

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)

Отчет о научно-исследовательской работе на тему:
Аномальные изотопы в моделях тёмных атомов

Научный руководитель
д.ф-м.п, проф

_____ М. Ю. Хлопов

Научный консультант

_____ Д. О. Сопин

Выполнила
студентка группы Б22-102

_____ М. И. Балиньо

Москва 2026

СОДЕРЖАНИЕ

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Введение | 2 |
| 2 | Цели и задачи исследования | 4 |
| 3 | Модель радиационного захвата и расчёт волновых функций | 4 |
| 3.1 | Система $X^{--} - {}^4\text{He}$ | 5 |
| 3.2 | Система $X^{--} - {}^8\text{Be}$ | 9 |
| 3.3 | Сравнение с результатами Ахмедова и Поспелова | 13 |
| 3.4 | Зависимость энергии основного состояния от расстояния между α -кластерами | 13 |
| 4 | Заключение | 16 |

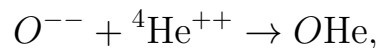
1. ВВЕДЕНИЕ

Скрытая масса, составляет около 26% плотности энергии Вселенной, природа которой является одним из важнейших направлений исследования [1]. Существование скрытой массы вытекает из совокупности данных современной прецизионной космологии. Физическая природа скрытой массы связывается с расширениями Стандартной модели фундаментальных взаимодействий.

Одним из перспективных объяснений является модель тёмных атомов. В рамках данного подхода предполагается существование новой тяжёлой стабильной частицы X с электрическим зарядом $-Z_X = -2n$, где n — натуральное число. Такая частица связывается с n ядрами гелия ${}^4\text{He}$ посредством электромагнитного кулоновского взаимодействия, образуя нейтральные связанные состояния. Эти составные системы, часто обозначаемые как $X\text{He}$, рассматриваются как возможный кандидат на роль скрытой массы [2; 3]. В последнее время такие модели получают подтверждение в связи с возможностью объяснения парадоксов прямого поиска частиц скрытой массы в подземных экспериментах.

В простейшем случае $n = 1$, то есть $Z_X = 2$, система образует атом $O\text{He}$, состоящий из одной тяжёлой частицы X с зарядом -2 , обозначаемой O^{--} , и одного ядра ${}^4\text{He}$ с зарядом $+2$. Свойства таких связанных состояний определяют характер их дальнейшего взаимодействия с обычным веществом. Особый интерес представляют процессы с участием лёгких ядер, образованных в период первичного нуклеосинтеза, поскольку они могут приводить к формированию аномальных изотопов и тем самым влиять на химическую и космологическую эволюцию ранней Вселенной.

Атомы $O\text{He}$, образующиеся в период первичного нуклеосинтеза в реакции



могут, в частности, захватывать ядра ${}^4\text{He}$, что приводит к образованию аномального изотопа $X\text{He}$. Если вероятность такого процесса оказывается достаточно большой, то возможно перепроизводство $X\text{He}$ -состояний, распространённость которых ограничена экспериментальными данными. В связи с этим оценка свойств образующегося состояния, вероятности его

образования и возможной распространённости *ОВе* является предметом настоящей работы.

2. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

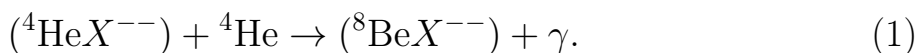
Основной целью данной работы является описание процесса формирования аномальных изотопов $X\text{Ve}$, возникающих в результате захвата дополнительной α -частицы атомоподобным состоянием $X\text{He}$.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Получить свойства системы $X^{--}-{}^8\text{Ve}$ в рамках различных модельных приближений. В частности, рассмотреть модель равномерно заряженной сферы, а также α -кластерную модель ядра ${}^8\text{Ve}$. Для этих моделей определить распределение заряда, потенциал взаимодействия и энергии связанных состояний.
2. Сравнить результаты, полученные в разных моделях, и проанализировать влияние выбранного описания зарядового распределения ядра на форму потенциала, энергию связи и структуру волновой функции системы $X^{--}-{}^8\text{Ve}$.
3. Использовать полученные характеристики системы $O\text{Ve}$ для оценки её концентрации, формирующейся в ходе первичного нуклеосинтеза, и обсудить возможную роль таких аномальных изотопов в космологических моделях скрытой массы.

3. МОДЕЛЬ РАДИАЦИОННОГО ЗАХВАТА И РАСЧЁТ ВОЛНОВЫХ ФУНКЦИЙ

Исследование формирования аномальных изотопов $O\text{Ve}$ требует рассмотрения процесса радиационного захвата



В этом процессе начальное состояние представляет собой систему $X^{--}-{}^4\text{He}$, взаимодействующую со вторым ядром ${}^4\text{He}$, а конечное состояние соответствует образованию связанной системы $X^{--}-{}^8\text{Ve}$ с испусканием фотона.

Для описания данного процесса необходимо определить свойства как начальной, так и конечной системы. Поэтому в данной работе отдельно рассматриваются система $X^{--} - {}^4\text{He}$ и система $X^{--} - {}^8\text{Be}$. Для них рассчитываются распределения заряда, потенциалы взаимодействия, энергии связанных состояний и соответствующие волновые функции.

В используемом приближении частица X^{--} считается значительно более тяжёлой, чем ядра, поэтому её положение можно отождествить с началом системы координат. Тогда задача сводится к описанию движения ядер ${}^4\text{He}$ и ${}^8\text{Be}$ в поле тяжёлого заряда X^{--} , а также к последующему использованию полученных характеристик для оценки формирования аномальных изотопов $O\text{Be}$ в ходе нуклеосинтеза.

В общем случае потенциал взаимодействия между двумя распределёнными системами с плотностями $\rho_1(\vec{r}_1)$ и $\rho_2(\vec{r}_2)$ определяется выражением

$$U(\vec{r}) = \int d^3r_1 d^3r_2 v(|\vec{r} + \vec{r}_2 - \vec{r}_1|) \rho_1(\vec{r}_1) \rho_2(\vec{r}_2), \quad (2)$$

где $v(r)$ — локальный двухчастичный потенциал, а \vec{r} задаёт расстояние между центрами масс взаимодействующих систем.

В рассматриваемом случае частица X^{--} считается точечной и неподвижной, поэтому эффективное взаимодействие в системах $X^{--} - {}^4\text{He}$ и $X^{--} - {}^8\text{Be}$ получается усреднением кулоновского потенциала по распределению ядерного заряда.

3.1. СИСТЕМА $X^{--} - {}^4\text{He}$

Для описания системы $X^{--} - {}^4\text{He}$ сначала рассмотрим простейшую модель, в которой заряд ядра ${}^4\text{He}$ считается равномерно распределённым внутри сферы конечного радиуса. Такое описание является менее детальным, однако оно позволяет аналитически задать потенциал взаимодействия и получить первое приближение для энергии связанного состояния. Подобное приближение использовалось ранее при рассмотрении связанных состояний тяжёлых заряженных частиц с ядрами [4; 5].

В этом случае потенциал взаимодействия частицы X^{--} с ядром имеет

вид

$$V(r) = \begin{cases} -\frac{Z_X Z_N \alpha \hbar c}{2r_N} \left(3 - \frac{r^2}{r_N^2}\right), & r < r_N, \\ -\frac{Z_X Z_N \alpha \hbar c}{r}, & r \geq r_N, \end{cases} \quad (3)$$

где Z_X и Z_N — модули зарядовых чисел частицы X^{--} и ядра, а r_N — эффективный радиус равномерно заряженной сферы. Для системы $X^{--} - {}^4\text{He}$ используются значения

$$Z_X = 2, \quad Z_N = 2, \quad (4)$$

а радиус ядра принимается равным

$$r_N = 1.678 \text{ fm}. \quad (5)$$

После задания потенциала задача сводится к решению стационарного уравнения Шрёдингера

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + V(r) \right] \psi(\vec{r}) = E \psi(\vec{r}). \quad (6)$$

Поскольку потенциал $V(r)$ является центральным, волновую функцию можно разложить по сферическим гармоникам:

$$\psi(\vec{r}) = R_l(r) Y_{lm}(\theta, \varphi). \quad (7)$$

В данной работе рассматривается основное связанное состояние, поэтому используется s -волна, соответствующая $l = 0$.

Удобно ввести приведённую радиальную функцию

$$u(r) = rR(r). \quad (8)$$

Тогда радиальное уравнение принимает вид

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) \right] u(r) = E u(r). \quad (9)$$

Для связанного состояния решение должно удовлетворять граничным

условиям

$$u(0) = 0, \quad u(r) \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad r \rightarrow \infty. \quad (10)$$

Численное решение уравнения (9) для потенциала равномерно заряженной сферы даёт следующее значение энергии основного состояния:

$$E_0^{\text{sphere}} = -1.256 \text{ MeV}. \quad (11)$$

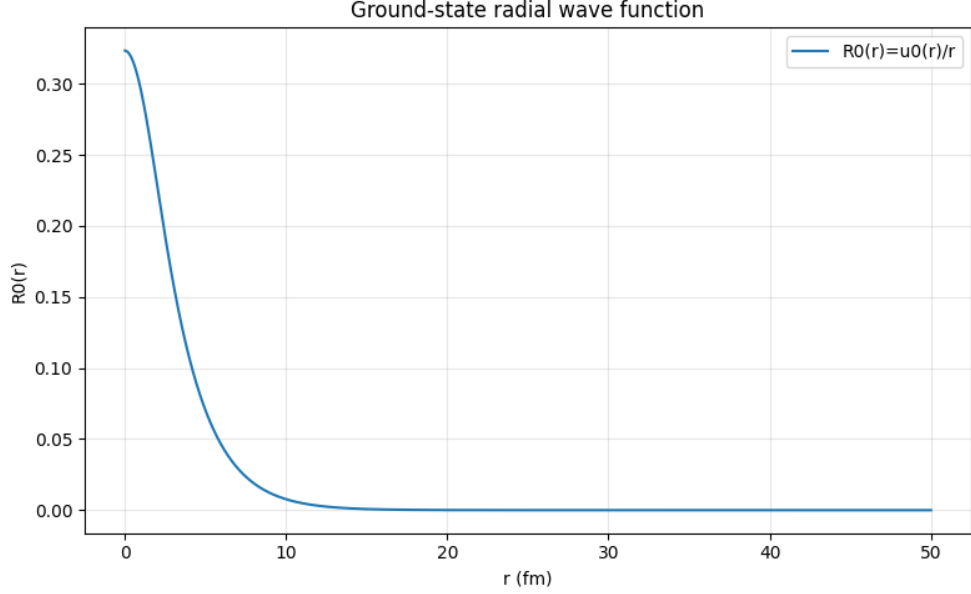


Рисунок 1 — Радиальная волновая функция $R_0(r) = u_0(r)/r$ основного состояния системы $X^{--} - {}^4\text{He}$, полученная для потенциала равномерно заряженной сферы.

Далее рассмотрим более физически обоснованное описание системы $X^{--} - {}^4\text{He}$, в котором конечный размер ядра учитывается не только через один эффективный радиус, но и через распределение зарядовой плотности. Для этого используется параметризация зарядовой плотности ядра ${}^4\text{He}$, приведённая в работе [6]:

$$\rho_{\text{He}}(r) = \frac{p_1}{1 + 2 \exp(-\frac{b}{a}) [\cosh(\frac{r}{a}) - 1]} + p_2 \exp\left[-\frac{(r - c)^2}{d^2}\right], \quad (12)$$

где

$$p_1 = 0.112 \text{ fm}^{-3}, \quad p_2 = 0.0073 \text{ fm}^{-3}, \quad (13)$$

$$a = 0.367 \text{ fm}, \quad b = 1.32 \text{ fm}, \quad c = 0.762 \text{ fm}, \quad d = 0.5 \text{ fm}. \quad (14)$$

Переходя к импульсному представлению, введём формфактор ядра ${}^4\text{He}$:

$$\rho_{\text{He}}(k) = 4\pi \int_0^\infty \rho_{\text{He}}(r) \frac{\sin(kr)}{kr} r^2 dr. \quad (15)$$

Тогда эффективный потенциал взаимодействия частицы X^{--} с ядром ${}^4\text{He}$ можно записать в виде

$$U_{X\text{He}}(r) = -8\pi Z_{\text{He}} e^2 \int_0^\infty dk \frac{\sin(kr)}{kr} \rho_{\text{He}}(k), \quad (16)$$

где $Z_{\text{He}} = 2$.

Для этого потенциала также решается стационарное уравнение Шрёдингера

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + U_{X\text{He}}(r) \right] \psi(\vec{r}) = E \psi(\vec{r}). \quad (17)$$

Численное решение этого уравнения позволяет определить энергию основного состояния E_0 и соответствующую приведённую радиальную функцию $u_0(r)$. Радиальная волновая функция затем восстанавливается по формуле

$$R_0(r) = \frac{u_0(r)}{r}. \quad (18)$$

Полученное значение энергии основного состояния составляет

$$E_0 = -1.1675 \text{ MeV}. \quad (19)$$

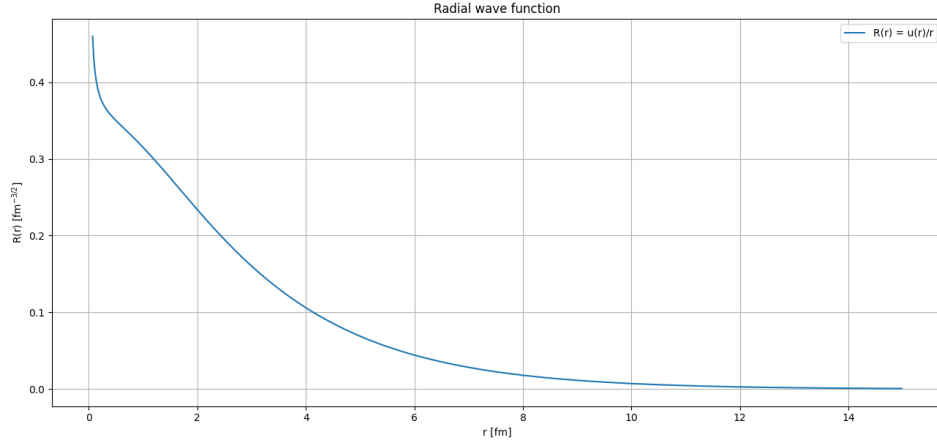


Рисунок 2 — Радиальная волновая функция $R_0(r) = u_0(r)/r$ основного связанного состояния системы $(X^{--}, {}^4\text{He})$, полученная с учётом распределения зарядовой плотности ядра.

Сравнение двух волновых функций показывает, что выбранная модель потенциала заметно влияет на поведение решения в области малых расстояний. Различие значений $R_0(0)$ связано с различным описанием внутренней области ядра ${}^4\text{He}$: в модели равномерно заряженной сферы заряд распределён простым образом, тогда как во втором случае используется более реалистическая зарядовая плотность.

Различия в области малых r могут повлиять на дальнейшую оценку вероятности радиационного захвата и концентрации $O\text{Be}$.

3.2. СИСТЕМА $X^{--} - {}^8\text{Be}$

Рассмотрим систему $X^{--} + {}^8\text{Be}$, в которой ядро ${}^8\text{Be}$ описывается в рамках α -кластерной модели как система двух α -частиц. Введём вектор \mathbf{s} , соединяющий центры двух α -кластеров, и вектор \mathbf{r} , задающий положение центра масс системы двух α -кластеров относительно тяжёлой отрицательно заряженной частицы X^{--} . В приближении $m_X \gg m_\alpha$ частицу X^{--} можно считать неподвижной и расположенной в начале координат.

В этом приближении зарядовая плотность ядра ${}^8\text{Be}$ представляется как сумма двух смещённых зарядовых плотностей ядра ${}^4\text{He}$:

$$\rho_{\text{Be}}(\mathbf{R}, \mathbf{s}) = \rho_{\text{He}}\left(\mathbf{R} - \frac{\mathbf{s}}{2}\right) + \rho_{\text{He}}\left(\mathbf{R} + \frac{\mathbf{s}}{2}\right). \quad (20)$$

Здесь величина

$$s = |\mathbf{s}|$$

характеризует расстояние между центрами двух α -кластеров.

Аналогично тому, как это было сделано для системы $X^{--}-{}^4\text{He}$, для системы $X^{--}-{}^8\text{Be}$ эффективный потенциал взаимодействия строится путём свёртки кулоновского взаимодействия с зарядовым распределением ядра. С учётом α -кластерной структуры ядра ${}^8\text{Be}$ этот потенциал имеет вид:

$$U(\mathbf{r}, \mathbf{s}) = -2Z_{\text{He}}e^2 \int d^3R \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{R}|} \left[\rho_{\text{He}}\left(\mathbf{R} - \frac{\mathbf{s}}{2}\right) + \rho_{\text{He}}\left(\mathbf{R} + \frac{\mathbf{s}}{2}\right) \right]. \quad (21)$$

В отличие от системы $X^{--}-{}^4\text{He}$, данный потенциал в общем случае не обладает сферической симметрией. Он зависит не только от расстояния

$$r = |\mathbf{r}|,$$

но и от взаимной ориентации векторов \mathbf{r} и \mathbf{s} . Если обозначить через θ угол между этими векторами, то

$$\cos \theta = \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{s}}{rs}. \quad (22)$$

Следовательно, при фиксированном расстоянии между α -кластерами потенциал можно рассматривать как функцию

$$U = U(r, \cos \theta; s). \quad (23)$$

В дальнейшем величина s рассматривается не как динамическая переменная, а как фиксированный параметр, задающий внутреннюю конфигурацию двух α -кластеров. Такой подход соответствует первой приближённой оценке влияния частицы X^{--} на систему ${}^8\text{Be}$. Для того чтобы система двух α -кластеров могла рассматриваться как компактная конфигурация, расстояние между ними должно оставаться конечным и не должно существенно превышать характерный размер области перекрытия ядерных рас-

пределений. Поэтому в качестве начальной оценки выбирается значение

$$s \simeq 3.4 \text{ fm.}$$

Такой выбор соответствует конфигурации, в которой два α -кластера находятся достаточно близко друг к другу, что позволяет рассматривать систему как эффективное ядро ${}^8\text{Be}$, стабилизированное присутствием частицы X^{--} .

При фиксированном значении s потенциал $U(\mathbf{r}, \mathbf{s})$ становится потенциалом внешнего поля, создаваемого двумя α -кластерами. Выберем ось z вдоль вектора \mathbf{s} . Тогда система обладает аксиальной симметрией относительно этой оси, и удобно перейти к цилиндрическим координатам (ρ, φ, z) . В этих координатах потенциал не зависит от азимутального угла φ и может быть записан в виде

$$U = U(\rho, z; s). \quad (24)$$

В цилиндрических координатах уравнение Шрёдингера для системы $X^{--} + {}^8\text{Be}$ принимает вид

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \left(\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + U(\rho, z; s) \right] \psi(\rho, \varphi, z; s) = E(s) \psi(\rho, \varphi, z; s), \quad (25)$$

где μ — приведённая масса системы X^{--} и ${}^8\text{Be}$.

С учётом аксиальной симметрии волновую функцию можно представить в виде

$$\psi(\rho, \varphi, z; s) = e^{im\varphi} \psi_m(\rho, z; s), \quad (26)$$

где m — магнитное квантовое число. После подстановки этого выражения в уравнение (25) получаем двумерное уравнение для функции $\psi_m(\rho, z; s)$:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \left(\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{m^2}{\rho^2} \right) + U(\rho, z; s) \right] \psi_m(\rho, z; s) = E(s) \psi_m(\rho, z; s). \quad (27)$$

Таким образом, исходная трёхмерная задача сводится к двумерной задаче в переменных ρ и z при заданном значении параметра s .

На рисунке 3 показано двумерное распределение волновой функции ос-

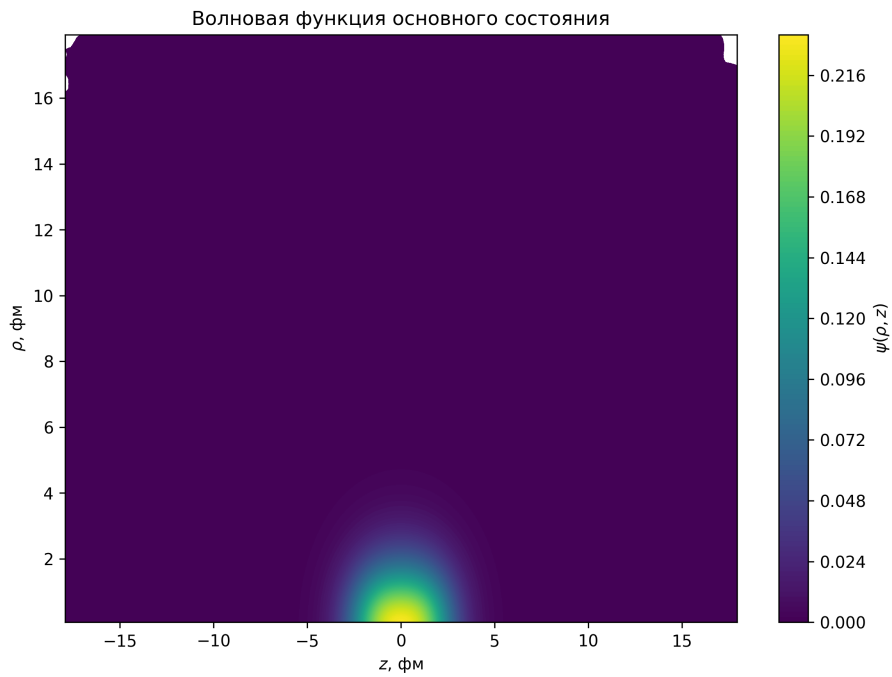
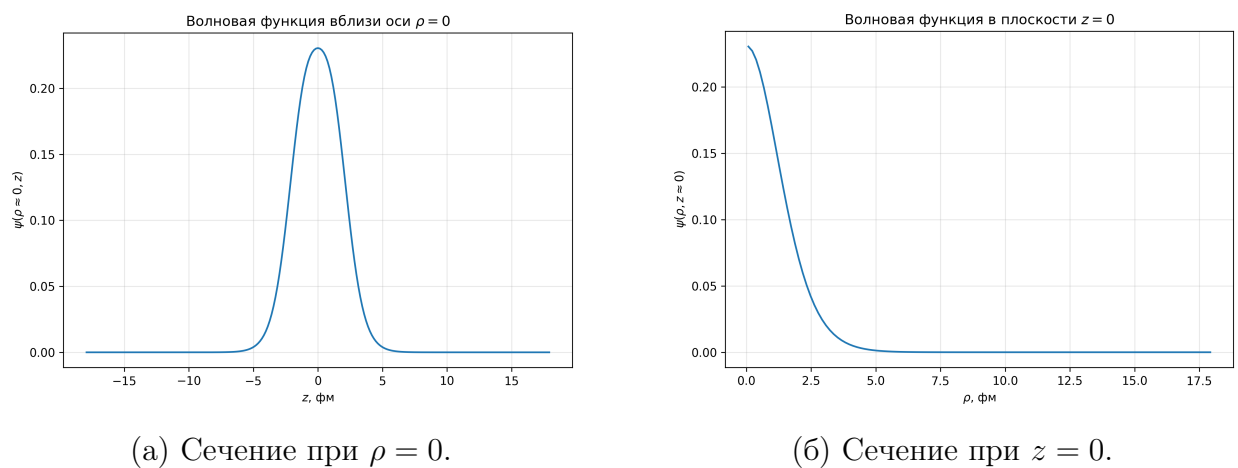


Рисунок 3 — Двумерное распределение волновой функции основного состояния системы $X^{--} - {}^8\text{Be}$.



(а) Сечение при $\rho = 0$.

(б) Сечение при $z = 0$.

Рисунок 4 — Одномерные сечения волновой функции основного состояния системы $X^{--} - {}^8\text{Be}$.

новного состояния системы $X^{--} - {}^8\text{Be}$ в координатах (ρ, z) . Видно, что волновая функция локализована вблизи центра системы, то есть в области между двумя α -кластерами. Это означает, что частица X^{--} образует связанное состояние с системой двух α -кластеров, а вероятность обнаружения системы быстро уменьшается при удалении от центральной области.

3.3. СРАВНЕНИЕ С РЕЗУЛЬТАТАМИ АХМЕДОВА И ПОСПЕЛОВА

Полученные результаты можно сопоставить с расчётами, выполненными Ахмедовым и Поспеловым в работе [7]. В этой работе энергии связи состояний (NX^{--}) , где N обозначает лёгкое ядро, были найдены численно из уравнения Шрёдингера для двухчастичной кулоновской задачи. При этом для описания зарядового распределения ядер использовалась упрощённая модель равномерно заряженной сферы радиуса $R_N = \sqrt{5/3} r_c(N)$, где $r_c(N)$ — среднеквадратичный зарядовый радиус ядра. В этой модели были получены энергии связи 1.156 MeV для системы $X^{--} - {}^4\text{He}$ и 3.40 MeV для системы $X^{--} - {}^8\text{Be}$.

В данной работе для системы $X^{--} - {}^4\text{He}$ было получено значение энергии связи, близкое к результату Ахмедова и Поспелова.

Для системы $X^{--} - {}^8\text{Be}$ отличие оказывается значительно более существенным. Основная причина состоит в том, что в работе Ахмедова и Поспелова ядро ${}^8\text{Be}$ рассматривалось как сферически симметричное зарядовое распределение. В данной работе, напротив, ${}^8\text{Be}$ описывается в α -кластерной модели как система двух α -частиц, разделённых расстоянием s .

3.4. ЗАВИСИМОСТЬ ЭНЕРГИИ ОСНОВНОГО СОСТОЯНИЯ ОТ РАССТОЯНИЯ МЕЖДУ α -КЛАСТЕРАМИ

В предыдущем разделе расстояние между двумя α -кластерами в системе $X^{--} - {}^8\text{Be}$ рассматривалось как фиксированный параметр. Однако поскольку ядро ${}^8\text{Be}$ в α -кластерной модели описывается как система двух α -частиц, важно оценить, насколько результат зависит от выбранного значения межкластерного расстояния s .

Для этого была проведена серия расчётов, в которых для каждого фиксированного значения s строился потенциал взаимодействия $U(\rho, z; s)$, после чего численно решалось двумерное уравнение Шрёдингера для основного состояния

Полученная зависимость $E_0(s)$ позволяет оценить чувствительность энергии связи системы (${}^8\text{Be}X^{--}$) к изменению внутренней конфигурации двух α -кластеров.

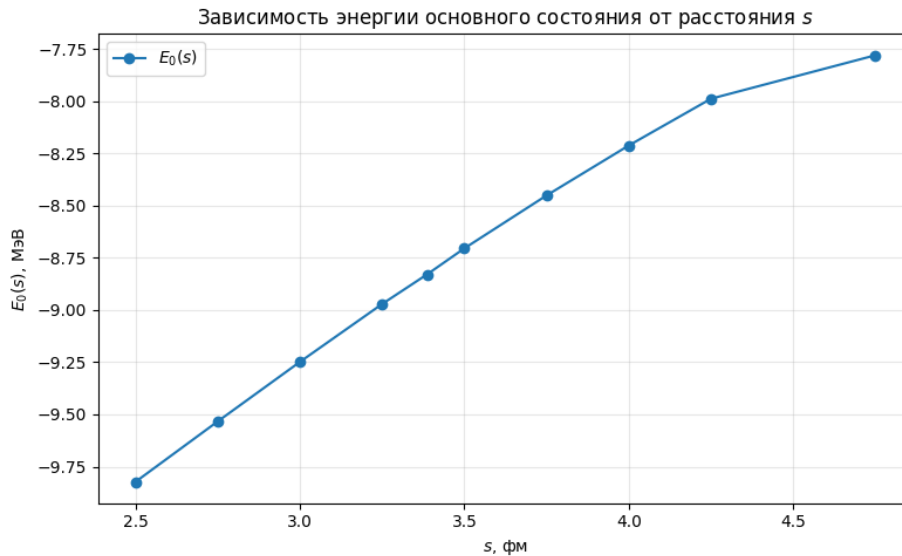


Рисунок 5 — Зависимость энергии основного состояния системы $X^{--}-{}^8\text{Be}$ от расстояния s между двумя α -кластерами.

На рисунке 5 представлена зависимость энергии основного состояния системы $X^{--}-{}^8\text{Be}$ от расстояния s между двумя α -кластерами. Видно, что при увеличении межкластерного расстояния энергия основного состояния становится менее отрицательной. Это означает, что энергия связи системы уменьшается.

Такое поведение является физически ожидаемым. При малых значениях s два α -кластера находятся ближе друг к другу, поэтому зарядовое распределение системы является более компактным. В этом случае кулоновское притяжение частицы X^{--} к системе двух α -кластеров оказывается более сильным, и связанное состояние является более глубоким. При увеличении s зарядовое распределение становится более растянутым, эффективное притяжение ослабевает, поэтому энергия основного состояния

$E_0(s)$ смещается к менее отрицательным значениям, а энергия связи

$$E_{\text{bind}}(s) = |E_0(s)|$$

уменьшается.

В рассмотренном диапазоне расстояний энергия основного состояния изменяется от

$$E_0 \simeq -9.82 \text{ MeV}$$

при $s = 2.50 \text{ fm}$ до

$$E_0 \simeq -7.78 \text{ MeV}$$

при $s = 4.75 \text{ fm}$. Следовательно, энергия основного состояния заметно зависит от расстояния между α -кластерами. Это указывает на то, что связанное состояние (${}^8\text{Be}X^{--}$) чувствительно к внутренней конфигурации ядра ${}^8\text{Be}$ в рамках выбранной α -кластерной модели.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведённые исследования позволяют сделать важные выводы относительно роли тёмных атомов в современной космологии. Тёмные атомы, представляют собой одну из ключевых моделей скрытой массы.

В работе были построены эффективные потенциалы для систем $X^{--} - {}^4\text{He}$ и $X^{--} - {}^8\text{Be}$, а также численно найдены энергии и волновые функции основных состояний.

Показано, что конечный размер ядра ${}^4\text{He}$ влияет на энергию связи, а для системы $X^{--} - {}^8\text{Be}$ существенную роль играет расстояние между двумя α -кластерами. При увеличении этого расстояния энергия связи уменьшается, что указывает на чувствительность результата к внутренней структуре ядра ${}^8\text{Be}$.

Полученные результаты следует рассматривать как первый этап более полного описания радиационного захвата. Для окончательного вывода о концентрациях аномальных изотопов необходимо дальнейшее вычисление сечения реакции и включение этих процессов в полную сеть первичного нуклеосинтеза.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] M. Khlopov, “What comes after the Standard Model?” *Progress in Particle and Nuclear Physics* **116**, 103824 (2021). doi: 10.1016/j.pnnp.2020.103824.
- [2] V. A. Beylin, T. E. Bikbaev, M. Yu. Khlopov, A. G. Mayorov, and D. O. Sopin, “Dark Atoms of Nuclear Interacting Dark Matter,” *Universe* **10**, 368 (2024). doi: 10.3390/universe10090368.
- [3] V. A. Beylin, M. Yu. Khlopov, and D. O. Sopin, “Problems of Dark Atom Cosmology,” arXiv:2410.13424 [hep-ph] (2024).
- [4] D. S. Gorbunov and V. A. Rubakov, *Введение в теорию ранней Вселенной: Теория горячего Большого взрыва*. Издательство ЛКИ, Москва, 2008. ISBN: 978-5-382-00657-4.
- [5] V. V. Samarin, “Study of Spatial Structures in α -Cluster Nuclei,” *European Physical Journal A* **58**, 117 (2022). doi: 10.1140/epja/s10050-022-00758-y.
- [6] M. Yu. Khlopov, A. G. Mayorov, and E. Yu. Soldatov, “Composite Dark Matter and Puzzles of Dark Matter Searches,” *International Journal of Modern Physics D* (2010). arXiv:1003.1144 [astro-ph.CO].
- [7] Planck Collaboration, N. Aghanim et al., “Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters,” *Astronomy & Astrophysics* **641** (2020).
- [8] E. Akhmedov and M. Pospelov, “BBN catalysis by doubly charged particles,” arXiv:2405.06019 [hep-ph] (2024).
- [9] A. S. Bazhin and V. V. Samarin, “Study of the Structure of the ^9Be Nucleus in the Alpha-Cluster Model by the Method of Hyperspherical Functions,” *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics* **88**, no. 8, 1177–1184 (2024). doi: 10.1134/S1062873824707281.
- [10] R. N. Cahn and S. L. Glashow, “Chemical Signatures for Superheavy Elementary Particles,” *Science* **213**, no. 4508, 607–611 (1981). doi: 10.1126/science.213.4508.607.

- [11] K. Kohri and F. Takayama, “Big Bang Nucleosynthesis with Long-Lived Charged Massive Particles,” arXiv:hep-ph/0605243 (2006).