . .	6
2.2 Оценка числа событий . . . . .	9
2.3 Работа программы . . . . .	10
2.4 Результат работы программы . . . . .	11
<b>Заключение</b>	<b>12</b>
<b>Список литературы</b>	<b>13</b>

## ВВЕДЕНИЕ

В данной работе был усовершенствован процесс поиска резонансных реакций с антинейтрино, изложенный в 5-ом, 6-ом и 7-м семестрах. В качестве источника антинейтрино рассматривается атом, испытывающий бета-распад (элемент источника). Испущенное антинейтрино обладает определенными энергиями в результате того, что электрон не вылетает из атома, а садится на его внешнюю оболочку (в таком случае образуется два продукта распада, энергии которых определены).[4]. Антинейтрино налетает на атом, испытывающий электронный захват (элемент в детекторе) при рассеянии на нем антинейтрино. Для прохождения такой реакции необходимо, чтобы энергия реакций совпадала с учетом энергии отдачи ядра (произошел резонанс энергий). Сначала эти реакции искались вручную. В прошлых двух семестрах был написан программный комплекс RESONANCE на языке Fortan, при помощи которого искались эти самые резонансные реакции. Список резонансных пар включает около 200 состояний. Конечные состояния с возбужденными ядрами не рассматривались. В этом семестре добавлены дополнительные правила отбора по квантовым числам электронов и ядер для бета-распада в связанное состояние и вынужденного электронного захвата, а также введены ширины распада и сечения процессов в программу для численных оценок числа регистрируемых событий. Основная проблема в определении резонансных пар - точность в определении масс атомов, которая как правило не превышает 10 кэВ. В настоящее время массы атомов определяются на ловушках Пеннинга с максимальной точностью 10 эВ.

# 1. НАЛОЖЕНИЕ ФИЛЬТРОВ

## 1.1 Отбор разрешенных переходов

Вначале был добавлен отбор по изменению углового момента ядра и четности. Известно, что амплитуда реакции зависит от полного момента электрона и антинейтрино как

$$M_{EC} \sim (p_e R)^{j_e} (p_\nu R)^{j_\nu},$$

$$p_e R \sim p_\nu R \sim 40 \text{ keV } 5 \text{ fm} = \frac{40 \text{ keV} \times 5}{200 \text{ MeV}} = 10^{-3} \ll 1.$$

Из этого видно, что вероятность электронного захвата будет максимальной при минимальных полных угловых моментах электрона и антинейтрино, а значит, орбитальные моменты минимальны. Это накладывает условия на переходы. В зависимости от ориентации спинов электрона и нейтрино друг относительно друга, спин ядра может поменяться либо на 0 (противонаправленные спины), либо на 1 (сонаправленные спины). В программу было добавлено именно такое условие:  $\Delta I = 0, \pm 1$ . При добавлении условия сохранения четности ядра  $P_f = P_i$  такие переходы называются разрешенными. Переходы для спина ядра 0 в 0 запрещены, что также учитывается в программе. Для отбора еще более вероятных событий в программе были отключены возбуждения ядер в начальном и конечном состоянии (рассматривались только распады ядер из основного состояния и распады в основное состояние), что уменьшило количество реакций в 300 раз, давая намного более вероятные реакции.

## 1.2 Добавление позитронного распада

Далее были рассмотрены дочерние элементы в детекторе (элементы, получаемые в результате вынужденного электронного захвата). Добавлено условие на возможность распада конечного ядра с испусканием позитрона.

$$(A, Z + 1) + e^- + \bar{\nu}_e \longrightarrow (A, Z) \quad (1)$$

$$(A, Z) \longrightarrow (A, Z - 1) + e^+ + \nu_e \quad (2)$$

В результате последней реакции заряд одного из электронов остается нескомпенсированным и он вылетает из оболочки. Добавленное в программу условие заключается в превышении энергии начального ядра (образуемого в результате вынужденного электронного захвата) над суммой энергий конечного ядра (образуемого в результате позитронного распада) и вылетевшего позитрона и электрона.

$$M(A, Z) > M(A, Z - 1) + 2m_e \quad (3)$$

Такие реакции являются эффективным способом регистрации событий за счет аннигиляции вылетевшего позитрона с образованием гамма-квантов.

Примеры подобных реакций в детекторе, посчитанных программой:



Возможность этих реакций была проверена по таблицам [1], [5]

## 2. СЕЧЕНИЕ

### 2.1 Принцип расчета сечения

Ширина распада материнского атома определяется выражением

$$\Gamma_p = \frac{p^*(M_p, M_d, m_\nu)}{8\pi M_p^2} \frac{1}{2J_p + 1} \left\langle \sum_{M_p} \sum_{J_d M_d} \sum_{\alpha_\nu} \varphi_{J_d M_d} \varphi_{J_d M_d}^* \right\rangle_n \quad (8)$$

А вероятность электронного захвата в единицу времени выражается как

$$\lambda_{EC} = \frac{\ln 2}{t_{EC}} = \frac{G_\beta^2}{2\pi^3} \sum_x n_x C_x f_x \quad (9)$$

где  $G_\beta = G_F \cos \theta_C$ ,  $G_F$  – константа Ферми,  $\theta_C$  – угол Кабиббо,  $C_x$  - shape-factor

$$f_x = \frac{\pi}{2} \beta_x^2 p_{\nu_x}^2 - \text{функция Ферми для бета-распада} \quad (10)$$

Тогда

$$\lambda_{EC} = \frac{\ln 2}{t_{EC}} = \frac{G_\beta^2}{4\pi^2} \sum_x n_x C_x \beta_x^2 p_{\nu_x}^2 \quad (11)$$

Shape-factor определяется в обозначениях монографии Беренса и Бюринга [3] как

$$C_x(p_{\nu_x}) = \sum_{K, k_\nu} (M_K(k_x, k_\nu) + \text{sign}(\kappa_x) m_K(k_x, k_\nu))^2 \quad (12)$$

$$M_k(k_x, k_\nu) + \text{sign}(\kappa_x) m_K(k_y, k_\nu) = (p_x R)^{k_x-1} (p_y R)^{k_\nu-1} \sum_{Ls} F_{K L s} C_{K L s}(k_x, k_\nu) \quad (13)$$

$$\begin{aligned} C_{K L s}(k_x, k_\nu) &= \delta_{k_x+k_\nu-2, L} \sqrt{\frac{(2K-2)!!}{(2k_x-1)!(2k_\nu-1)!(2K-1)!!}} \\ &\times \left[ \delta_{L, K-1} \delta_{s, 1} + \delta_{L, K} \delta_{s, 0} \sqrt{\frac{2K(K+1)}{(2k_x-1)(2k_\nu-1)(2K+1)}} \right. \\ &\left. + \delta_{L, K} \delta_{s, 1} (k_x - k_\nu) \sqrt{\frac{2}{(2k_x-1)(2k_\nu-1)(2K+1)}} \right] \end{aligned}$$

Найдем матричный элемент

$$\frac{p^*}{8\pi M_p^2} \frac{1}{2J_p + 1} \left\langle \sum_{M_p} \sum_{J_d M_d} \sum_{\alpha_\nu} \varphi_{J_d M_d} \varphi_{J_d M_d}^* \right\rangle_n = \frac{G_\beta^2}{4\pi^2} \sum_x n_x C_x \beta_x^2 p_{\nu_x}^2 \quad (14)$$

$$\frac{p^*}{8\pi M_p^2} \frac{1}{2J_p + 1} \left\langle \sum_{M_p} \sum_{J_d M_d} \sum_{\alpha_\nu} \varphi_{J_d M_d} \varphi_{J_d M_d}^* \right\rangle_n = \frac{G_\beta^2}{4\pi^2} C_x \beta_x^2 p^{*2} \quad (15)$$

$$\left\langle \sum_{M_p} \sum_{J_d M_d} \sum_{\alpha_\nu} \varphi_{J_d M_d} \varphi_{J_d M_d}^* \right\rangle_n = (2J_p + 1) \frac{8\pi M_p^2 G_\beta^2}{p^* 4\pi^2} C_x \beta_x^2 p^{*2} \quad (16)$$

Сечение выражается формулой

$$\sigma_1 = \frac{1}{8p^*(\sqrt{s}, M_p, m_\nu)\sqrt{s}} \frac{1}{2J_p + 1} \left\langle \sum_{M_p \alpha_\nu} \sum_{J_d M_d} \varphi_{J_d M_d} \varphi_{J_d M_d}^* \right\rangle_n \frac{2\sqrt{s}\Gamma_d(s)}{(s - M_d^2)^2 + s\Gamma_d^2(s)} \quad (17)$$

Подставим найденный матричный элемент в сечение

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{1}{8p^*(\sqrt{s}, M_p, m_\nu)\sqrt{s}} \frac{1}{2J_p + 1} \left( (2J_p + 1) \frac{8\pi M_p^2 G_\beta^2}{p^* 4\pi^2} C_x \beta_x^2 p^{*2} \right) \frac{2\sqrt{s}\Gamma_d(s)}{(s - M_d^2)^2 + s\Gamma_d^2(s)} \\ &= \frac{1}{8p^*(\sqrt{s}, M_p, m_\nu)\sqrt{s}} \left( 2M_p^2 \frac{G_\beta^2}{\pi} C_x \beta_x^2 p^*(M_p, M_d, m_\nu) \right) \frac{2\sqrt{s}\Gamma_d(s)}{(s - M_d^2)^2 + s\Gamma_d^2(s)} \end{aligned} \quad (18)$$

Полное сечение будет выражаться через интеграл по энергии с учетом распределения  $\rho(E_\nu)$  по энергиям налетающих антинейтрино

$$\begin{aligned} \sigma &= \int \sigma_1 \rho(E_\nu) dE_\nu = \int_{s = m_\nu^2 + M_p^2 + 2M_p E_\nu} \frac{1}{2M_p} \sigma_1 \rho(E_\nu^{\text{res}}) ds = \\ &= \int \frac{1}{2M_p} \frac{1}{8p^*(\sqrt{s}, M_p, m_\nu)\sqrt{s}} \left( 2M_p^2 \frac{G_\beta^2}{\pi} C_x \beta_x^2 p^*(M_p, M_d, m_\nu) \right) \frac{2\sqrt{s}\Gamma_d(s)}{(s - M_d^2)^2 + s\Gamma_d^2(s)} \rho(E_\nu^{\text{res}}) ds = \\ &= \frac{1}{2M_p} \frac{2\sqrt{s^{\text{res}}}\Gamma_d(s)\rho(E_\nu^{\text{res}})}{8p^*(\sqrt{s^{\text{res}}}, M_p, m_\nu)\sqrt{s^{\text{res}}}} \left( 2M_p^2 \frac{G_\beta^2}{\pi} C_x \beta_x^2 p^*(M_p, M_d, m_\nu) \right) \int \frac{1}{(s - M_d^2)^2 + s\Gamma_d^2(s)} ds \end{aligned} \quad (19)$$

Здесь было использовано упрощение, учитывающее, что вблизи резонанса подынтегральная функция резко возрастает из-за множителя в виде формулы Брейта-Вигнера. Это позволило вынести из под интеграла плавно изменяющиеся функции.

Оставшийся интеграл посчитаем через вычеты.

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(s - M_d^2)^2 + s\Gamma_d^2} ds.$$

Подынтегральная функция:

$$f(s) = \frac{1}{(s - M_d^2)^2 + s\Gamma_d^2}.$$

Полюсы:

$$(s - M_d^2)^2 + s\Gamma_d^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad s = M_d^2 \pm i\sqrt{s}\Gamma_d.$$

В верхней полуплоскости:  $s_+ = M_d^2 + i\sqrt{s}\Gamma_d$ . Вычет в  $s_+$  (простой полюс):

$$\text{Res } f(s) = \lim_{s \rightarrow s_+} (s - s_+) f(s) = \frac{1}{s_+ - s_-} = \frac{1}{2i\sqrt{s}\Gamma_d}.$$

Замыкаем контур в верхней полуплоскости:

$$I = 2\pi i \frac{1}{2i\sqrt{s}\Gamma_d} = \frac{\pi}{\sqrt{s}\Gamma_d}.$$

Подставим получившееся значение в сечение

$$\sigma = \frac{1}{2M_p} \frac{2\sqrt{s^{res}}\Gamma_d(s)\rho(E_\nu^{res})}{8p^*(\sqrt{s^{res}}, M_p, m_\nu)\sqrt{s^{res}}} \left( 2M_p^2 \frac{G_\beta^2}{\pi} C_x \beta_x^2 P^*(M_p, M_d, m_\nu) \right) \frac{\pi}{\sqrt{s}\Gamma_d}$$

Сокращая, получим финальное выражение для сечения

$$\boxed{\sigma = \frac{\rho(E_\nu^{res})}{4} G_\beta^2 C_x \beta_x^2}$$

Для волновых функций электронов в нуле используются значения рассчитанные методом Дирака-Фока-Слатера из таблиц [2]

## 2.2 Оценка числа событий

Число распадающихся ядер в 1 кг вещества реактора:

$$N_R = \frac{1000}{A_R} \cdot N_A$$

Где  $N_A$  - число Авогадро,  $A_R$  - молярная масса в г/моль  
Активность (число распадов в секунду) для одного ядра:

$$\lambda = \frac{1}{\tau} = \Gamma$$

Где  $\Gamma$  - ширина распада ( $\hbar = c = 1$ ) Полное число антинейтрино, испускаемых реактором в секунду:

$$\frac{dN_{\bar{\nu}}}{dt} = N_R \cdot \lambda = N_R \cdot \Gamma$$

При изотропном испускании поток через сферу радиусом  $R$ :

$$\Phi_{\bar{\nu}} = \frac{dN_{\bar{\nu}}/dt}{4\pi R^2} = \frac{N_R \cdot \Gamma}{4\pi R^2}$$

Число ядер-мишеней в 1 кг детектора:

$$N_D = \frac{1000}{A_D} \cdot N_A$$

Скорость регистрации событий в детекторе:

$$\frac{dN_{\text{событий}}}{dt} = \Phi_{\bar{\nu}} \cdot \sigma \cdot N_D$$

Где  $\sigma$  - сечение взаимодействия антинейтрино с ядрами вещества детектора  
Подставляя выражение для потока:

$$\boxed{\frac{dN_{\text{событий}}}{dt} = \Phi_{\bar{\nu}} \cdot \sigma \cdot N_D = N_R \cdot \Gamma \cdot \frac{1}{4\pi R^2} \cdot \sigma \cdot N_D}$$

## 2.3 Работа программы

Ниже приведена блок-схема программы, отображающая основные участки ее алгоритма.

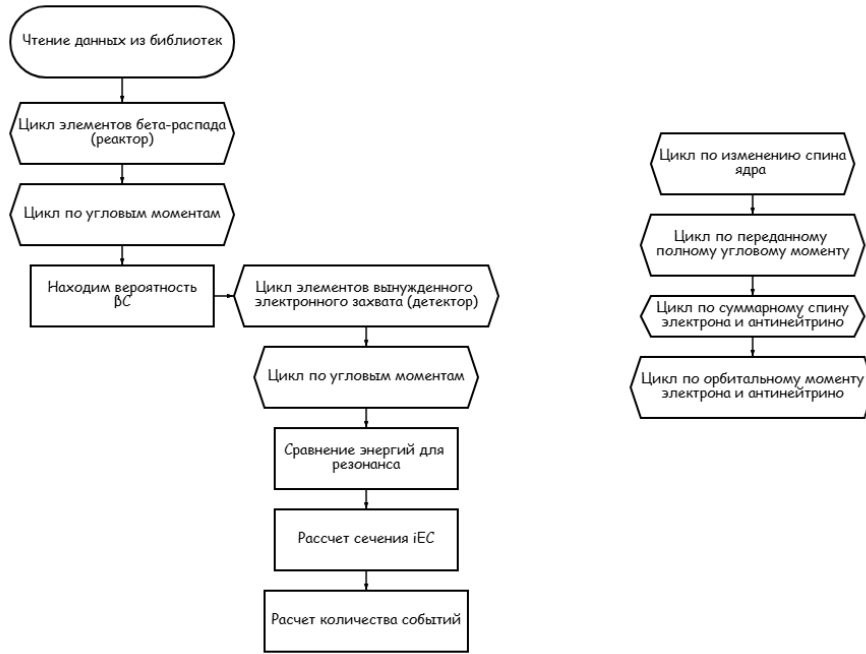


Рисунок 1 — Блок-схема алгоритма программы

Слева указан полный алгоритм работы программы, справа вынесен цикл по угловым моментам, который имеет общий вид для цикла элементов источника и детектора. Программа работает со всеми возможными полными моментами переданными ядру

$$|j_p - j_d| \leq J_t \leq j_p + j_d \quad (20)$$

Рассматриваются электроны только с S орбиталями (1S, 2S и т.д.), для которых орбитальный момент равен 0. С учетом того, что суммарный спин электрона и антинейтрино может быть равен 0 или 1 ( $s = 0,1$ ), программа перебирает орбитальный момент  $L_t$  в пределах:

$$|J_t - s| \leq L_t \leq J_t + s \quad (21)$$

## 2.4 Результат работы программы

Далее приведены результаты расчета программой числа событий. Масса источника и детектора 1 кг, расстояние между ними 1 метр

Таблица 1 — несколько примеров рассчитанных программой

$El_R$	$El_D$	$Q_{diff}$ , кэВ	$\Delta Q$ , кэВ	$N_{events}$	K	L	s
${}^{155}_{63}\text{Eu}$	${}^{45}_{21}\text{Sc}$	-3.62	3.65	173	1	0	1
${}^{32}_{14}\text{Si}$	${}^{106}_{48}\text{Cd}$	3.64	7.70	1390	1	0	1
${}^{141}_{58}\text{Ce}$	${}^{64}_{30}\text{Zn}$	0.334	3.60	1870	1	0	1
${}^{155}_{63}\text{Eu}$	${}^{33}_{16}\text{S}$	2.00	3.70	1080	1	0	1
${}^{125}_{50}\text{Sn}$	${}^{237}_{92}\text{U}$	-5.67	100	2590	1	0	1
${}^{47}_{21}\text{Sc}$	${}^{161}_{66}\text{Dy}$	-1.39	4.24	19400	1	0	1

Где  $El_R$  - элемент в реакторе,  $El_D$  - элемент в детекторе,  $Q_{diff}$  - разность энергий процессов (кэВ),  $\Delta Q$  - экспериментальная ошибка (кэВ),  $N_{events}$  - количество событий за год, K - изменение спина ядра, L - орбитальный момент электрона и антинейтрино, s - спин электрона и антинейтрино

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе был усовершенствован программный комплекс RESONANCE на языке программирования Fortran для автоматического нахождения резонансных процессов с антинейтрино, которые наилучшим образом подходят для изучения их свойств. Были проверены реакции с образованием в детекторе ядра, распадающегося с образованием позитрона, которые могут служить эффективным способом регистрации событий. Были добавлены условия для разрешенных переходов, отбор по четности и разности спинов конечного и начального ядра. Был добавлен расчет вероятности реакции  $\beta$ -распада в связанное состояние. Было рассчитано сколько ожидается событий в год на каждую пару на один килограмм источника и один килограмм детектора при расстоянии между ними в 1 метр.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Coral M. Baglin. «Nuclear Data Sheets for  $A = 168$ ». В: Nuclear Data Sheets 111.7 (июль 2010), с. 1807—2080. ISSN: 0090-3752. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.nds.2010.07.001>.
- [2] I.M. Band и M.B. Trzhaskovskaya. «Electron-wave-function expansion amplitudes near the origin calculated in the Dirac-Fock-Slater and Dirac-Fock potentials». В: Atomic Data and Nuclear Data Tables 35.1 (июль 1986), с. 1—13. ISSN: 0092-640X. URL: [http://dx.doi.org/10.1016/0092-640X\(86\)90027-6](http://dx.doi.org/10.1016/0092-640X(86)90027-6).
- [3] Heinrich Behrens и Wolfgang Bühring. Electron radial wave functions and nuclear beta-decay. International series of monographs on physics 67. Oxford: Clarendon Press, 1982, с. xiii, 626. ISBN: 0-19-851297-X.
- [4] Kenneth S. Krane и William G. Lynch. «Introductory Nuclear Physics». В: Physics Today 42.1 (январь 1989), с. 78—78. ISSN: 1945-0699. URL: <http://dx.doi.org/10.1063/1.2810884>.
- [5] L.K. Peker. «Nuclear Data Sheets for  $A = 112$ ». В: Nuclear Data Sheets 29.4 (апр. 1980), с. 587—651. ISSN: 0090-3752. URL: [http://dx.doi.org/10.1016/S0090-3752\(80\)80040-8](http://dx.doi.org/10.1016/S0090-3752(80)80040-8).