

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

ОТЧЕТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ
ХИМИЧЕСКАЯ ЭВОЛЮЦИЯ ДОМЕНА
АНТИВЕЩЕСТВА В РАННЕЙ
БАРИОН-АСИММЕТРИЧНОЙ ВСЕЛЕННОЙ

Научный руководитель
(проф., д.ф-м.н.)

_____ М. Ю. Хлопов

Студент

_____ А. И. Дембицкая

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1.1 Метрика Фридмана-Робертсона-Уоркера	3
1.2 Уравнение Фридмана	3
1.3 Радиационно-доминированная стадия	4
1.4 Эпоха доминирования вещества	5
1.5 Рекомбинация и последнее рассеяние фотонов	6
1.6 Барионная асимметрия Вселенной. Домены антивещества	6
2 Размер домена	10
2.1 Масса домена	10
2.2 Плотность домена	10
2.2.1 Программа AlterBBN	11
2.2.2 Полученные результаты	11
2.3 Сравнение размера домена с горизонтом	13
3 Протон-антипротонная аннигиляция на границе домена с горизонтом.	16
3.1 Распад нейтрального пиона.	16
3.2 Распад заряженных пионов.	17
4 Процессы внутри домена	19
4.1 Образование электрон-позитронной пары.	19
4.1.1 Условие протекания процесса.	19
4.1.2 Сечение взаимодействия.	20
4.1.3 Вторичные процессы.	20
4.2 Комptonовское рассеяние.	21
4.2.1 Энергетические потери.	21
4.2.2 Сечение взаимодействия.	23
4.3 Различные сценарии.	24
4.3.1 $T \in [4, 5 \times 10^8, 10^7]$ К.	24
4.3.2 $T \leq 10^7$ К.	24
5 Глубина проникновения фотонов внутрь домена	25
5.1 Образование позитрон-электронных пар	25
5.2 Комptonовское рассеяние	25
5.3 Сравнение длины пробега с размерами домена	26
5.3.1 Образование позитрон-электронных пар	26
5.3.2 Комptonовское рассеяние	26

6	Диффузия	28
6.1	Радиационно-доминированная эпоха	29
6.2	Эпоха доминирования вещества	30
6.2.1	До рекомбинации	31
6.2.2	После рекомбинации.	33
7	Ионизация вещества	35
7.1	Механизмы ионизации.	35
7.2	Длина пробега электронов и УФ-фотонов	36
7.3	Поток УФ-фотонов в сферической геометрии.	37
7.3.1	Приграничная область.	38
7.3.2	Внутренняя область.	39
7.4	Границы применимости модели	41
7.5	Остаточная ионизация	42
8	Внутренние включения вещества в домене антивещества	44
8.1	Уравнение для плотности антибарионов с радиально зависимой диффузией	44
8.2	Эволюция радиуса внешнего домена	45
8.3	Дополнительный источник ионизации от внутренних включений	46
8.4	Различные сценарии	47
8.4.1	Один крупный субдомен в центре	47
8.4.2	Много малых субдоменов, равномерно распределённых .	48
8.5	Критерий выживания	49
9	Выделение энергии от невыживших доменов	51
9.1	$T > 10^7\text{K}$	51
9.2	$T \in [10^7, 3 \times 10^3]\text{K}$	54
9.3	$T < 3 \times 10^3\text{K}$	55
10	Заключение	58
A	Приложения	59
A.1	Плотность числа фотонов равновесного излучения	59
A.2	Длина пробега электрона.	60
A.3	Вывод формулы для скорости фотоионизации $G(r)$	60
	Список литературы	62

ВВЕДЕНИЕ

1.1 Метрика Фрийдмана-Робертсона-Уоркера

Расширяющаяся однородная изотропная Вселенная описывается метрикой Фрийдмана-Робертсона-Уоркера:

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) [dr^2 + S_K(r)^2 d\Omega^2], \quad (1.1)$$

где

$a(t)$ -масштабный фактор, характеризующий расширение Вселенной;

S_K -функция, связанная с кривизной Вселенной и зависящая от параметра K следующим образом:

При $K = 1$ (замкнутая Вселенная):

$$S_K(r) = R_0 \sin\left(\frac{r}{R_0}\right) \quad (1.2)$$

При $K = 0$ (плоская Вселенная):

$$S_K(r) = r \quad (1.3)$$

При $K = -1$ (открытая Вселенная):

$$S_K(r) = R_0 \sinh\left(\frac{r}{R_0}\right) \quad (1.4)$$

В данной работе рассматривается сценарий плоской Вселенной, в котором метрика задается следующим образом:

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) [dr^2 + r^2 d\Omega^2], \quad (1.5)$$

В случае плоской Вселенной физический смысл имеет отношение масштабных факторов в разный момент времени, а также параметр Хаббла, характеризующий скорость расширения Вселенной:

$$H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \quad (1.6)$$

1.2 Уравнение Фрийдмана

Закон расширения Вселенной определяется уравнениями Эйнштейна:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 8\pi GT_{\mu\nu} \quad (1.7)$$

Из этих уравнений может быть получено уравнение Фридмана, связывающее темп расширения Вселенной с плотностью энергии материи и пространственной кривизной

$$\left(\frac{\dot{a}(t)}{a(t)}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho(t) - \frac{k}{a^2(t)} \quad (1.8)$$

В случае плоской Вселенной имеем:

$$\left(\frac{\dot{a}(t)}{a(t)}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho(t) \quad (1.9)$$

На разных этапах эволюции Вселенной уравнение Фридмана будет принимать различный вид. Рассмотрим основные стадии Вселенной, упоминаемые в работе.

1.3 Радиационно-доминированная стадия

На более ранней стадии Вселенной (т.е. при более высоких температурах) энергии связи в атоме водорода не хватало для удержания электронов в атомах. По этой причине, вещество находилось в фазе электрон-фотон-протонной плазмы. При температурах $T \geq 10^4\text{K}$ необходимо рассматривать сценарий, при котором Вселенная заполнена ультррелятивистским веществом. Запишем закон сохранения:

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}(t)}{a(t)}(\rho + p) = 0 \quad (1.10)$$

В случае термодинамического равновесия вещества во Вселенной его можно упростить следующим образом:

$$\frac{d\rho}{\rho + p} = -3d(\ln a) \quad (1.11)$$

Для радиационно-доминирующей стадии уравнение состояния имеет вид

$$p = \frac{1}{3}\rho \quad (1.12)$$

Тогда уравнение (1.11) дает :

$$\rho = \frac{\text{const}}{a^4} \quad (1.13)$$

Уравнение Фридмана превращается в

$$\left(\frac{\dot{a}(t)}{a(t)}\right)^2 = \frac{\text{const}}{a^4} \quad (1.14)$$

и имеет решение

$$a(t) = \text{const} \times t^{\frac{1}{2}} \quad (1.15)$$

При этом постоянная Хаббла связана со временем следующим образом:

$$H = \frac{1}{2t} \quad (1.16)$$

Плотность энергии связана со временем как $\rho \propto t^{-2}$. В термодинамическом равновесии также выполняется соотношение

$$T(t) \approx \frac{\text{const}}{a(t)} \quad (1.17)$$

Размер горизонта в эту эпоху конечен и равен

$$l_H = 2t = \frac{1}{H(t)} \quad (1.18)$$

1.4 Эпоха доминирования вещества

При дальнейшем понижении температуры с течением времени в определенный момент становится выгодным образование атомов. При относительно низких температурах обычное вещество во Вселенной представляло собой нейтральный газ (преимущественно содержащий водород). После эпохи доминирования излучения, при температуре $T = 10^4\text{К}$ наступила эпоха доминирования нерелятивистской материи. На данном этапе верны следующие соотношения:

$$p = 0 \quad (1.19)$$

$$\rho = \frac{\text{const}}{a^3} \quad (1.20)$$

Решение уравнения Фридмана дает

$$a(t) = \text{const} \times t^{\frac{2}{3}}, \quad (1.21)$$

что в свою очередь приводит к соотношению между возрастом Вселенной и постоянной Хаббла:

$$t = \frac{2}{3H} \quad (1.22)$$

На данном этапе Вселенная будет расширяться, при чем со временем это расширение будет замедляться. Горизонт при этом будет меняться следующим образом

$$l_H(t) = 3t = \frac{2}{H(t)} \quad (1.23)$$

1.5 Рекомбинация и последнее рассеяние фотонов

Одним из значимых этапов эволюции Вселенной также является рекомбинация-момент перехода вещества из плазменного состояния в газообразное. В момент рекомбинации также произошло последнее рассеяние реликтовых фотонов: до этого момента фотоны интенсивно взаимодействовали с электронами в плазме, а после рекомбинации нейтральный газ становится прозрачным для фотонов. Основной реакцией данной эпохи следует считать реакцию



Температура рекомбинации определяется условием:

$$n_p(T_{rec}) \approx n_H(T_{rec}) \quad (1.25)$$

Другими словами, равновесные концентрации протонов и атомов водорода при данной температуре должны быть равны. Запишем уравнение Саха:

$$X_p + n_B X_p^2 \left(\frac{2\pi}{m_e T} \right)^{\frac{3}{2}} e^{\frac{\Delta H}{T}} = 1, \quad (1.26)$$

где

$$X_p = \frac{n_p}{n_B},$$

$$X_H = \frac{n_H}{n_B},$$

ΔH -энергия связи водорода.

Момент рекомбинации наступает при одновременном выполнении $X_p \sim 1$, $X_H \sim 1$. Решая уравнение Саха, получим в логарифмическом приближении температуру рекомбинации.

В приближении считаем температуру рекомбинации и температуру последнего рассеяния фотонов одинаковой:

$$T_{rec} \approx 3 \times 10^3 \text{K} \quad (1.27)$$

1.6 Барионная асимметрия Вселенной. Домены антивещества

Современные представления о Вселенной предполагают ее барионную асимметрию, под которой подразумевается отсутствие макроскопического антивещества в количестве, сравнимым с количеством вещества. Тем не менее, при определенных условиях возможна локальная генерация доменов антивещества, вызванная сильной неоднородностью бариосинтеза в малых масштабах. Стандартный механизм бариосинтеза предсказывает барионную асим-

метрию, выраженную как отношение разности плотностей барионов и антибарионов к плотности фотонов [1].

$$\eta = \frac{n_b - n_{\bar{b}}}{n_\gamma} \quad (1.28)$$

Глобально Вселенная заполнена барионным веществом, однако в ней могут существовать локальные области, домены, в которых преобладает антивещество.

Законы сильного и электромагнитного взаимодействия одинаковы для барионов и антибарионов. Из этого можно сделать вывод, что эволюция антиматерии может быть описана аналогично эволюции материи.

Несмотря на это, формирование привычных нам астрономических объектов в домене антибарионов невозможно: в процессе эволюции вещества в область возможно поступление продуктов нуклеосинтеза других звёзд извне. Поскольку продукты нуклеосинтеза внутри антизвезд покидают домен и не могут влиять на его химическую эволюцию, объекты внутри домена должны обладать составом, схожим с первичным химическим составом, образовавшимся при Большом Взрыве. Отсюда следует, что процессы, происходящие внутри регионов антивещества в ходе его эволюции, отличны от тех, которые происходят с веществом. Однако в ранней Вселенной в домене антивещества будут происходить процессы первичного нуклеосинтеза, что ведёт за собой образование антигелия.

Целью данной работы являлось определение параметров, характеризующих домен, с учетом ограничений, накладываемых экспериментально полученными данными, а также исследование эволюции подобного домена во времени. Для достижения указанной цели были сформулированы следующие конкретные задачи:

1. Определить допустимый диапазон барион-фотонного отношения η для домена антивещества на основе нуклеосинтеза Большого Взрыва (BBN) с использованием программы AlterBBN.
2. Вычислить глубину проникновения продуктов аннигиляции $p\bar{p}$ (фотонов, электронов, позитронов) внутрь домена и выделить доминирующий процесс взаимодействия в различных температурных диапазонах.
3. Сравнить полученные длины пробега с размером домена для радиационно-доминированной и вещественно-доминированной эпох.
4. Построить модель диффузии антибарионов к границе домена в сферическом приближении, учитывающую расширение Вселенной и радиационное трение.

5. Оценить степень ионизации атомарного антиводорода внутри домена под действием УФ-фотонов, рождающихся при обратном комптоновском рассеянии.
6. Обобщить модель на случай внутренних барионных включений (конфигурация «швейцарский сыр») и сформулировать критерий выживания антивещественного домена.
7. Рассчитать ожидаемый спектр электромагнитного излучения от невыживших доменов в диапазоне температур $T > 10^7$ К, 10^4 К $< T < 10^7$ К и $T < 3 \times 10^3$ К.

Работа состоит из девяти разделов и приложения.

В разделе 2 на основе BBN-ограничений определён допустимый интервал η и размера домена.

В разделе 3 рассмотрены продукты протон-антипротонной аннигиляции.

Раздел 4 посвящён процессам внутри домена (рождение e^+e^- пар, комптоновское рассеяние).

В разделе 5 проведено сравнение длины пробега с размером домена.

Раздел 6 содержит описание сферической диффузии и вывод временной зависимости коэффициента диффузии.

В разделе 7 вычислена степень ионизации в приграничном слое и во внутренней области домена.

Раздел 8 обобщает модель на случай внутренних барионных включений и выводит интегральный критерий выживания.

В разделе 9 построены спектры излучения для невыживших доменов в трёх температурных режимах с аналитическим описанием формы спектра.

В приложении приведены вспомогательные расчёты: плотность числа фотонов равновесного излучения, длина пробега электрона, вывод формулы для скорости фотоионизации.

Выжившие домены антивещества не должны противоречить следующим наблюдательным данным:

- диффузному гамма-фону [2];
- спектру реликтового излучения (отсутствие недопустимых искажений типа μ и y);
- данным первичного нуклеосинтеза (BBN) [1].

Невыжившие домены, напротив, могут оставлять характерные наблюдательные сигнатуры:

- аннигиляционную линию при 511 кэВ (e^+e^-);

- гамма-пик при 67,5 МэВ от распада $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$;
- эмиссионные линии водорода: Ly- α (10,2 эВ) и H- α (1,89 эВ);
- гладкий степенной континуум в рентгеновском диапазоне при $10^4 \text{ K} < T < 10^7 \text{ K}$.

Важным наблюдательным стимулом для изучения доменов антивещества являются результаты эксперимента AMS-02 на Международной космической станции. Коллаборацией были получены предварительные указания на существование нескольких событий-кандидатов, которые могут интерпретироваться как ядра антигелия-3 и антигелия-4 [3, 4, 5]. Хотя эти данные ещё не подтверждены с достаточной статистической значимостью, они вызывают значительный интерес в научном сообществе, поскольку стандартные астрофизические модели (столкновения космических лучей с межзвёздной средой) предсказывают флюенс антигелия значительно ниже чувствительности AMS-02 [4]. Это даёт основание предполагать существование локальных источников антивещества, в том числе антивещественных доменов, рассматриваемых в данной работе.

Полученные в работе оценки могут служить основой для интерпретации будущих наблюдений (в том числе в рентгеновском и гамма-диапазонах), а также для уточнения верхних пределов на долю антивещества в ранней Вселенной.

2. РАЗМЕР ДОМЕНА

Характер эволюции домена с течением времени во многом будет определяться его размером и химическим составом. Предполагая в нулевом приближении сферическую симметрию домена, определим его размер. Существуют определенные наблюдательные ограничения, которые влияют на данную характеристику.

2.1 Масса домена

Поскольку домен состоит из антивещества, в случае его нахождения под горизонтом будет происходить аннигиляция вещества с антивеществом, что, в свою очередь, будет приводить к разрушению домена с течением времени. Следовательно, для того, чтобы он дожил до современной эпохи, домен должен иметь достаточно большие масштабы. Таким образом, минимальная допустимая масса для домена должна составлять $10^3 M_{\odot}$.

Также необходимо, чтобы гамма фон, являющийся результатом процессов аннигиляции на границе, соответствовал наблюдаемому [2]. Данное ограничение определяет верхнюю границу для массы. Объединяя эти условия, получим массовый диапазон для домена:

$$10^3 M_{\odot} \leq M \leq 10^5 M_{\odot}. \quad (2.1)$$

2.2 Плотность домена

Будем считать, что рассматриваемый нами домен сформировался до эпохи первичного нуклеосинтеза, а значит не содержал в себе тяжелых элементов. Наличие в домене металлов подразумевало бы взаимодействие с веществом извне, что привело бы к наблюдаемым гамма-всплескам, вызванным аннигиляцией. Следовательно, домен должен обладать неметаллическостью, что, в свою очередь, накладывает определенные ограничения на его плотность. С одной стороны, домен должен состоять преимущественно из антигелия. С другой-в нем не могут содержаться элементы, начиная с углерода.

Основной характеристикой плотности домена является барион-фотонное отношение или отношение числа (анти)барионов к фотонам. Данная физическая величина позволяет определить массовые доли химических элементов внутри домена.

2.2.1 Программа AlterBBN

Для анализа зависимости массовых долей химических элементов от барион-фотонного отношения была использована программа AlterBBN-общедоступная программа на C, вычисляющая содержание элементов, формирующихся в процессе Большого взрыва. В AlterBBN реализованы различные космологические сценарии, которые могут изменить исход BBN. Кроме того, включен пакет SuperIso Relic, чтобы можно было исследовать альтернативные модели с использованием ограничений BBN. Программа состоит из пяти основных подпрограмм, которые, за исключением стандартной программы космологической модели, требуют, чтобы в качестве входных аргументов были заданы различные свободные параметры. AlterBBN включает в себя пять различных программ. В работе была использована подпрограмма alter_eta.x для исследования образования химических элементов при разных значениях параметра η в следующем диапазоне: $1 \times 10^{-17} \div 1 \times 10^{-4}$.

2.2.2 Полученные результаты

На графиках представлены зависимости массовой доли образующихся элементов от барион-фотонного отношения для следующих элементов: ${}^4\text{He}$ (рис.1), ${}^{12}\text{C}$ (рис.2). По полученным данным можно определить плотностной диапазон, необходимый для существования домена:

$$3 \times 10^{-12} \leq \eta \leq 1 \times 10^{-6} \quad (2.2)$$

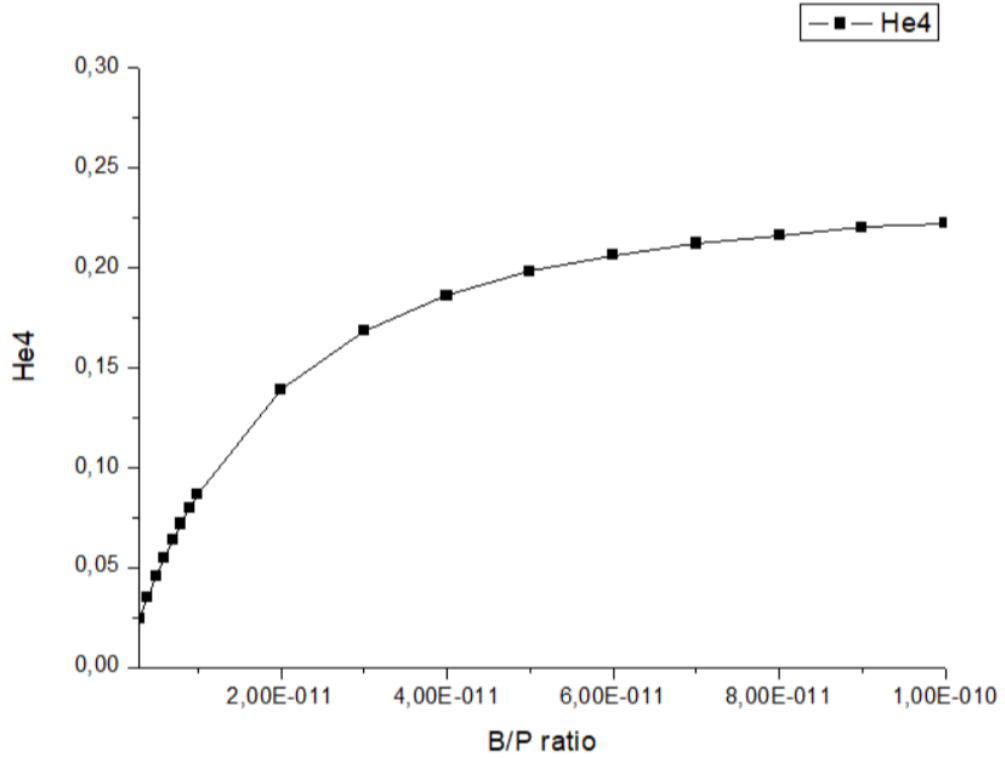


Рисунок 1 — График зависимости массовой доли ${}^4\text{He}$ от барион-фотонного отношения.

Размер домена будет определяться его массой и плотностью. По полученным данным определим связь радиуса домена с указанными параметрами. В случае сферической симметрии

$$R = \left(\frac{N}{n} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad (2.3)$$

где

$$N = \frac{M}{m_p};$$

$$n = \eta n_\gamma;$$

n_γ -концентрация тепловых фотонов в домене;

Для фотонов, распределение которых подчиняется планковскому спектру, характерна зависимость (A.1):

$$n_\gamma \approx 0,24 \times T^3 \quad (2.4)$$

Объединяя условия для существования подобного домена, получим оценку для его размера:

$$R = \left(\frac{M}{0,24 m_p \eta T^3} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (2.5)$$

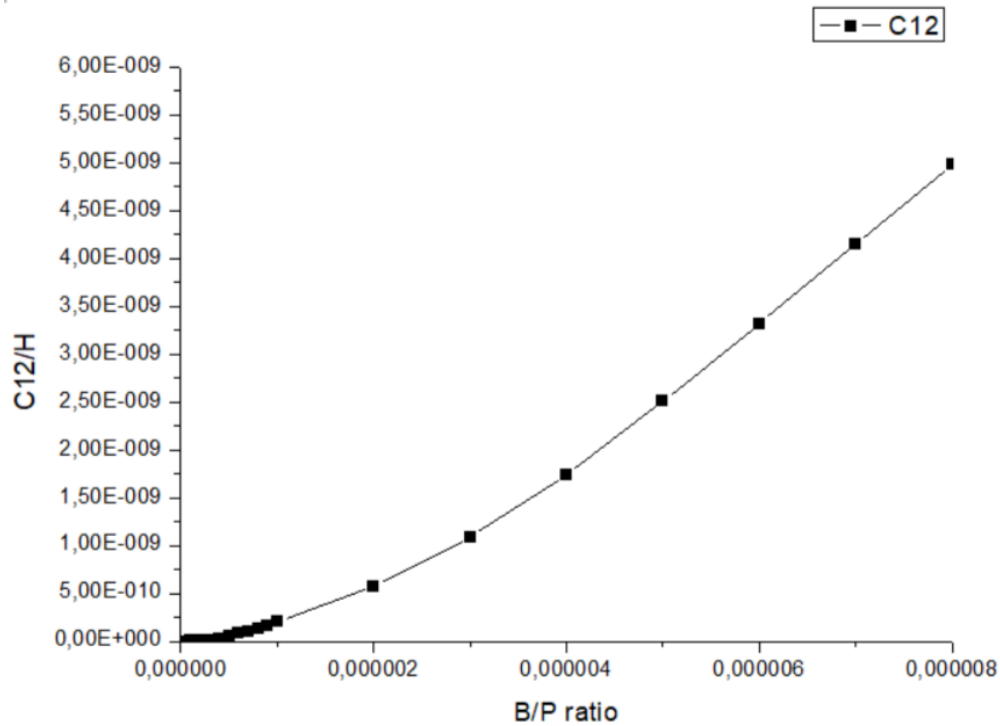


Рисунок 2 — График зависимости массовой доли ^{12}C от барион-фотонного отношения.

Из полученных оценок видно, что для каждого момента времени размер домена будем находиться в определенном диапазоне, определяемом плотностью и массой домена.

Размер домена, в свою очередь будет определять процессы, происходящие как на его границе, так и внутри. В случае, если размер горизонта превышает размер домена, на его границе будет происходить аннигиляции барионов с антибарионами. Следовательно, необходимо провести сравнение данных размеров для разных эпох Вселенной.

Дополнительно отметим, что при переходе Вселенной из радиационной эпохи в эпоху доминирования вещества, максимально возможный размер домена будет значительно меньше размеров горизонта, а значит он "войдет" под горизонт в радиационную эпоху.

2.3 Сравнение размера домена с горизонтом

Как было отмечено ранее, домен "зайдет" под горизонт в определенный момент времени, соответствующий эпохе доминирования ультрарелятивистского вещества. С учетом сферической симметрии размер домена может быть в нулевом приближении описан полученной ранее формулой (2.5). Определим,

в какой момент времени произойдет превышение размером горизонта размера домена. Нас будет интересовать численная оценка данного момента.

Напомним, что масса домена заключена в диапазоне $10^3 M_\odot \leq M \leq 10^5 M_\odot$. Диапазон для барион-фотонного отношения домена: $3 \times 10^{-12} \leq \eta \leq 1 \times 10^{-6}$. Концентрация фотонов прямо пропорциональна температуре в 3 степени $n_\gamma \approx 0,24T^3$, которая, в свою очередь, в радиационную эпоху связана со временем следующим соотношением:

$$T(K) = \frac{10^{10}}{\sqrt{t(c)}} \quad (2.6)$$

Таким образом, можно выразить общую формулу зависимости размера домена от времени:

$$R = \left(\frac{Mt^{\frac{3}{2}}}{0,24m_p\eta 10^{30}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.7)$$

Исходя из наших предположений, домен должен "зайти" под горизонт в эпоху доминирования ультрарелятивистского вещества, следовательно для оценки размера горизонта необходимо использовать соотношение (1.18). В этом случае должно выполняться следующее неравенство:

$$2ct \geq R \quad (2.8)$$

$$2ct \geq \left(\frac{Mt^{\frac{3}{2}}}{0,24m_p\eta 10^{30}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.9)$$

Таким образом, получим ограничения на временные значения:

$$t \geq \left(\frac{M}{2c^3m_p\eta 10^{30}} \right)^{\frac{2}{3}}. \quad (2.10)$$

Воспользовавшись связью температуры со временем, получим ограничение на величину температуры:

$$T \leq 2c10^{20} \left(\frac{m_p\eta}{0,24M} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (2.11)$$

Подставляя граничные значения для массы и барион-фотонного отношения, получим максимальное и минимальное значение времени и соответствующие ему значения температуры, удовлетворяющие неравенству (2.7):

$$t_{min} = 0,5 \times 10^3 c;$$

$$t_{max} = 5,0 \times 10^7 \text{с.}$$

Полученный результат означает, что при $t < 0,5 \times 10^3 \text{с}$ превышение горизонтом размера домена не возможно. Получим соответствующий диапазон температур:

$$t = t_{min} : T = 4,5 \times 10^8 \text{К} \quad (2.12)$$

$$t = t_{max} : T = 1,4 \times 10^6 \text{К} \quad (2.13)$$

Таким образом, максимально возможная температура $T = 4,5 \times 10^8 \text{К}$. В последствие наблюдается охлаждение домена, связанное с остыванием Вселенной.

Полученные значения соответствуют радиационной эпохе Вселенной, что подтверждает высказанные ранее предположения.

3. ПРОТОН-АНТИПРОТОННАЯ АННИГИЛЯЦИЯ НА ГРАНИЦЕ ДОМЕНА С ГОРИЗОНТОМ.

Поскольку ранее было определено, что начиная с некоторого времени размер домена станет меньше размера горизонта, на его границе будет происходить аннигиляция барионов с антибарионами. Данный процесс будет вносить вклад в характер эволюции домена во время. Следовательно, необходимо учитывать вклад аннигиляции для корректного описания домена. В данной главе будут рассмотрены вторичные процессы, связанные с аннигиляцией барионов с антибарионами.

Продуктами аннигиляции являются фотоны (образующиеся в результате распада нейтрального пиона) и электроны/позитроны (продукты распада заряженных пионов). Рассмотрим каждый из этих процессов.

3.1 Распад нейтрального пиона.

$$\pi^0 \rightarrow 2\gamma \quad (3.1)$$

При распаде нейтрального пиона, обладающего энергией 135МэВ, образуется 2 фотона, средняя энергия каждого из которых составляет

$$E_\gamma = 67,5\text{МэВ} \quad (3.2)$$

Распределение высокоэнергетичных фотонов по энергиям подчиняется равномерному распределению [8]:

$$E_\gamma \in \left[\frac{1}{2}E_\pi(1 - \beta), \frac{1}{2}E_\pi(1 + \beta) \right], \quad (3.3)$$

где

E_π -энергия пиона;

$$\beta = \frac{v}{c},$$

v -скорость пиона.

Поскольку в ходе аннигиляции образуется в среднем 1-3 нейтральных пиона, то среднее количество образующихся фотонов в ходе такой реакции равно[7]:

$$N_\gamma = 3,93 \pm 0,24. \quad (3.4)$$

3.2 Распад заряженных пионов.

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \quad (3.5)$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \quad (3.6)$$

В ходе протон-антипротонной аннигиляции так же возможно образование заряженных пионов. Они, в свою очередь, распадаются на мезоны и (анти)нейтрино. Нас будет интересовать дальнейший распад мезона в электрон или позитрон:

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu \quad (3.7)$$

$$\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e \quad (3.8)$$

В качестве примера рассмотрим распад отрицательно заряженного пиона (3.6). Будем считать, что пион покоится. В таком случае $p_\pi^* = 0$, $\vec{p}_\mu^* + \vec{p}_\nu^* = 0$. Из закона сохранения импульса получим:

$$p_\pi = p_\mu + p_\nu \quad (3.9)$$

$$m_\pi^2 - 2p_\pi p_\mu + m_\mu^2 = p_\nu^2 \quad (3.10)$$

Выразим энергию мюона в системе покоя пиона:

$$E_\mu^* = \frac{m_\pi^2 + m_\mu^2 - m_\nu^2}{2m_\pi} \quad (3.11)$$

Получим, что после распада мюон приобретает энергию $E_\mu^* = 110\text{МэВ}$.

Рассмотрим теперь распад отрицательно заряженного мюона. Распределение электронов, образующихся при распаде отрицательного мюона, будет описываться спектром Мишеля[9]:

$$\frac{d\Gamma}{dE_e} = \left(\frac{g_w}{M_w c} \right)^4 \frac{m_{mu}^2 E^2}{2\hbar(4\pi)^3} \left(1 - \frac{4E}{3m_\mu c^2} \right) \quad (3.12)$$

Форма спектра для позитронов, образующихся при распаде, согласуется с теоретическим описанием и выглядит следующим образом[9]:

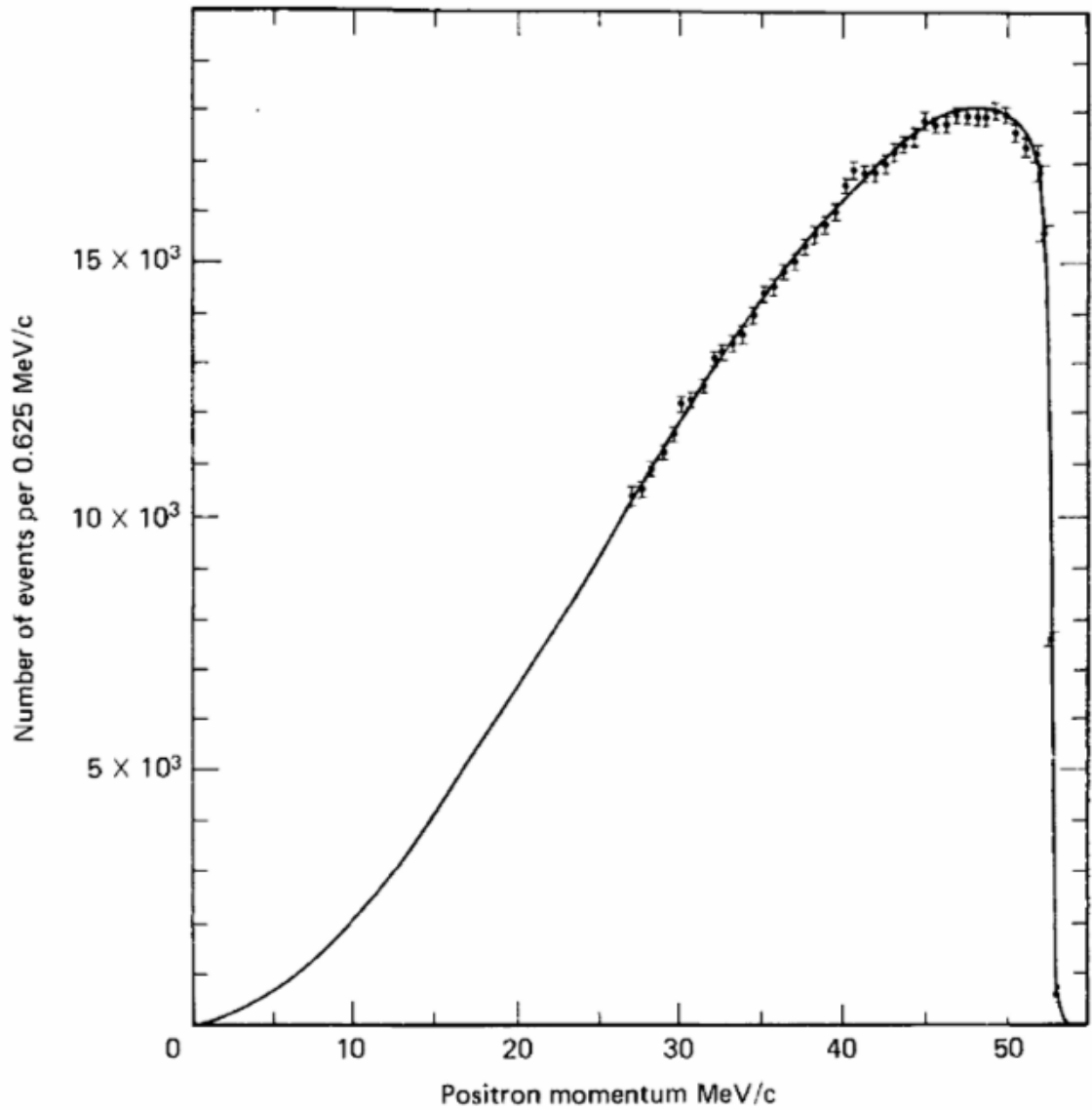


Рисунок 3 — Экспериментальный спектр позитронов.

Средняя энергия для данного спектра составляет[9]

$$\langle E_e \rangle = \frac{m_\mu}{4} \approx 26,4 \text{ МэВ}. \quad (3.13)$$

$$\sigma^2 = \langle E_e^2 \rangle - \langle E_e \rangle^2 = \frac{m_\mu^2}{48} \approx 232,6 \text{ МэВ}^2 \quad (3.14)$$

$$\sigma \approx 15,2 \text{ МэВ} \quad (3.15)$$

Отметим, что спектры для электронов выглядят аналогично. Таким образом, энергия образовавшегося электрона лежит в диапазоне:

$$E_{e^-} \in [11, 42] \text{ МэВ}. \quad (3.16)$$

4. ПРОЦЕССЫ ВНУТРИ ДОМЕНА

Напомним, что рассматриваемый нами домен состоит из антивещества, т.е. содержит внутри себя позитроны. Вследствие рассматриваемых нами процессов внутрь домена будут попадать продукты распада нейтральных и заряженных пионов: высокоэнергетичные фотоны, электроны и позитроны. В связи с этим возможно протекание различных процессов внутри домена. Рассмотрим, что будет происходить внутри домена в радиационную эпоху.

4.1 Образование электрон-позитронной пары.

Проникая в домен, высокоэнергетичные фотоны, образующиеся в результате протон-антипротонной аннигиляции, будут взаимодействовать с тепловым фотоном внутри домена. В результате, возможно образование электрон-позитронных пар.

$$\gamma + \gamma \rightarrow e^- + e^+ \quad (4.1)$$

4.1.1 Условие протекания процесса.

Определим условие протекания данного процесса. Рассмотрим встречное движение фотонов. В системе центра масс (где сумма импульсов равна нулю) квадрат инвариантной массы системы двух фотонов равен:

$$s = (E_1 + E_2)^2 - (E_1 - E_2)^2 = 4E_1E_2 \quad (4.2)$$

Условие образования пар:

$$\sqrt{s} \geq 2m_e c^2 \quad (4.3)$$

$$E_1 E_2 \geq (m_e c^2)^2 = 0,26 \text{ МэВ}^2 \quad (4.4)$$

Подставляя среднее значение для энергии фотона, образующегося при распаде нейтрального пиона, получим, что тепловой фотон должен обладать энергией $E_2 \geq E_{min} = 3,9 \text{ кэВ}$.

Распределение тепловых фотонов подчиняется распределению Планка. При этом, количество фотонов с определенной энергией определяется следующим образом:

$$\frac{dn_\gamma}{dE} = \frac{8\pi E^2}{(hc)^3 (e^{\frac{E}{kT}} - 1)} \quad (4.5)$$

При $E \gg kT$ формула примет вид:

$$\frac{dn_\gamma}{dE} = \frac{8\pi E^2 e^{-\frac{E}{kT}}}{(hc)^3} \quad (4.6)$$

Данная формула гарантирует наличие отличной от нуля концентрации высокоэнергетичных фотонов. Доля фотонов с $E_2 \geq 3,9 \text{кэВ}$ в планковском распределении может быть вычислена следующим образом:

$$n_{\gamma_high} \approx n_{\gamma} \left(\frac{E_{min}}{kT} \right)^2 e^{-\frac{E_{min}}{kT}}, \quad (4.7)$$

где $n_{\gamma} \approx 0,24T^3$.

Подставляя значения минимальной энергии и температуры, получим, что концентрация высокоэнергетичных фотонов становится незначительной при температуре менее 10^7К (менее 1%).

При этом, при $T = 10^8 \text{К}$ доля высокоэнергетичных тепловых фотонов составляет порядка 50%, при $T = 10^7 \text{К}$ - порядка 22%. Следовательно, в период времени $t \leq 10^6 \text{с}$ внутри домена возможно образование позитрон-электронных пар.

4.1.2 Сечение взаимодействия.

Вычислим сечение взаимодействие для образования позитрон-электронных пар внутри домена. Взаимодействие двух фотонов описывается формулой Брейта-Уилера для высоких энергий:

$$\sigma_{pp} \approx \frac{\pi\alpha^2}{s} \left[2 \ln \left(\frac{s}{m_e^2} \right) - 1 \right] \quad (4.8)$$

Заметим, что энергия теплового фотона значительно меньше энергии аннигиляционного фотона. В таком случае наблюдается асимметрия энергии и формула, описывающая сечение реакции будет выглядеть следующим образом[10]:

$$\sigma_{pp} \approx \frac{2\pi\alpha^2}{s} \left[2 \ln \frac{s}{m_e^2} - \frac{3}{2} \right] \approx 2,1 \times 10^{-28} \text{см}^2, \quad (4.9)$$

где $E_1 \gg E_2$.

В результате реакции образуется электрон-позитронная пара. При чем, одна из частиц получит почти всю энергию аннигиляционного фотона, в то время как вторая приобретет энергию сравнимую с энергией покоя электрона. Для определенности будем считать, что электрон приобретает энергию порядка 67МэВ, а позитрон - около 1МэВ.

4.1.3 Вторичные процессы.

Поскольку в результате образования электрон-позитронной пары в ряде случаев электрон будет приобретать энергию порядка 67МэВ, то в даль-

нейшем возможна аннигиляция позитронов, находящихся в домене, с образовавшимся высокоэнергетическим электроном. Предполагая термодинамическое равновесие внутри домена, вычислим тепловую энергию позитронов:

$$\langle E_{e^+} \rangle = \frac{3}{2}kT \quad (4.10)$$

Поскольку рождение электронов в результате взаимодействия двух фотонов можно считать значительным при $T \in [2.83 \times 10^8, 10^7] \text{К}$, получим диапазон для энергий позитрона в данный промежуток времени:

$$\langle E_{e^+} \rangle \in [1, 37] \text{кэВ} \quad (4.11)$$

Таким образом, после образования электрон-позитронной пары возможно аннигиляция возникнувшего электрона с позитроном внутри домена. Основным каналом при взаимодействии электрона и позитрона считаем образование двух фотонов. Площадь сечения взаимодействия такого процесса может быть вычислена по формуле:

$$\sigma_{2\gamma} \approx \frac{\pi r_e^2}{x} \ln(2x), \quad (4.12)$$

где $x = \frac{E}{m_e c^2}$.

4.2 Комptonовское рассеяние.

Помимо образования электрон-позитронных пар внутри домена возможно также комptonовское рассеяние фотона на позитроне. Данный процесс будет преобладающим при $T < 10^7 \text{К}$.

4.2.1 Энергетические потери.

Изменение энергии после одного комptonовского рассеяния описывается следующим соотношением:

$$E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{m_e c^2}(1 - \cos\theta)} \quad (4.13)$$

Тогда относительная потеря энергии:

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{E' - E}{E} = -1 + \frac{1}{1 + \epsilon(1 - \cos\theta)}, \quad (4.14)$$

где $\epsilon = \frac{E}{m_e c^2}$

Предполагая рассеяние изотропным, усредним данное выражение по углам. В соответствии с этим, относительные потери энергии примут вид:

$$\left\langle \frac{\Delta E}{E} \right\rangle = -\frac{\ln(2\epsilon) + \frac{1}{2}}{\epsilon}, \quad (4.15)$$

$\epsilon \gg 1$.

Общий вид относительных потерь энергии может быть записан следующим образом:

$$\left\langle \frac{\Delta E}{E} \right\rangle = -\epsilon + 4\frac{kT_e}{m_e c^2} \quad (4.16)$$

Второе слагаемое в данном случае отвечает за тепловое движение позитронов в домене. Однако, поскольку $E_\gamma \gg m_e c^2$, этим слагаемым можно пренебречь. Тогда:

$$\left\langle \frac{\Delta E}{E} \right\rangle = -\frac{E_\gamma}{m_e c^2} \quad (4.17)$$

Заметим, что при однократном рассеянии фотон не теряет всю энергию. Определим, сколько рассеяний потребуется для снижения энергии фотона до 1МэВ. Эволюция распределения фотонов при многократном рассеянии описывается уравнением Компанейца [11]:

$$\frac{\partial n}{\partial y} = \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left[x^4 \left(\frac{\partial n}{\partial x} + n + n^2 \right) \right], \quad (4.18)$$

где

n -количество фотонов в состоянии с безразмерной энергией x ;

$y = \int \frac{kT_e}{m_e c^2} \sigma_\tau n_p c dt$ -комптоновский параметр.

При $x \gg 1$ доминирующим процессом необходимо считать охлаждение фотонов (индуцированное рассеяние пренебрежимо мало). Уравнение Компанейца в данном случае упрощается до вида:

$$\frac{\partial n}{\partial y} \approx \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial n}{\partial x} \right) \quad (4.19)$$

Решение данного уравнения выглядит следующим образом:

$$n(x, y) \sim x^{-3} e^{-4y} \quad (4.20)$$

Из него следует, что изменение энергии фотонов имеет экспоненциальный характер:

$$E = E_0 e^{-4y} \quad (4.21)$$

Комптоновский параметр связан с количеством рассеяний следующим образом:

$$y = \frac{kT_e}{m_e c^2} N \quad (4.22)$$

Воспользуемся решением:

$$N \approx \frac{m_e c^2}{kT_e} \ln \left(\frac{E_0}{E} \right) \quad (4.23)$$

Для рассматриваемого диапазона температур ($T < 10^7 \text{K}$) количество рассеяний, необходимых для снижения энергии фотона с $E_0 = 67,5 \text{МэВ}$ до $E_N = 1 \text{МэВ}$:

$$N > 2,5 \times 10^3 \quad (4.24)$$

4.2.2 Сечение взаимодействия.

Вычислим теперь сечение взаимодействия данной реакции. По формуле Клейна Нишины:

$$\sigma_{KN} = \sigma_\tau f(x), \quad (4.25)$$

где

$\sigma_\tau = \frac{8\pi r_e^2}{3} = 6,7 \times 10^{-25} \text{см}^2$ -томпсоновское сечение рассеяния,
 $f(x)$ -поправочный фактор, учитывающий релятивистские эффекты,
 $x = \frac{E}{m_e c^2}$ -безразмерная энергия фотона.

Поправочный фактор определяется следующим выражением:

$$f(x) = \frac{3}{8x} \left(\ln 2x + \frac{1}{2} \right) \quad (4.26)$$

Тогда для среднего значения энергии аннигиляционного фотона $E_\gamma = 67,5 \text{МэВ}$ площадь сечения однократного комптоновского рассеяния в момент совпадения размеров домена и горизонта будет следующей:

$$\sigma_k = 10^{-26} \text{см}^2. \quad (4.27)$$

С понижением энергии фотона значение сечения будет приближаться к томпсоновскому сечению.

С учетом численных решений уравнения Компайнеца, получим [12]:

$$\langle \sigma \rangle = \sigma_\tau \left[1 - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{m_e c^2}{E_0} \right) \right] \approx 0,5 \sigma_\tau \approx 3,4 \times 10^{-25} \text{см}^2 \quad (4.28)$$

$$\sigma_{eff} = N \langle \sigma \rangle \quad (4.29)$$

Подставляя найденные значения, получим:

$$\sigma_{eff} \geq 8.4 \times 10^{-22} \text{см}^2 \quad (4.30)$$

4.3 Различные сценарии.

Поскольку со временем температура домена понижается, необходимо рассматривать различные сценарии, принимая во внимание все процессы, возможные при заданных условиях.

4.3.1 $T \in [4, 5 \times 10^8, 10^7] \text{К}$.

В период времени, соответствующий данному диапазону температур, возможны следующие процессы:

- образование позитрон-электронных пар при взаимодействии аннигиляционного и теплового фотонов и дальнейшая аннигиляция электрона с позитроном;
- многократное комптоновское рассеяние аннигиляционного фотона на позитроне;
- распад отрицательно заряженного мюона и дальнейшая аннигиляция электрона с позитроном.

При этом ведущим процессом, влияющим на длину пробега аннигиляционного фотона, можно считать образование пар в силу высокой концентрации тепловых фотонов в радиационную эпоху. Полное сечение взаимодействия для аннигиляционного фотона при данной температуре:

$$\sigma \approx \sigma_{pp} \approx 2,1 \times 10^{-28} \text{см}^2 \quad (4.31)$$

4.3.2 $T \leq 10^7 \text{К}$.

Начиная с момента, когда температура домена становится равной $T = 10^7 \text{К}$ ($t = 10^6 \text{с}$), образование позитрон-электронных пар становится маловероятным даже с учетом высокоэнергетичного хвоста в распределении Планка. В таком случае, внутри домена будет происходить два процесса:

- многократное комптоновское рассеяние;
- распад отрицательно заряженного мюона и дальнейшая аннигиляция электрона с позитроном.

При этом, ведущим процессом, влияющим на длину пробега аннигиляционного фотона, необходимо считать комптоновское рассеяние на позитроне. Сечение взаимодействия для аннигиляционного фотона в данном случае равно:

$$\sigma = \sigma_k \approx 8.4 \times 10^{-22} \text{см}^2. \quad (4.32)$$

5. ГЛУБИНА ПРОНИКНОВЕНИЯ ФОТОНОВ ВНУТРЬ ДОМЕНА

Глубина проникновения фотонов внутрь домена определяется их длиной пробега, которая может быть вычислена следующим образом:

$$\lambda = \frac{1}{n\sigma}, \quad (5.1)$$

где

n -концентрация позитронов/тепловых фотонов в домене,
 σ -сечение взаимодействия.

5.1 Образование позитрон-электронных пар

Поскольку $n_\gamma \approx 0,24T^3$, то длина пробега аннигиляционных фотонов до образования позитрон-электронной пары при взаимодействии с тепловым фотоном определяется соотношением:

$$\lambda_{pp} = \frac{1}{0,24T^3\sigma_{pp}} \approx 2 \times 10^{28}T^{-3}\text{см} \quad (5.2)$$

Поскольку образование пар возможно при $T \geq 10^7$, то получим диапазон для длины пробега:

$$2 \times 10^2\text{см} \leq \lambda_{pp} \leq 2 \times 10^7\text{см}. \quad (5.3)$$

5.2 Комптоновское рассеяние

Определим концентрацию позитронов в домене, на которых возможно рассеяние. Данная оценка является призрачной, т.к в ней игнорируется изменение концентрации позитронов на границе домена с течением времени в связи с аннигиляцией барионов с антибарионами.

$$n_p = \frac{\rho Z}{m_p}, \quad (5.4)$$

где

$Z=1$ -среднее число электронов на нуклон для домена, состоящего преимущественно из антиводорода и антигелия.

$$\rho = n_\gamma \eta m_p = 0,24T^3 \eta m_p \quad (5.5)$$

Таким образом, длина пробега аннигиляционного фотона, соответствующая многократному комптоновскому рассеянию, равна:

$$\lambda_k = \frac{1}{0,24T^3\eta Z\sigma_{eff}} \quad (5.6)$$

Оценим основные значения для $T = 10^7\text{К}$, $\sigma_{eff} = 8.4 \times 10^{-22} \text{ см}^2$:

$$\eta = 3 \times 10^{-12} : \lambda_k = 2 \times 10^{12} \text{ см};$$

$$\eta = 1 \times 10^{-6} : \lambda_k = 5 \times 10^6 \text{ см}.$$

5.3 Сравнение длины пробега с размерами домена

Полученную глубину проникновения фотонов можно сравнить с размерами домена. Предполагая сферическую симметрию, запишем следующее неравенство:

$$\lambda < R. \quad (5.7)$$

5.3.1 Образование позитрон-электронных пар

Поскольку образование позитрон-электронных пар возможно только при температурах $T \geq 10^7\text{К}$, то определим размер домена в период времени $0,5 \times 10^3 \leq t \leq 10^6\text{с}$:

$$R_{min} \approx 10^{13} \text{ см};$$

$$R_{max} \approx 10^{17} \text{ см}.$$

Сравнивая с возможным диапазоном для длины пробега $10^2 \leq \lambda_{pp} \leq 10^5 \text{ см}$, можно сделать вывод, что в любой момент времени в рассматриваемом интервале глубина проникновения аннигиляционных фотонов значительно меньше размеров домена. Таким образом, в силу высокой концентрации тепловых фотонов в радиационную эру, взаимодействие фотонов будет происходить близко к границе домена. При этом, всегда будет существовать область внутри домена, где образование пар происходит не будет.

5.3.2 Комптоновское рассеяние

Т.к комптоновское рассеяние возможно при любой температуре, неравенство, связывающее длину пробега с размером домена, будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{1}{0,24T^3\eta Z\sigma_{eff}} < R \quad (5.8)$$

Пользуясь связью времени с температурой и выведенной ранее формулой, определяющей размер домена, получим:

$$\frac{t^{\frac{3}{2}}}{0,24 \times 10^{30} \eta Z \sigma_{eff}} < \left(\frac{M t^{\frac{3}{2}}}{m_p \eta 10^{30}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (5.9)$$

Подставив в правую часть неравенства известные значения, получим неравенство для времени, в течение которого глубина проникновения аннигиляционных фотонов меньше:

$$t < \frac{Z 10^{20} \sigma_{eff} \eta^{\frac{2}{3}} M^{\frac{1}{3}}}{0,62 m_p^{\frac{1}{3}}} \quad (5.10)$$

Учтем так же условие на доминирование комптоновского рассеяния:

$$\begin{cases} t > 10^6 \text{с} \\ t < \frac{Z 10^{20} \sigma_{eff} \eta^{\frac{2}{3}} M^{\frac{1}{3}}}{0,62 m_p^{\frac{1}{3}}} \approx \eta^{\frac{2}{3}} M^{\frac{1}{3}} \times 7 \times 10^6 \text{с} \end{cases}$$

Для минимальных значений плотности и массы:

$$t \in (10^6, 3 \times 10^{10}) \text{с} \quad (5.11)$$

Для максимальных значений плотности и массы:

$$t \in (10^6, 6 \times 10^{14}) \text{с} \quad (5.12)$$

6. ДИФФУЗИЯ

Поскольку как было оценено ранее, размер домена не превосходит размер горизонта, на их границе образуется тонкий слой, где происходит аннигиляция. Протоны и антипротоны будут диффундировать к этой границе, что напрямую будет влиять на скорость и характер аннигиляции.

Заметим, что рассматриваемая геометрия полностью определяет законы, по которым протекает диффузия.

Существуют модели, описывающие диффузию в плоском приближении [13]. Однако подобная модель будет релевантна только при описании больших доменов. В случае малых размеров рассматриваемой области, подобное приближение перестает работать.

Рассмотрим модифицированное уравнение Фика, описывающее процесс диффузии в домене в сферическом приближении:

$$\frac{\partial n_b}{\partial t} = \frac{D(t)}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial n_b}{\partial r} \right) - \Gamma_{\text{ann}}(r) n_b - \beta n_b, \quad (6.1)$$

где Γ_{ann} -локальная скорость аннигиляции, максимальная на границе и стремящаяся к нулю в центре;

βn_b -слагаемое, учитывающее расширение Вселенной.

В случае антипротонов уравнение будет выглядеть аналогично.

Перенос барионов и антибарионов к границам областей определяется процессами упругого рассеяния. Процесс диффузии основан на столкновениях с обменом импульсом. Траектории частиц при этом становятся случайными. Рассмотрим, какие процессы будут определять характер диффузии.

- Кулоновское рассеяние протона на электроне: является наиболее эффективным механизмом для заряженных барионов. Протоны взаимодействуют напрямую с электронами посредством кулоновской силы.



Перенос протонов ограничен подвижностью электронов из-за необходимости сохранения локальной электронейтральности, что делает связь электрона с фотоном основным ограничением для диффузии барионов.

- Непрямое рассеяние протона на фотоне
- Прямое рассеяние протона на фотоне. Заметим, что сечение этого процесса очень мало ($\sigma_{p\gamma} \lesssim 10^{-31} \text{ см}^2$) и несущественно для диффузии в ранней Вселенной.

Коэффициент диффузии $D(t)$ в уравнении Фика, описывающий характер этого процесса, вычисляется по следующему соотношению:

$$D(t) = \frac{1}{3} \lambda v \quad (6.3)$$

где

λ -длина свободного пробега частиц;

v -скорость частиц.

Длина свободного пробега может быть определена по формуле (5.1). Для этого необходимо оценить концентрацию частиц и площадь сечения для соответствующих процессов. Таким образом, формула, описывающая коэффициент диффузии, примет следующий вид:

$$D(t) = \frac{1}{3} \frac{1}{n\sigma} v \quad (6.4)$$

Следовательно, задача описания диффузии сводится к оценке концентрации взаимодействующих частиц (а следовательно и характера доминирующего процесса) и сечения реакции. Отметим, что в данном случае необходимо рассматривать каждую эпоху эволюции Вселенной отдельно.

6.1 Радиационно-доминированная эпоха

Для описания диффузии барионов на границу раздела домена с горизонтов необходимо рассматривать следующие процессы:

- упругое рассеяние электронов на фотонах:



- косвенное взаимодействие протона с фотоном.

Прямым взаимодействием протона с фотоном можно пренебречь в силу малости сечения взаимодействия.

Поскольку процесс диффузии рассматривается на радиационной стадии, то скорость частиц в данном случае будет равняться скорости света: $v = c$.

Концентрация в радиационную эру связана с масштабным фактором следующим соотношением:

$$n_e \propto a(t)^{-3} \quad (6.6)$$

С учетом соотношения между давлением и плотностью, задаваемым уравнением состояния, масштабный фактор связан со температурой как $a(t) \propto T^{-1}$.

Тогда получим:

$$D(t) \propto \frac{c}{0,24\sigma_{sc}T^3} \quad (6.7)$$

Сечение взаимодействие данного процесса может быть выполнено по формуле Клейна-Нишины (4.2.2) с учетом релятивистских поправок

$$\sigma_{sc} = \sigma_{\tau} f(x), \quad (6.8)$$

$$f(x) = \frac{3}{8} \frac{E_{\gamma}}{m_e c^2} \left(\ln 2 \frac{E_{\gamma}}{m_e c^2} + \frac{1}{2} \right) \quad (6.9)$$

Поскольку фотоны подчиняются распределению Планка, их средняя энергия равна

$$\langle E_{\gamma} \rangle \approx 3kT \quad (6.10)$$

В данном случае температура ограничена условием на размеры домена по сравнению с горизонтом и рамками радиационно-доминирующей стадии: $T \in [10^4, 10^8] \text{K}$.

После подстановки найденных зависимостей получим формулу для оценки коэффициента диффузии:

$$D_{RD}(t) \propto \frac{c}{\sigma_{\tau} f(x) T^3} = \frac{ct^{\frac{3}{2}}}{\sigma_{\tau} f(x) 10^{30}} \propto \frac{t^{\frac{3}{2}}}{\sigma_{\tau} f(x)} \quad (6.11)$$

Поскольку при высоких температурах будет происходить процесс многократного рассеивания с потерей энергии, то воспользуемся полученными ранее значениями для эффективного сечения рассеяния (4.30). В конечном итоге, получим формулу для коэффициента диффузии:

$$D_{RD}(t) \propto \frac{t^{\frac{3}{2}}}{\sigma_{eff}} \propto t^{\frac{3}{2}} \quad (6.12)$$

6.2 Эпоха доминирования вещества

При температуре $T = 10^4 \text{K}$ во Вселенной наступает эпоха доминирования вещества. При этом, меняются основные характерные зависимости. В эпоху доминирования вещества плотность числа частиц ведет себя аналогично радиационной эпохе ($n_e \propto a(t)^{-3}$), однако связь масштабного фактора со временем выглядит по-другому:

$$a(t) \propto t^{\frac{2}{3}} \quad (6.13)$$

Стоит отметить, что даже для эпохи доминирования вещества необходимо рассматривать различные сценарии в зависимости от температуры. Границей, в данном случае, будет служить последнее рассеяние фотонов или момент рекомбинации, после которого характер процессов меняется. Рекомбинация наступила при температуре $T = 3 \times 10^3 \text{K}$.

6.2.1 До рекомбинации

До наступления рекомбинации Вселенная все еще заполнена сильно ионизированной плазмой, поэтому рассуждения о процессах, происходящих в радиационно-доминированную эпоху, могут перенесены и на этот период времени. Воспользуемся известными зависимостями для оценки коэффициента диффузии. Подставим в формулу (6.4):

$$D_{MD}(t) \propto \frac{1}{3} t^2 v \frac{1}{\sigma} \quad (6.14)$$

При этом, скорость частиц уже не сопоставима со скоростью света и зависит от температуры, а движение может быть описано как тепловое:

$$v = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \quad (6.15)$$

До наступления рекомбинации доминирующим процессом все так же необходимо считать комптоновское рассеяние. Однако при низких температурах данный процесс будет однократным и без заметных потерь энергии. Следовательно, сечение взаимодействия будет равно томпсоновскому сечению $\sigma = \sigma_{\tau}$.

$$D_{MD} \propto \frac{1}{3} t^2 \sqrt{\frac{3kT}{m}} \frac{1}{\sigma} \quad (6.16)$$

С учетом упомянутых зависимостей:

$$D_{DM}(t) \propto \frac{t^{\frac{5}{3}}}{\sigma_{\tau}} \propto t^{\frac{5}{3}} \quad (6.17)$$

Однако ввиду сильной связи между электронами и фотонами эффективный обмен импульсом определяется комптоновским рассеянием. Эффективный коэффициент диффузии устанавливается балансом между силами давления и радиационного трения, что будет приводить к иной связи коэффициента диффузии со временем.

Рассмотрим заряженный барион массой m_b , движущийся со скоростью v в плазме. Его уравнение движения в приближении, где инерция определяется трением

$$m_b \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{1}{\tau_{\text{drag}}} m_b \vec{v} + \vec{F}_{\text{ext}} \quad (6.18)$$

где τ_{drag} — время релаксации, обусловленное радиационным трением, \vec{F}_{ext} — внешние силы. В стационарном состоянии ускорение пренебрежимо мало:

$$\vec{v} = \frac{\tau_{\text{drag}}}{m_b} \vec{F}_{\text{ext}} \quad (6.19)$$

Соответствующий поток частиц:

$$\vec{J} = n\vec{v} = n \frac{\tau_{\text{drag}}}{m_b} F_{\text{ext}}^{\vec{}} \quad (6.20)$$

Если внешняя сила возникает из-за градиента плотности:

$$F_{\text{ext}}^{\vec{}} = -k_B T, \nabla \ln n = -\frac{k_B T}{n} \nabla n \quad (6.21)$$

Тогда:

$$\vec{J} = -\frac{k_B T}{m_b} \tau_{\text{drag}}, \nabla n \quad (6.22)$$

Сравнивая с законом Фика, можно выразить коэффициент диффузии:

$$D = \frac{k_B T}{m_b} \tau_{\text{drag}} \quad (6.23)$$

Время радиационного трения определяется связью электронов с фотонами. При рассеянии на фотоне электрон испытывает радиационное давление. Скорость передачи импульса от фотонов к электрону составляет

$$\frac{d\vec{p}_e}{dt} = -\frac{4}{3} \sigma_T \rho_\gamma \vec{v}_e \quad (6.24)$$

где σ_T — томпсоновское сечение,

$$\rho_\gamma = \frac{\pi^2}{15} T^4.$$

Однако в пределе сильной связи барионы и электроны движутся вместе вследствие зарядовой нейтральности. Полная инерция, приходящаяся на один электрон, равна таким образом m_b , а не m_e , поскольку каждый электрон увлекает за собой барион.

$$\tau_{\text{drag}} \approx \frac{m_b}{\frac{4}{3} \sigma_T \rho_\gamma} \quad (6.25)$$

Подставим полученные ранее зависимости для выражения коэффициента диффузии:

$$D = \frac{k_B T}{m_b} \tau_{\text{drag}} = \frac{k_B T}{m_b} \frac{m_b}{\frac{4}{3} \sigma_T \rho_\gamma} = \frac{45 k_B T}{4 \sigma_T \pi^2 T^3} \quad (6.26)$$

Учтем связь температуры и времени в эпоху доминирования вещества, получим

$$D(t) \propto \frac{t^2}{\sigma_\tau} \propto t^2 \quad (6.27)$$

Зависимость $D_{\text{plasma}} \propto t^2$ указывает на то, что диффузия становится более эффективной в эпоху доминирования материи (MD) до рекомбинации. Следствием этого является то, что ускорение переноса увеличивает поток антибарионов к границе домена.

6.2.2 После рекомбинации.

При температуре $T = T_{rec} = 3 \times 10^3 \text{K} \approx 0,3 \text{эВ}$ наступает момент рекомбинации: происходит переход от ионизированной плазмы к нейтральным атомам (преимущественно водорода). Вместе с тем, Вселенная становится прозрачной для излучения. Доминирующим процессом, характеризующим диффузию, для данной эпохи все также необходимо считать комптоновское рассеяние фотонов. Этот процесс приводит к рассеянию фотонов до более высоких энергий. В результате этого, поток фотонов будет нагревать и ионизировать материю в течение всего рассматриваемого периода времени. Помимо этого, часть аннигиляционных электронов будет терять долю своей энергии при рассеянии на окружающих электронах. Этот процесс будет приводить к нагреву рассматриваемого потока, вследствие чего скорость аннигиляции будет увеличиваться.

Как и при рассмотрении более ранних эпох, зададимся задачей оценки коэффициента диффузии.

Несмотря на то, что после рекомбинации мы имеем дело с нейтральной средой, необходимо учитывать вклад аннигиляции в характер диффузии. В результате аннигиляции будут рождаться электрон-позитронные пары e^\pm , которые будут приводить к ионизации слоя, локализованного вблизи границы раздела вещества с антивеществом. В этом слое заряженные антибарионы \bar{p} остаются связанными с полем излучения посредством электромагнитных взаимодействий. Перенос антибарионов к границе аннигиляции контролируется плазменной диффузией, а не атомными столкновениями. Следовательно, связь коэффициента диффузии со временем будет аналогичная

$$D(t) \propto \frac{t^2}{\sigma_\tau} \propto t^2 \quad (6.28)$$

Динамика эрозии остаётся управляемой теми же физическими процессами (радиационное трение) на протяжении как эпохи доминирования излучения, так и эпохи доминирования материи, до тех пор пока скорость аннигиляции не станет пренебрежимо малой.

Определим теперь скорость аннигиляции.

$$J = -D \left. \frac{\partial n}{\partial r} \right|_{r=R} \quad (6.29)$$

В случае малого сферически симметричного домена концентрация частиц в линейном приближении будет меняться по следующему закону:

$$n_b(r) \approx n_0 \left(1 - \frac{r}{R} \right) \quad (6.30)$$

Тогда скорость аннигиляции будет полностью зависеть от начальной концентрации антипротонов и размера домена

$$J \approx -D \cdot \left(-\frac{n_0}{R}\right) = D \frac{n_0}{R} \quad (6.31)$$

7. ИОНИЗАЦИЯ ВЕЩЕСТВА

7.1 Механизмы ионизации.

Следующий процесс, который необходимо учитывать для описания эволюции домена антивещества во времени-ионизация антиматерии, которая будет вызвана продуктами аннигиляции протонов с антипротонами на границе раздела.

Как было рассмотрено ранее, основными продуктами аннигиляции являются фотоны (продукты распада нейтрального пиона) и электроны/позитроны (продукты распада заряженных пионов). Именно они будут приводить к ионизации некоторого слоя внутри домена. В случае, если степень ионизации материи достаточно велика, ее необходимо учитывать для описания эволюции домена. Воспользуемся полученными зависимостями для оценки степени ионизации. В отличие от плоской модели [13], где ионизирующее излучение распространяется вдоль бесконечной границы, для сферического антидомена радиуса R излучение от аннигиляции на поверхности расходится радиально и поглощается в тонком приповерхностном слое. Это приводит к существенной неоднородности ионизации.

Стоит отметить, что при описании процесса ионизации необходимо рассматривать две области:

1. Граничная область домена с горизонтом.

В этом случае ионизация будет происходить за счет высокоэнергетичных электронов, образующихся в результате аннигиляции. Размер данной области определяется длиной пробега электронов.

2. Внутренняя область домена.

В случае описания внутреннего объема домена, необходимо также учитывать вторичные процессы. Согласно [13], механизм ионизации в таком случае будет следующий:

1. Аннигиляция $p\bar{p}$ на поверхности домена:

$$p + \bar{p} \rightarrow \pi^0, \pi^+, \pi^-.$$

2. Распад заряженных пионов с образованием релятивистских электронов/позитронов:

$$\begin{aligned} \pi^\pm &\rightarrow \mu^\pm + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu), \\ \mu^\pm &\rightarrow e^\pm + \nu_e(\bar{\nu}_e) + \bar{\nu}_\mu(\nu_\mu). \end{aligned}$$

Средняя энергия электрона: $\langle E_e \rangle \approx 90$ МэВ. Среднее число электронов на акт аннигиляции: $\bar{g} \approx 3.8$.

3. Обратное комптоновское рассеяние релятивистских электронов на фотонах реликтового излучения (СМВ):

$$e^\pm + \gamma_{\text{СМВ}} \rightarrow e^\pm + \gamma_{\text{УФ}}.$$

При этом фотоны СМВ получают энергию и превращаются в УФ-фотоны (их энергия порядка 10–100 эВ).

4. Фотоионизация атомарного антиводорода УФ-фотонами:

$$\gamma_{\text{УФ}} + \bar{H} \rightarrow e^- + \bar{p}^+.$$

Прямой ионизацией от фотонов, образующихся в результате распада нейтральных пионов, можно пренебречь в силу малости сечения фотоионизации.

7.2 Длина пробега электронов и УФ-фотонов

Потеря энергии релятивистскими электронами происходит за счет комптоновского рассеяния на реликтовых фотонах.

Потери энергии на единицу длины:

$$-\frac{dE}{dx} = K_\gamma(z)\beta\gamma^2, \quad (7.1)$$

где $K_\gamma(z) \approx 0.7(1+z)^4$ эВ/Мпк – коэффициент потерь,

z – красное смещение,

$$\beta = v/c,$$

$$\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}.$$

Длина пробега до снижения энергии до нерелятивистских значений ($\gamma \sim 1$) (А.2):

$$L_e(z) \approx \frac{m_e c^2}{K_\gamma(z)} \arcsin \beta_0, \quad (7.2)$$

где $\beta_0 \approx 1$ для начально релятивистских электронов.

УФ-фотоны поглощаются атомарным водородом с сечением фотоионизации $\sigma_{\text{ион}}$.

Длина поглощения ультрафиолетового фотона может быть вычислена по общепринятой формуле:

$$\lambda_{\text{УФ}} = \frac{1}{n_H \sigma_{\text{ион}}}, \quad (7.3)$$

где $n_H \approx \eta n_\gamma$ – концентрация атомов антиводорода внутри домена. Эти два параметра будут влиять на характер ионизации и размер ионизированной области.

7.3 Поток УФ-фотонов в сферической геометрии.

Поскольку рассматриваемый нами домен обладает ограниченными размерами, необходимо перейти от существующих моделей плоской геометрии [13] к сферической. Будем считать, что в результате аннигиляции на все поверхности домена происходит образование электронов, которые затем проникают внутрь рассматриваемой области. В приближении также считаем, что электроны движутся строго радиально.

Пусть J -поток аннигиляции. В результате каждой реакции рождается $\bar{g} \approx 3.8$ релятивистских электронов [14]. Тогда полное число электронов, испускаемых поверхностью в единицу времени:

$$\dot{N}_e = 4\pi R^2 J \bar{g}. \quad (7.4)$$

Эти электроны движутся радиально внутрь, теряя энергию на длине L_e . В стационарном режиме поток электронов $j_e(r)$ удовлетворяет уравнению непрерывности. Запишем его с учетом сферической геометрии.

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 j_e(r)) = -\frac{j_e(r)}{L_e}, \quad (7.5)$$

Правая часть уравнения учитывает потерю электронов за счёт снижения их энергии ниже порога рождения УФ-фотонов.

Данное уравнение решается исходя из граничного условия $j_e(R) = J \bar{g}$, определяющего поток электронов на границе. После подстановки получим:

$$j_e(r) = J \bar{g} \frac{R^2}{r^2} \exp\left(-\frac{R-r}{L_e}\right). \quad (7.6)$$

Множитель R^2/r^2 отражает геометрию, рассматриваемую в задаче, а экспонента описывает изменение числа электронов, способных рождать УФ-фотоны, приводящие к ионизации.

Пусть каждый электрон рождает УФ-фотоны со скоростью $\kappa_{\text{УФ}}$. Тогда объёмная плотность рождения УФ-фотонов:

$$\dot{n}_{\text{УФ}}(r) = j_e(r) \kappa_{\text{УФ}} = J \bar{g} \kappa_{\text{УФ}} \frac{R^2}{r^2} \exp\left(-\frac{R-r}{L_e}\right). \quad (7.7)$$

Плотность потока УФ-фотонов в точке r найдем из уравнения переноса:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 F_{\text{УФ}}(r)) = \dot{n}_{\text{УФ}}(r) - \frac{F_{\text{УФ}}(r)}{\lambda_{\text{УФ}}}, \quad (7.8)$$

Будем рассматривать слой, размеры которого много меньше радиуса домена. В таком случае:

$$F_{уФ}(r) \approx \frac{J\bar{g}\kappa_{уФ}L_e}{4} \cdot \frac{R^2}{r^2} \exp\left(-\frac{R-r}{L_e}\right) \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{L_e}{\lambda_{уФ}}\right)\right]. \quad (7.9)$$

В пределе сильного поглощения ($\lambda \ll L_e$) последний множитель будет стремиться к 1, вследствие чего конечная формула примет вид:

$$F_{уФ}(r) \approx \frac{J\bar{g}\kappa_{уФ}L_e}{4} \cdot \frac{R^2}{r^2} \exp\left(-\frac{R-r}{L_e}\right) \quad (7.10)$$

Учтем также, что в энергию УФ-фотона переходит порядка 0,1 энергии электрона:

$$F_{UV}(r) \approx \frac{J\bar{g}}{40} \cdot \frac{R^2}{r^2} \exp\left(-\frac{R-r}{L_e}\right) \quad (7.11)$$

7.3.1 Приграничная область.

Как было упомянуто ранее, ионизация в приграничной области происходит за счет высокоэнергетичных электронов. В слое толщиной L_e у поверхности:

$$G_e = \frac{JN\eta_{ion}}{L_e}, \quad (7.12)$$

где $\eta_{ion} \sim 10^6$ -количество ион-электронных пар, создаваемых одним электроном.

Из электронейтральности плазмы:

$$n_e(r) = n_{\bar{p}}(r) = x_e(r) n_{\bar{H}}(r). \quad (7.13)$$

Подставляя:

$$G_{реком}(r) = \alpha_B(T) [x_e(r) n_{\bar{H}}(r)]^2 = \alpha_B(T) n_{\bar{H}}^2(r) x_e^2(r). \quad (7.14)$$

Отсюда получим, что степень ионизации из условия баланса:

$$x_e \approx \sqrt{\frac{G_e}{\alpha_B n_{\bar{H}}^2}} \rightarrow 1 \quad (7.15)$$

Полученный результат свидетельствует о том, что в тонком приграничном слое вещество будет полностью ионизовано. При этом избыточная энергия будет расходоваться на нагрев плазмы и вторичные процессы.

7.3.2 Внутренняя область.

В случае описания внутренней области уже необходимо учитывать образование УФ-фотонов в результате проникновения электронов внутрь домена. Запишем уравнение, характеризующее скорость образования ион-электронных пар (А.3):

$$G_{\text{ион}}(r) = \bar{\sigma}_{\text{ион}} F_{\text{УФ}}(r) n_H(r) [1 - x_e(r)], \quad (7.16)$$

Рассмотрим процесс ионизации в конкретной точке. Скорость рекомбинации:

$$G_{\text{реком}}(r) = \alpha_B(T) n_e(r) n_{\bar{p}}(r). \quad (7.17)$$

Из электронейтральности плазмы:

$$n_e(r) = n_{\bar{p}}(r) = x_e(r) n_{\bar{H}}(r). \quad (7.18)$$

Подставляя:

$$G_{\text{реком}}(r) = \alpha_B(T) [x_e(r) n_{\bar{H}}(r)]^2 = \alpha_B(T) n_{\bar{H}}^2(r) x_e^2(r). \quad (7.19)$$

В стационарном состоянии скорости ионизации и рекомбинации равны:

$$\bar{\sigma}_{\text{ион}} F_{\text{УФ}}(r) n_H [1 - x_e(r)] = \alpha_B(T) n_{\bar{H}}^2 x_e^2(r). \quad (7.20)$$

Решая это уравнение относительно $x_e(r)$, и учитывая, что в основном объёме домена $x_e(r) \ll 1$, находим:

$$x_e(r) \approx \sqrt{\frac{\bar{\sigma}_{\text{ион}} F_{\text{УФ}}(r)}{\alpha_B(T) n_H}}. \quad (7.21)$$

Подставляя полученную формулу для $F_{\text{УФ}}$, можно оценить степень ионизации во внутренней области домена. На глубине поток УФ-фотонов будет экспоненциально затухать, а значит степень ионизации будет спадать как корень из экспоненты, т.е:

$$x_e(r) \approx x_e(R) \frac{R}{r} \exp\left(-\frac{R-r}{2\lambda_{\text{УФ}}}\right) \quad (7.22)$$

Отсюда можно сделать вывод, что размер слоя, на котором степень ионизации упадет в e раз определяется величиной $\approx 2L_e$, однако поскольку длина пробега фотонов значительно меньше длины пробега электронов, фактическая толщина ионизированного слоя ограничена поглощением УФ-фотонов.

Определим среднюю степень ионизации по всему объёму домена:

$$\langle x_e \rangle = \frac{3}{R^3} \int_0^R x_e(r) r^2 dr. \quad (7.23)$$

Подставим полученную формулу для оценки степени ионизации. Учтем также, что основная ионизации происходит вблизи поверхности домена в слое толщиной $\delta \approx \lambda_{\text{уФ}} \ll R$. Тогда:

$$\langle x_e \rangle \approx \frac{3}{R^3} \int_{R-\delta}^R x_e(R) \frac{R}{r} \exp\left(-\frac{R-r}{2\lambda_{\text{уФ}}}\right) R^2 dr. \quad (7.24)$$

Толщину ионизованного слоя δ определим как расстояние от поверхности, на котором x_e падает в 100 раз относительно значения на поверхности. При $\delta \ll R$ и $r \approx R$ ($R/r \approx 1$) экспоненциальный множитель в пределах тонкого слоя меняется незначительно. В таком случае:

$$x_e(R - \delta) \approx C \cdot \exp\left(-\frac{\delta}{2\lambda_{\text{уФ}}}\right), \quad x_e(R) \approx C. \quad (7.25)$$

Условие $x_e(R - \delta) = 0.01 x_e(R)$ даёт:

$$\exp\left(-\frac{\delta}{2\lambda_{\text{уФ}}}\right) = 0.01 \quad (7.26)$$

Следовательно можно оценить размер ионизируемой области:

$$\delta \approx 9.2\lambda_{\text{уФ}} \approx 9\lambda_{\text{уФ}}. \quad (7.27)$$

После интегрирования и подстановки, получим значение для средней степени ионизации по всему объему:

$$\langle x_e \rangle \approx \frac{6\lambda_{\text{уФ}}}{R} x_e(R) \approx \frac{6\lambda_{\text{уФ}}}{R} \propto \eta^{-\frac{2}{3}} M^{-\frac{1}{3}} T^{-2}. \quad (7.28)$$

Таким образом, по мере уменьшения температуры степень ионизации будет увеличиваться. Мы также можем оценить значение степени ионизации не во всём объёме, а в ионизованном слое.

$$\langle x_e \rangle_{\text{слой}} = \frac{1}{\delta} \int_{R-\delta}^R x_e(r) dr \quad (7.29)$$

Для $x_e(r) \approx \exp\left(-\frac{R-r}{2L_e}\right)$ и слоя $\delta = 9L_e$:

$$\langle x_e \rangle_{\text{слой}} = \frac{2L_e}{\delta} \int_0^{\delta/(2L_e)} e^{-z} dz = \frac{2}{9} (1 - e^{-4.5}) \approx 0,22 \quad (7.30)$$

Таким образом, $\langle x_e \rangle_{\text{слой}} \approx 22\%$ и не зависит от параметров домена.

7.4 Границы применимости модели

Определим границы применимости рассматриваемой модели:

1. Скорость аннигиляции.

Для более точного описания скорости аннигиляции необходимо ввести корректирующую функцию $f(T)$ для определения скорости аннигиляции:

$$J(T) = J_0 \left(\frac{T}{10^4 \text{ К}} \right) \cdot f_{\text{IGM}}(T) \quad (7.31)$$

где

J_0 — поток при опорной температуре $T = 10^4 \text{ К}$;

$f_{\text{IGM}}(T)$ — доля барионов, остающаяся в межгалактической среде (МГС).

Функция $f_{\text{IGM}}(T)$ учитывает удаление барионов из МГС вследствие формирования структуры. Она удовлетворяет следующим условиям:

$$f_{\text{IGM}}(T) \approx 1 \quad \text{для} \quad T \gtrsim 100 \text{ К},$$

Данная функция плавно убывает при более низких температурах. При $T \sim 10 \text{ К}$ данные наблюдений и моделирования [15, 16, 17] указывают, что $f_{\text{IGM}} \sim 0,1$, что делает поток аннигиляции пренебрежимо малым.

При $T < 100 \text{ К}$ величина $f_{\text{IGM}}(T)$ становится слишком малой, что приводит к $J \rightarrow 0$. Это означает, что модель нельзя использовать при низких температурах из-за очень низкой скорости аннигиляции. Иными словами, аннигиляция при таких температурах не будет происходить из-за уменьшения числа свободных барионов, вызванного формированием массивных структур.

2. Средняя длина свободного пробега электронов.

Существует также другое ограничение, которое следует учитывать. Ионизованная область вблизи границы характеризуется длиной свободного пробега УФ-фотонов ($\lambda_{\text{УФ}} \sim T^{-3}$). Радиус домена при фиксированной массе масштабируется как $R \sim T^{-1}$.

Условие существования тонкого локализованного ионизованного слоя имеет вид $\lambda_{\text{УФ}} \lesssim R$. Рассмотрим, какие ограничения на температуру накладывает данное неравенство. Выразим данное ограничение через параметры домена: массу и плотность.

$$\frac{1}{0,24\eta T^3 \sigma_{\text{ion}}} \leq \left(\frac{M}{0,24m_p \eta T^3} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (7.32)$$

После преобразований получим итоговый вид для температурного неравенства:

$$T \geq \left(\frac{m_p}{\sigma_{ion}^3} \right)^{\frac{1}{6}} \left(\frac{1}{0, 24\eta^2 M} \right)^{\frac{1}{6}} \quad (7.33)$$

3. **Слабая ионизация.** Вывод профиля ионизации $x_e(r)$ и средней степени ионизации $\langle x_e \rangle$ предполагает, что $x_e \ll 1$.

Объединяя все ограничения, мы получаем температурный диапазон, в котором рассматриваемая модель может считаться применимой. Отметим, что этот диапазон в первую очередь определяется массой и плотностью домена, причём плотность является параметром, который во многом задаёт температурные границы. Также можно заметить, что при высоких плотностях температурный интервал применимости модели становится чрезвычайно узким, что означает, что представленная модель наилучшим образом описывает домены с низкой плотностью независимо от их массы. Таким образом, для доменов с минимальной плотностью основным ограничением является температура, при которой аннигиляция значительно ослабевает. Такое поведение является прямым следствием того факта, что средняя степень ионизации scales as $\langle x_e \rangle \propto \eta^{-2/3} T^{-2}$. При низких плотностях ($\eta \lesssim 10^{-9}$) температура, выше которой $\langle x_e \rangle < 0.1$, оказывается значительно ниже порога аннигиляции ~ 100 К; следовательно, нижняя граница рабочего диапазона определяется наличием барионов в межгалактической среде, и модель работает во всём интервале от 100 К до рекомбинации (3000 К). Напротив, для высоких плотностей ($\eta \sim 10^{-6}$) условие слабой ионизации требует, чтобы температуры были значительно выше, что сильно сужает доступный диапазон. Для доменов с малой массой это сужение становится экстремальным, делая практическое моделирование невозможным. Таким образом, с точки зрения как приближения слабой ионизации, так и наличия аннигиляции, наиболее благоприятный режим соответствует $\eta \lesssim 10^{-9}$ при любой массе в пределах рассматриваемого интервала, в то время как домены с высокой плотностью требуют гораздо более аккуратного подхода и описываются моделью лишь в очень ограниченной высокотемпературной области вблизи рекомбинации.

7.5 Остаточная ионизация

Согласно результатам моделирования и численных оценок, остаточная ионизация в нашей Вселенной составляет $x_{\text{res}} \approx 3 \times 10^{-4}$. Следовательно, если ионизация в ионизационном слое ниже этого значения, она не будет заметна, и можно сказать, что эволюция домена может описываться как эволюция ней-

трального газа. Иными словами, существует ещё одно ограничение, которое следует учитывать для определённых параметров.

Для определения критического значения была написана программа, отслеживающая зависимость степени ионизации от температуры для заданных параметров:

$$T_{\text{crit}} = 3 \times 10^6 M^{-\frac{1}{6}} \eta^{-\frac{1}{3}} \quad (7.34)$$

8. ВНУТРЕННИЕ ВКЛЮЧЕНИЯ ВЕЩЕСТВА В ДОМЕНЕ АНТИВЕЩЕСТВА

В работах [18] и [19] эволюция антивещественных доменов была рассмотрена на основе диффузии антибарионов к границе и их аннигиляции с внешним веществом. В частности, в [19] вводится концепция «швейцарского сыра» — домен антивещества, содержащий внутренние барионные субдомены. Однако этот подход не учитывает пространственные неоднородности в распределении включений, а также не включает обратную связь через нагрев и ионизацию. Необходимо обобщить данную модель с учетом радиальной симметрии, добавив в уравнение эволюции домена вклад от внутренних включений. Данные субдомены будут влиять на время жизни домена антивещества, а значит также должны быть учтены при анализе данной характеристики.

8.1 Уравнение для плотности антибарионов с радиально зависимой диффузией

В работе [19] приведено уравнение эволюции средней плотности антибарионов \bar{n}_b в однородном антивещественном домене:

$$\frac{d\bar{n}_b}{dt} = -\frac{3d}{R} \langle \sigma v \rangle_{\text{ext}} \bar{n}_b n_b - \beta \bar{n}_b - \langle \tilde{\sigma} \tilde{v} \rangle_{\text{int}} n_b \bar{n}_b - \mu \nabla^2 \bar{n}_b. \quad (8.1)$$

Третий член описывает внутреннюю аннигиляцию:

$$R_{\text{int}} = \langle \tilde{\sigma} \tilde{v} \rangle_{\text{int}} n_b \bar{n}_b, \quad (8.2)$$

где n_b — средняя плотность барионов внутри включений, \bar{n}_b — средняя плотность антибарионов.

В нашей модели имеется аналогичное уравнение для плотности антибарионов:

$$\nabla^2 n_{\bar{b}} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 D(t) \frac{\partial n_{\bar{b}}}{\partial r} \right) \quad (8.3)$$

Мы также можем учесть расширение Вселенной и член, аналогичный члену в [19]. Эволюция плотности частиц в расширяющейся Вселенной следует из сохранения числа частиц в сопутствующем объёме. Пусть $a(t)$ — масштабный фактор. Число частиц в сопутствующем объёме V_{com} равно $N = n(t)a(t)^3 V_{\text{com}}$. При отсутствии источников или стоков N постоянно.

$$\frac{d}{dt} (\bar{n}_b(t) a(t)^3) = 0. \quad (8.4)$$

Разделив на a^3 и используя определение параметра Хаббла $H(t) = \dot{a}/a$, получаем

$$\frac{d\bar{n}_b}{dt} + 3H(t)\bar{n}_b = 0. \quad (8.5)$$

Коэффициент $\beta(t)$ в члене расширения равен

$$\beta(t) = 3H(t). \quad (8.6)$$

Этот результат справедлив для любого нерелятивистского сорта частиц. В однородном случае средняя плотность барионов выражается через объёмную долю $f_m = V_{\text{inc}}/V_{\text{total}}$ и плотность внутри включения $n_b^{(\text{inc})}$:

$$n_b = f_m \cdot n_b^{(\text{inc})}. \quad (8.7)$$

Подстановка (8.7) в (8.2) даёт

$$R_{\text{int}} = f_m \langle \sigma v \rangle_{\text{int}} n_b^{(\text{inc})} \bar{n}_b. \quad (8.8)$$

Для перехода к локальному описанию заменим

$$f_m \rightarrow f_m(r, t), \quad n_b^{(\text{inc})} \rightarrow n_b^{(\text{inc})}(r, t), \quad \bar{n}_b \rightarrow \bar{n}_b(r, t). \quad (8.9)$$

Локальная скорость аннигиляции (сток) тогда принимает вид

$$\left. \frac{\partial \bar{n}_b}{\partial t} \right|_{\text{ann, int}} = -f_m(r, t) \langle \sigma v \rangle_{\text{int}} n_b^{(\text{inc})}(r, t) \bar{n}_b(r, t). \quad (8.10)$$

Включая диффузию, внутренний сток и расширение, получаем

$$\frac{\partial \bar{n}_b}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 D(t) \frac{\partial \bar{n}_b}{\partial r} \right) - f_m(r, t) \langle \sigma v \rangle_{\text{int}} n_b^{(\text{inc})}(r, t) \bar{n}_b - 3H(t) \bar{n}_b. \quad (8.11)$$

Граничное условие на внешней границе домена $r = R(t)$ (тонкий аннигиляционный слой, условие Стефана) имеет вид

$$-D(t) \left. \frac{\partial \bar{n}_b}{\partial r} \right|_{r=R(t)} = \kappa_{\text{ext}} \bar{n}_b(R(t), t), \quad \kappa_{\text{ext}} \sim \langle \sigma v \rangle_{\text{ext}} n_b^{(\text{IGM})} \delta_{\text{ext}}. \quad (8.12)$$

8.2 Эволюция радиуса внешнего домена

Физический радиус $R(t)$ изменяется за счёт хаббловского расширения и внешней эрозии:

$$\frac{dR}{dt} = H(t)R(t) - v_{\text{ext}}(t), \quad v_{\text{ext}}(t) = \frac{D(t)}{\delta_{\text{ext}}(t)}. \quad (8.13)$$

В режиме тонкого слоя толщина внешнего аннигиляционного слоя равна

$$\delta_{\text{ext}} \sim \sqrt{\frac{D}{\langle \sigma v \rangle_{\text{ext}} n_b}}. \quad (8.14)$$

Эти уравнения совпадают с уравнениями однородной модели, поскольку внутренние субдомены не влияют на аннигиляцию на границе.

8.3 Дополнительный источник ионизации от внутренних включений

В однородной модели ионизационный баланс был стационарным и включал только фотоионизацию УФ-фотонами от границы и радиационную рекомбинацию. Но в сценарии, учитывающем существование субдоменов, следует принимать во внимание ионизацию вторичными электронами.

Объёмная мощность, выделяемая при аннигиляции на внутренних включениях, задаётся выражением

$$Q_{\text{ann}}(r, t) = \varepsilon_{\text{ann}} f_m(r, t) \langle \sigma v \rangle_{\text{int}} n_b^{(\text{inc})}(r, t) \bar{n}_b(r, t), \quad (8.15)$$

где ε_{ann} — энергия, выделяющаяся за один акт аннигиляции.

Эта мощность выделяется локально, в окрестности включений. Только часть Q_{ann} идёт на ионизацию. Число актов ионизации в единице объёма за единицу времени равно $Q_{\text{ann}}/\Delta E_{\text{ion}}$, а соответствующее увеличение плотности электронов составляет

$$\left. \frac{\partial n_e}{\partial t} \right|_{\text{сек}} = \xi_{\text{ion}} \frac{Q_{\text{ann}}(r, t)}{\Delta E_{\text{ion}}}. \quad (8.16)$$

Поскольку $x_e = n_e/n_H$ и n_H не зависит от времени при отсутствии потоков вещества, скорость изменения степени ионизации равна

$$S_{\text{ion}}(r, t) \equiv \left. \frac{\partial x_e}{\partial t} \right|_{\text{сек}} = \xi_{\text{ion}} \frac{Q_{\text{ann}}(r, t)}{\Delta E_{\text{ion}} n_H}. \quad (8.17)$$

Это новый источник, который необходимо добавить в ионизационный баланс. В состоянии покоя аннигиляция $p\bar{p}$ производит пионы. Доли энергии приблизительно таковы:

- Нейтрино ($\pi^\pm \rightarrow \mu^\pm \rightarrow e^\pm$): $\sim 50\%$;
- Фотоны ($\pi^0 \rightarrow 2\gamma$): $\sim 34\%$;

- Заряженные лептоны (e^\pm из распада μ^\pm): $\sim 16\%$.

Таким образом, только $\sim 16\%$ полной энергии ε_{ann} изначально находится в форме e^\pm , которые могут ионизировать среду.

Электроны и позитроны с энергией ~ 90 МэВ теряют энергию по двум основным каналам: ионизация и тормозное излучение. Для полностью ионизованной плазмы доля энергии, теряемая на ионизацию, составляет $\sim 70\%$; остальное уходит на тормозное излучение и другие процессы.

Вторичные фотоны от тормозного излучения и распада π^0 могут производить дополнительную ионизацию посредством комптоновского рассеяния и рождения пар. Это увеличивает эффективную эффективность ионизации. Экспериментальные данные по аннигиляции $p\bar{p}$ в водороде (эксперимент CERN PS194) дают общую эффективность ионизации в диапазоне $25\%–35\%$.

На основании вышеизложенного можно принять $\xi_{\text{ion}} = 0,3$ в качестве репрезентативного значения.

Вторичные электроны, образующиеся на внешней границе, также существуют. Однако их вклад в ионизацию внутри домена пренебрежимо мал по следующей причине. Степень ионизации от границы спадает как

$$x_e(r) \propto \exp\left(-\frac{R-r}{2L_e}\right), \quad (8.18)$$

где L_e — эффективный пробег электронов (или УФ-фотонов) от границы. Для интересующих нас температур ($T \lesssim 10^4$ К) $L_e \ll R$. Следовательно, экспоненциальный множитель в центре составляет $\sim e^{-R/L_e} \sim e^{-10^6}$. Таким образом, вторичные электроны, рождённые на границе, никогда не достигают внутреннего объёма, где могут находиться внутренние включения.

Добавляя новый источник $S_{\text{ion}}(r, t)$ в исходный стационарный баланс и делая уравнение зависящим от времени, получаем полное уравнение ионизации для нашей обобщённой модели:

$$\frac{\partial x_e}{\partial t} = \bar{\sigma}_{\text{ion}} F_{\text{UV}}(r, t) n_H (1 - x_e) - \alpha_B(T) n_H x_e^2 + \xi_{\text{ion}} \frac{Q_{\text{ann}}(r, t)}{\Delta E_{\text{ion}} n_H}. \quad (8.19)$$

8.4 Различные сценарии

Существуют различные сценарии образования субдоменов вещества внутри доменов антивещества. Сравним два предельных случая.

8.4.1 Один крупный субдомен в центре

Радиус домена R , радиус субдомена $a \ll R$, положение субдомена $r = 0$.

Субдомен действует как локализованный сток для антибарионов. Уравнение

диффузии принимает вид

$$\frac{\partial \bar{n}_b}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 D \frac{\partial \bar{n}_b}{\partial r} \right) - f_m(r) \langle \sigma v \rangle_{\text{int}} n_b^{(\text{inc})} \bar{n}_b - 3H \bar{n}_b, \quad (8.20)$$

где $f_m(r)$ отлична от нуля только в малой области вокруг $r = 0$.

Ожидаемый профиль $\bar{n}_b(r)$ имеет глубокий провал в центре. Антибарионы диффундируют внутрь, усиливая аннигиляцию и создавая стационарный градиент. Если субдомен слишком велик или слишком плотен, он может истощить весь домен изнутри, приводя к его разрушению.

Источник ионизации $S_{\text{ion}}(r)$ также локализован вблизи центра.

$$x_e(r) \approx \sqrt{\frac{\xi_{\text{ion}} Q_{\text{ann}}(r)}{\alpha_B \Delta E_{\text{ion}} n_H^2}}. \quad (8.21)$$

Поскольку $Q_{\text{ann}}(r)$ имеет пик при $r = 0$, $x_e(r)$ также имеет пик в центре. Высокая ионизация в центре резко спадает за пределами субдомена.

Домен может выжить, если субдомен достаточно мал. Критическое условие состоит в том, что время диффузии $\tau_{\text{диф}} \sim R^2/D$ должно быть много меньше времени аннигиляции внутри субдомена $\tau_{\text{анн}} \sim 1/(\langle \sigma v \rangle_{\text{int}} n_b^{(\text{inc})})$.

8.4.2 Много малых субдоменов, равномерно распределённых

Радиус домена R , множество мелких включений с общей объёмной долей $\bar{f}_m = \text{const}$, радиус каждого включения $a \ll R$, но их коллективный эффект сглажен.

Сток аннигиляции является объёмным и однородным:

$$\left. \frac{\partial \bar{n}_b}{\partial t} \right|_{\text{ann,int}} = -\bar{f}_m \langle \sigma v \rangle_{\text{int}} n_b^{(\text{inc})} \bar{n}_b. \quad (8.22)$$

Этот член действует повсеместно. Уравнение диффузии становится реакционно-диффузионным уравнением с постоянным членом стока. Плотность $\bar{n}_b(r)$ уменьшается однородно во времени, но пространственный профиль остаётся однородным.

Источник ионизации S_{ion} также однороден внутри:

$$x_e^{(\text{int})} = \sqrt{\frac{\xi_{\text{ion}} \bar{f}_m \langle \sigma v \rangle_{\text{int}} n_b^{(\text{inc})} \bar{n}_b \varepsilon_{\text{ann}}}{\alpha_B \Delta E_{\text{ion}} n_H^2}}. \quad (8.23)$$

При таком сценарии профиль ионизации должен быть постоянным внутри с резким пиком на границе от УФ-фотонов.

8.5 Критерий выживания

Как было отмечено ранее, наличие внутренних включений будет напрямую влиять на выживание домена. Выведем критерий сохранения домена непосредственно из полного эволюционного уравнения для плотности антибарионов.

Локальная плотность антибарионов $\bar{n}_b(r, t)$ подчиняется уравнению

$$\frac{\partial \bar{n}_b}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 D(t) \frac{\partial \bar{n}_b}{\partial r} \right) - f_m(r, t) \langle \sigma v \rangle_{\text{int}}(t) n_b^{(\text{inc})}(r, t) \bar{n}_b - 3H(t) \bar{n}_b, \quad (8.24)$$

Три члена в правой части представляют собой диффузию, аннигиляцию на внутренних включениях и расширение Вселенной.

Рассматриваемый нам домен выживает, если значительное количество антибарионов остаётся в настоящее время $t_{\text{возр}}$. Полное число антибарионов в домене, $N_{\bar{b}}(t) = \langle \bar{n}_b \rangle(t) V(t)$ с $V(t) = \frac{4\pi}{3} R(t)^3$, изменяется только за счёт аннигиляции:

$$\frac{dN_{\bar{b}}}{dt} = - \int_0^{R(t)} f_m \langle \sigma v \rangle_{\text{int}} n_b^{(\text{inc})} \bar{n}_b 4\pi r^2 dr. \quad (8.25)$$

Предполагая, что \bar{n}_b почти постоянна в областях, где $f_m > 0$, уравнение (8.25) принимает вид

$$\frac{d}{dt} (\langle \bar{n}_b \rangle V) = - \bar{f}_m \langle \sigma v \rangle_{\text{int}} \bar{n}_b^{(\text{inc})} \langle \bar{n}_b \rangle V. \quad (8.26)$$

Используя $\dot{V} = 3HV$, получаем эволюционное уравнение для средней плотности:

$$\frac{d\langle \bar{n}_b \rangle}{dt} = - \left(\bar{f}_m \langle \sigma v \rangle_{\text{int}} \bar{n}_b^{(\text{inc})} + 3H \right) \langle \bar{n}_b \rangle. \quad (8.27)$$

Это уравнение является точным при сформулированном приближении.

Уравнение (8.27) линейно с зависящими от времени коэффициентами. Его решение:

$$\langle \bar{n}_b \rangle(t) = \langle \bar{n}_b \rangle(t_i) \exp \left(- \int_{t_i}^t \left[\bar{f}_m(t') \langle \sigma v \rangle_{\text{int}}(t') \bar{n}_b^{(\text{inc})}(t') + 3H(t') \right] dt' \right). \quad (8.28)$$

Экспонента содержит два различных вклада:

- Член $3H(t')$ описывает уменьшение плотности барионов в связи с ростом объема. Этот член присутствует всегда и не приводит к исчезновению домена.
- Член $\bar{f}_m \langle \sigma v \rangle_{\text{int}} \bar{n}_b^{(\text{inc})}$ описывает разрушение домена, вызванное аннигиляцией. Домен может выжить, только если эта аннигиляция не удалила большую часть антибарионов к настоящему времени.

Следовательно, необходимое условие выживания имеет вид

$$\int_{t_i}^{t_{\text{возр}}} \bar{f}_m(t) \langle \sigma v \rangle_{\text{int}}(t) \bar{n}_b^{(\text{inc})}(t) dt \lesssim 1. \quad (8.29)$$

Это общий интегральный критерий.

9. ВЫДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГИИ ОТ НЕВЫЖИВШИХ ДОМЕНОВ

До этого момента нами были рассмотрены долгоживущие домены, предположительно дожившие до современной эпохи. Однако если домен вследствие аннигиляции с веществом не выживает, в результате его разрушения будет возникать излучение, распространяемое на некоторое расстояние. Изучим данный вопрос.

Ранее были рассмотрены вторичные процессы, вызванные аннигиляцией барионов с антибарионами на границе домена с горизонтом. Воспользуемся результатами, полученными выше, для оценки размера области свечения, возникающей в результате "смерти" домена. Как и в случае с проникновением продуктов аннигиляции внутрь домена, рассмотрим разные температурные периоды.

9.1 $T > 10^7 \text{К}$

Напомним, что основными продуктами аннигиляции протонов с антипротонами считаются высокоэнергетичные фотоны, электроны и позитроны. При "смерти" домена все эти вторичные частицы будут излучаться во Вселенную. Рассмотрим основные процессы, происходящие в результате этого.

- Образование электрон-позитронных пар.

Аннигиляционный фотон будет взаимодействовать с тепловым, в результате чего будут образовываться электрон-позитронные пары. Согласно (4.31):

$$\sigma_{pp} \approx 2,1 \times 10^{-28} \text{см}^2 \quad (9.1)$$

Размер области распространения реакции определяется длиной пробега аннигиляционных фотонов. В (5.2) получено:

$$\lambda_{pp} = \frac{1}{0,24T^3\sigma_{pp}} = 2 \times 10^{28} \times T^{-3} \text{см} \quad (9.2)$$

- Комптоновское рассеяние аннигиляционного фотона на электроне.

Данный процесс будет подавлен при высоких температурах, однако все равно приведем оценки сечения и длины пробега, полученные в разделах 4 и 5:

$$\sigma_k = 10^{-26} \text{см}^2. \quad (9.3)$$

$$\lambda_k = \frac{1}{0,24T^3\eta_{ext}\sigma_k} \quad (9.4)$$

где $\eta_{ext} = 6 \times 10^{-10}$ -космологическое значение барион-фотонного отношения.

Тогда получим

$$\lambda_k = 7 \times 10^{35} \times T^{-3} \text{ см} \quad (9.5)$$

- Торможение аннигиляционного электрона/позитрона на тепловом фотоне (обратное рассеяние).

Ранее была получена формула для длины пробега электрона. Именно она будет определять размер области свечения (А.2):

$$L_e = 2 \times 10^{32} \times T^{-4} \text{ см} \quad (9.6)$$

- Аннигиляция позитронов с электронами.

Т.к в результате распада мюона возможно образование позитронов, то возможен также процесс аннигиляции позитронов с электронами внешней среды. Согласно (4.12):

$$\sigma_{2\gamma} \approx \frac{\pi r_e^2}{x} \ln(2x), \quad (9.7)$$

Заметим также, что в данном процессе также надо учитывать длину пробега электрона, т.к аннигиляция с большей вероятностью происходит после торможения электронов. Следовательно, в общем случае:

$$\lambda = L_e + \lambda_{2\gamma} \quad (9.8)$$

Однако поскольку $\lambda_{2\gamma} \gg L_e$, данным слагаемым можно пренебречь. Тогда

$$\lambda_{2\gamma} = \frac{1}{0,24\eta_{ext}T^3\sigma_{2\gamma}} = 5 \times 10^{29} \times T^{-\frac{5}{2}} \text{ см} \quad (9.9)$$

На графике 4 представлены зависимости длин пробега различных частиц для данного диапазона температур.

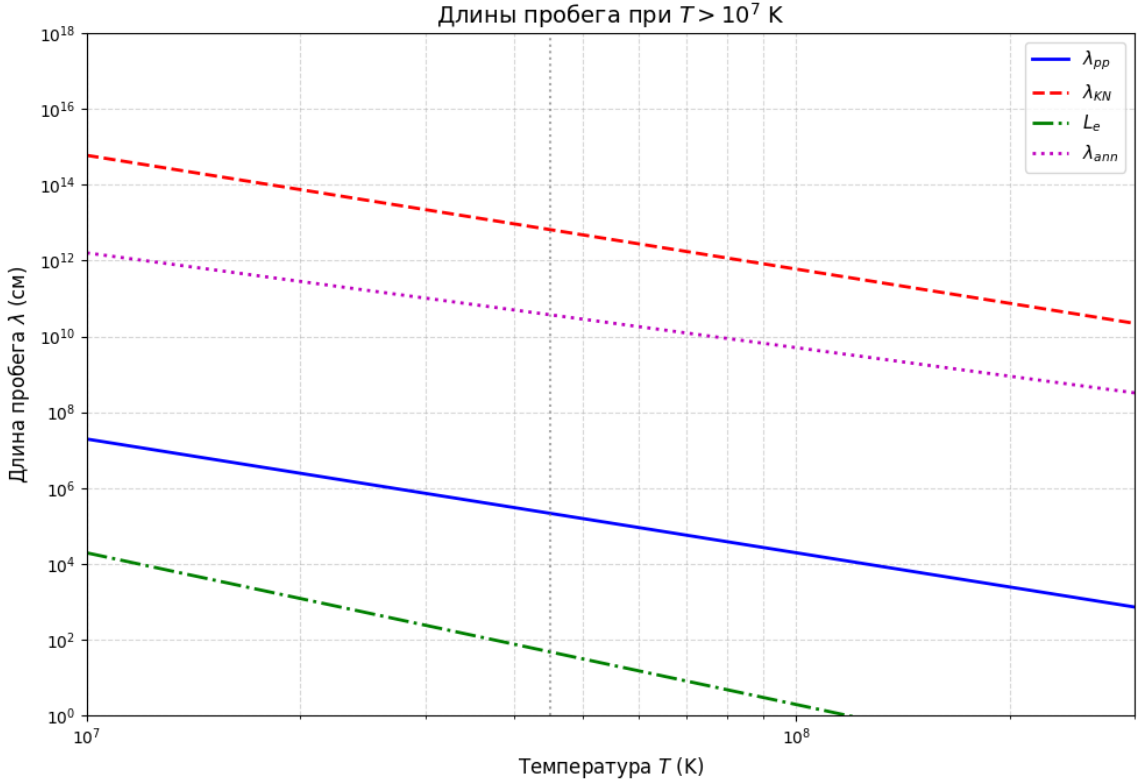


Рисунок 4 — Зависимость длины пробега от температуры при $T > 10^7$ К. По графику видно, что в данной области температур наименьшей длиной пробега среди всех процессов, в которых участвуют первичные продукты аннигиляции, обладает реакция образования электрон-позитронных пар. Именно минимальная длина пробега является критерием доминирования процесса, поскольку она характеризует наибольшую вероятность взаимодействия на единице пути.

Что касается процесса обратного комптоновского рассеяния (торможение релятивистского электрона/позитрона на тепловом фотоне), то он, хотя и демонстрирует на графике ещё меньшую длину пробега L_e , относится к вторичным частицам. Таким образом, обратный комптон не может конкурировать с рождением пар за роль первого взаимодействия первичного фотона, поскольку он требует предварительного рождения электрон-позитронной пары. Иными словами, процесс обратного комптона находится на более поздней стадии каскада и не лимитирует распространение первичного излучения.

Оценим размер области свечения при данной температур:

$$R_{glow} \leq 2 \times 10^7 \text{ см} \quad (9.10)$$

9.2 $T \in [10^7, 3 \times 10^3] \text{К}$

При понижении температуры образование электрон-позитронных пар становится маловероятным. В то время как остальные 3 процесса все еще будут происходить.

- Комптоновское рассеяние аннигиляционного фотона на электроне. Сечение и длина пробега будут определяться полученными выше формулами:

$$\sigma_k = 10^{-26} \text{см}^2. \quad (9.11)$$

$$\lambda_k = 7 \times 10^{35} \times T^{-3} \text{см} \quad (9.12)$$

- Торможение аннигиляционного электрона/позитрона на тепловом фотоне (обратное рассеяние).

$$L_e = 2 \times 10^{32} \times T^{-4} \text{см} \quad (9.13)$$

- Аннигиляция позитронов с электронами.

$$\sigma_{2\gamma} \approx \frac{\pi r_e^2}{x} \ln(2x), \quad (9.14)$$

$$\lambda_{2\gamma} = \frac{1}{0,24\eta_{ext}T^3\sigma_{2\gamma}} = 5 \times 10^{29} \times T^{-\frac{5}{2}} \text{см} \quad (9.15)$$

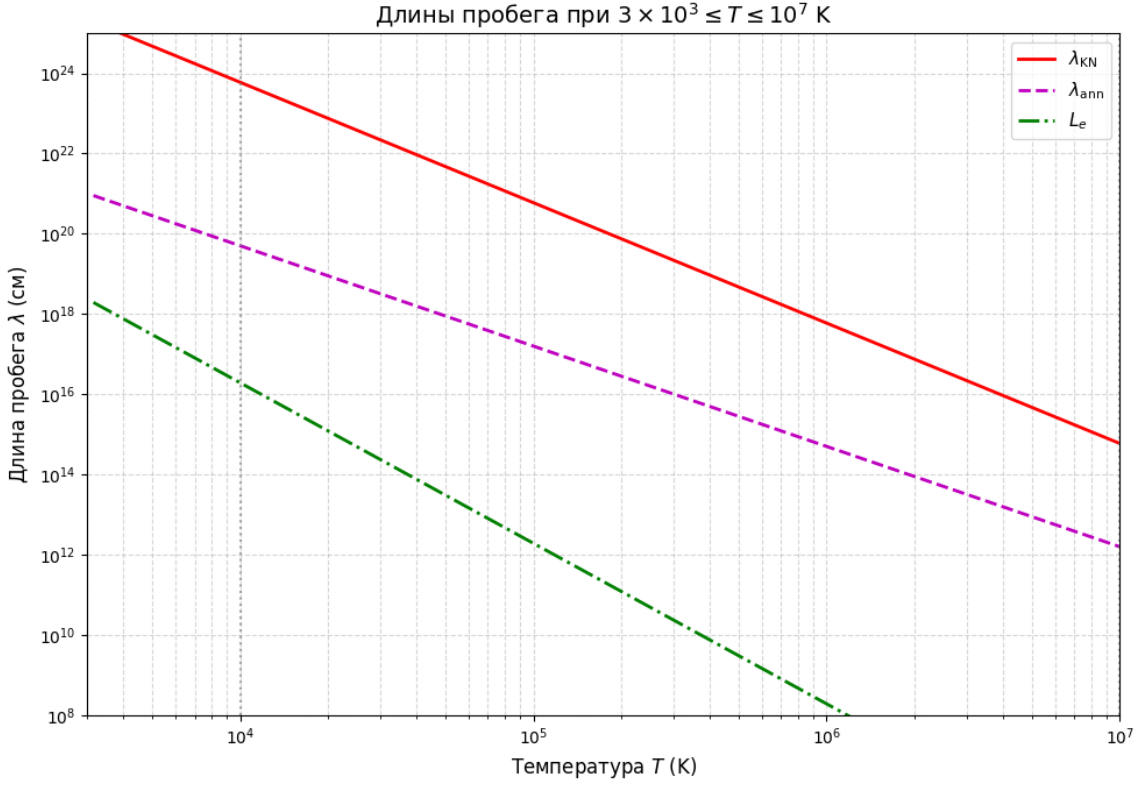


Рисунок 5 — Зависимость длины пробега от температуры при $T \in [10^7, 3 \times 10^3]$ К.

При понижении температуры ниже 10^7 К кривая $\lambda_{pp}(T)$ резко уходит вверх из-за экспоненциального падения доли высокоэнергичных тепловых фотонов. Теперь наименьшие значения даёт длина пробега релятивистских электронов $L_e(T)$ (обратное комптоновское рассеяние), в то время как $\lambda_k(T)$ лежит выше. Когда рождение пар становится неэффективным, основными переносчиками энергии от аннигиляции становятся релятивистские электроны — продукты распада заряженных пионов. Эти электроны теряют энергию на обратном комптоновском рассеянии, рождая УФ-фотоны. Длина пробега электрона L_e — это расстояние, на котором он теряет релятивистскую энергию, и именно она определяет, как далеко от границы домена может распространиться свечение. Таким образом, размер светящейся области определяется L_e и увеличивается с понижением температуры.

$$R \in [2 \times 10^7, 6 \times 10^{14}] \text{ см} \quad (9.16)$$

9.3 $T < 3 \times 10^3$ К

С наступлением рекомбинации, Вселенная становится прозрачной для излучения. Следовательно, единственная реакция, которая будет происходить в

результате аннигиляции барионов с антибарионами-это рассеяние аннигиляционного фотона на атоме водорода. Сечение для такого процесса

- Рассеяние на атомах водорода.

При описании данного процесса в качестве сечения взаимодействия необходимо использовать томпсоновское сечение:

$$\sigma_{\text{atom}} = 6.65 \times 10^{-25} \text{ см}^2 \quad (9.17)$$

Плотность атомов водорода также будет определяться барион-фотонным отношением, упомянутым ранее. Тогда

$$\lambda_{\text{atom}}(T) = \frac{1}{n_H(T) \cdot \sigma_{\text{atom}}} = 6 \times 10^{24} \cdot T^{-3} \text{ см} \quad (9.18)$$

- Комптоновское рассеяние аннигиляционного фотона на электроне.

Основным отличием описания комптоновского рассеяния при низких температурах заключается в необходимости учета эффектов ионизации, поскольку данный процесс будет влиять на концентрацию позитронов вблизи границы раздела домена с материей. Для оценки сечения можно все также использовать формулу Клейна-Нишины.

$$\sigma_{\text{KN}} = 1.15 \times 10^{-26} \text{ см}^2 \quad (9.19)$$

Выразим плотность электронов через степень ионизации (данный процесс был изучен ранее) и получим

$$\lambda_2(T) = \frac{1}{n_e(T) \cdot \sigma_{\text{KN}}} = \frac{6 \times 10^{35}}{x_e(T)} \cdot T^{-3} \text{ см} \quad (9.20)$$

- Торможение аннигиляционного электрона/позитрона на тепловом фотоне (обратное рассеяние).

$$L_e(T) = 1.95 \times 10^{32} \cdot T^{-4} \text{ см} \quad (9.21)$$

- Аннигиляция позитронов с электронами.

Поскольку в данном процессе участвуют электроны, при оценке длины пробега необходимо также учитывать степень ионизации.

$$\sigma_{2\gamma}(T) = 1.36 \times 10^{-20} \cdot T^{-1/2} \text{ см}^2 \quad (9.22)$$

Повторяя предыдущие выводы, получим

$$\lambda_4(T) = \frac{1}{n_e(T) \cdot \sigma_{2\gamma}(T)} = \frac{5 \times 10^{29}}{x_e(T)} \cdot T^{-5/2} \text{ см} \quad (9.23)$$

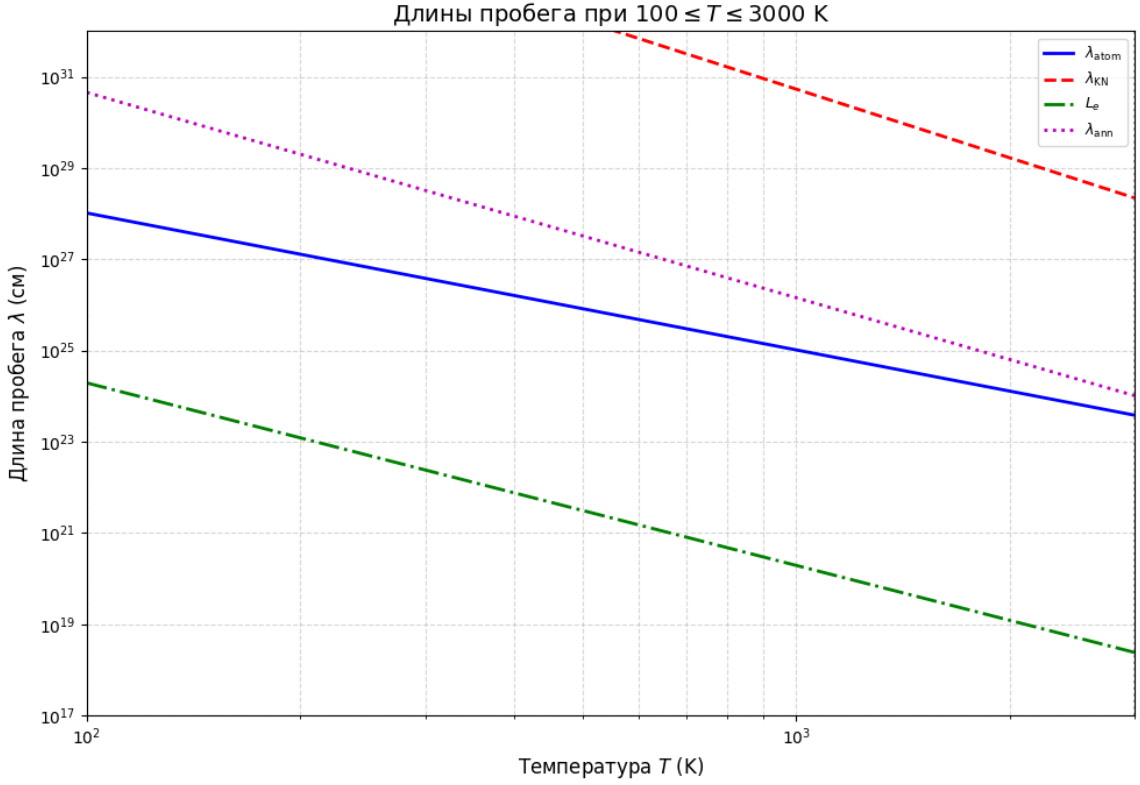


Рисунок 6 — Зависимость длины пробега от температуры при $T < 3 \times 10^3$ К.

При температурах ниже рекомбинации среда становится нейтральной. Концентрация свободных электронов резко падает, поэтому комптоновское рассеяние на них становится неэффективным. График показывает, что теперь наименьшую длину пробега имеет рассеяние гамма-квантов на нейтральных атомах водорода (λ_{atom}). Сечение этого процесса близко к томпсоновскому, а концентрация атомов определяется космологическим барион-фотонным отношением. Фотон может испытать многократное рассеяние, постепенно теряя энергию, но расстояние, на которое он способен проникнуть до первого рассеяния, задаётся λ_{atom} . Это и есть характерный размер области, из которой приходит излучение — за его пределами вероятность взаимодействия становится малой. Следовательно, размер светящейся области определяется λ_{atom} и растёт с дальнейшим понижением температуры.

$$R \in [2 \times 10^{14}, 6 \times 10^{18}] \text{ см} \quad (9.24)$$

10. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения работы были изучены процессы диффузии и ионизации на границе домена с горизонтом в различные эпохи Вселенной. Были получены основные зависимости коэффициента диффузии от времени

$$D_{RD}(t) \propto \frac{t^{\frac{3}{2}}}{\sigma_{eff}} \propto t^{\frac{3}{2}}, \text{ РД-стадия}$$

$$D(t) \propto \frac{t^2}{\sigma_{\tau}} \propto t^2, \text{ МД-стадия}$$

Для описания ионизации была получена формула, позволяющая определить среднюю степень ионизации внутри домена:

$$\langle x_e \rangle \approx \frac{6\lambda_{уф}}{R} \propto \eta^{-\frac{2}{3}} M^{-\frac{1}{3}} T^{-2}.$$

Были также получены границы применимости данной модели. Было выяснено, что модель слабой ионизации описывает домены с плотностью $\eta \leq 10^{-9}$. Домены, удовлетворяющие этому условию, можно считать нейтральными в связи с малой степенью ионизации по всему объему.

Также был рассмотрен сценарий существования субдоменов вещества внутри домена антивещества: описаны различные сценарии и скорректировано уравнение ионизации.

С учетом процессов, происходящих с доменом в результате аннигиляции на границе, были получены размеры области распространения вторичных продуктов с учетом доминирующих процессов. В дальнейшем планируется исследование энерговыделения невыживающих доменов в течение времени. Данный анализ позволит оценить возможность наблюдения продуктов домена антивещества, а также определить характер излучения.

А. ПРИЛОЖЕНИЯ

А.1 Плотность числа фотонов равновесного излучения

Плотность числа фотонов в равновесном излучении с температурой T определяется интегрированием распределения Планка по всем частотам:

$$n_\gamma(T) = \int_0^\infty \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1} d\nu. \quad (\text{A.1})$$

Введём безразмерную переменную

$$x = \frac{h\nu}{k_B T}, \quad d\nu = \frac{k_B T}{h} dx, \quad \nu^2 = \left(\frac{k_B T}{h}\right)^2 x^2. \quad (\text{A.2})$$

Тогда

$$n_\gamma(T) = \frac{8\pi}{c^3} \left(\frac{k_B T}{h}\right)^3 \int_0^\infty \frac{x^2}{e^x - 1} dx. \quad (\text{A.3})$$

Известный табличный интеграл выражается через дзета-функцию Римана $\zeta(s)$:

$$\int_0^\infty \frac{x^{s-1}}{e^x - 1} dx = \Gamma(s)\zeta(s). \quad (\text{A.4})$$

При $s = 3$ имеем $\Gamma(3) = 2! = 2$ и $\zeta(3) \approx 1.2020569$, следовательно

$$\int_0^\infty \frac{x^2}{e^x - 1} dx = 2\zeta(3) \approx 2.4041138. \quad (\text{A.5})$$

Подставляя, получаем

$$n_\gamma(T) = \frac{8\pi}{c^3} \left(\frac{k_B T}{h}\right)^3 \cdot 2\zeta(3) = \frac{16\pi\zeta(3)}{c^3} \left(\frac{k_B T}{h}\right)^3. \quad (\text{A.6})$$

Учитывая, что $\hbar = h/(2\pi)$, выражение можно переписать в компактной форме:

$$n_\gamma(T) = \frac{2\zeta(3)}{\pi^2} \left(\frac{k_B T}{\hbar c}\right)^3. \quad (\text{A.7})$$

Возводя в куб и умножая на $\frac{2\zeta(3)}{\pi^2}$, получаем окончательную рабочую формулу:

$$n_\gamma(T) = 0.243 \left(\frac{T}{1\text{K}}\right)^3 \quad (\text{A.8})$$

Таким образом, в ранней Вселенной концентрация реликтовых фотонов однозначно определяется температурой и составляет $n_\gamma \approx 0.243 T^3$.

А.2 Длина пробега электрона.

В ультрарелятивистском пределе ($\gamma \gg 1$) и для мягких фотонов СМВ ($\varepsilon \sim kT_\gamma \ll m_e c^2$) средняя потеря энергии фотона за одно рассеяние:

$$\langle \Delta\varepsilon \rangle \approx \frac{4}{3} \gamma^2 \varepsilon. \quad (\text{A.9})$$

Мощность потерь энергии электрона:

$$-\frac{dE}{dt} = \langle \Delta\varepsilon \rangle \cdot c\sigma_T n_\gamma = \frac{4}{3} \sigma_T c U_\gamma \gamma^2, \quad (\text{A.10})$$

где $U_\gamma = \varepsilon n_\gamma$ — плотность энергии СМВ, σ_T — томпоновское сечение. С учётом $U_\gamma(z) = aT_0^4(1+z)^4$ получаем:

$$-\frac{dE}{dt} = K_\gamma(z) \beta \gamma^2, \quad K_\gamma(z) \approx 0.7 (1+z)^4 \text{ эВ/Мпк}. \quad (\text{A.11})$$

Из $dE/dx = (1/c\beta)dE/dt$ и $E = \gamma m_e c^2$:

$$\frac{d\gamma}{dx} = -\frac{K_\gamma(z)}{m_e c^3} \gamma^2. \quad (\text{A.12})$$

Интегрируя от γ_0 до $\gamma \sim 1$:

$$L_e = \frac{m_e c^3}{K_\gamma(z)} \left(\frac{1}{\gamma_0} - 1 \right) \approx \frac{m_e c^2}{K_\gamma(z)} \arcsin \beta_0, \quad (\text{A.13})$$

А.3 Вывод формулы для скорости фотоионизации $G(r)$

Рассмотрим процесс ионизации атомарного антиводорода в точке на расстоянии r от центра антидомена. Число актов фотоионизации в единице объёма за единицу времени:

$$dG = \sigma_{\text{ion}}(E_\gamma) \cdot F(E_\gamma, r) \cdot n_{\bar{H}}(r) \cdot dE_\gamma, \quad (\text{A.14})$$

где:

$\sigma_{\text{ion}}(E_\gamma)$ — сечение фотоионизации для фотона с энергией E_γ ,

$F(E_\gamma, r)$ — спектральная плотность потока фотонов [фотоны/(см²·с·эВ)] в точке r ,

$n_{\bar{H}}(r)$ — концентрация нейтральных антиатомов водорода.

Если фотоны имеют спектр $\phi(E_\gamma)$, нормированный так, что полный поток

$$F_{\text{tot}}(r) = \int \phi(E_\gamma, r) dE_\gamma, \quad (\text{A.15})$$

то

$$G(r) = n_{\bar{H}}(r) \int_{E_{\text{thr}}}^{\infty} \sigma_{\text{ion}}(E_{\gamma}) \phi(E_{\gamma}, r) dE_{\gamma}. \quad (\text{A.16})$$

Введём среднее (эффективное) сечение:

$$\bar{\sigma}_{\text{ion}} = \frac{1}{F_{\text{tot}}(r)} \int \sigma_{\text{ion}}(E_{\gamma}) \phi(E_{\gamma}, r) dE_{\gamma}. \quad (\text{A.17})$$

Тогда

$$G(r) = \bar{\sigma}_{\text{ion}} F_{\text{tot}}(r) n_{\bar{H}}(r). \quad (\text{A.18})$$

Если степень ионизации в точке r равна $x_e(r)$, то концентрация нейтральных атомов составляет $n_{\bar{H}}(r)[1 - x_e(r)]$. Окончательно:

$$G(r) = \bar{\sigma}_{\text{ion}} F_{\text{tot}}(r) n_{\bar{H}}(r) [1 - x_e(r)] \quad (\text{A.19})$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] М.Ю.Хлопов. Основы космомикрoфизики.-2011.
- [2] Т.М. Kneiske. Gamma-Ray Background: A Review.-2001. arXiv:0707.2915
- [3] Aguilar M. et al. (AMS Collaboration). Preliminary evidence for antihelium candidates in cosmic rays. — 2023. — ICRC 2023 proceedings.
- [4] De La Torre Luque P., Winkler M.W., Linden T. Cosmic-Ray Propagation Models Elucidate the Prospects for Antinuclei Detection. — 2024. — arXiv:2404.13114.
- [5] Winkler M.W., Linden T. Dark Matter Annihilation Can Produce a Detectable Antihelium Flux through \bar{b} Decays. — 2021. — arXiv:2006.16251.
- [6] Fedderke M.A., Kaplan D.E., Mathur A., Rajendran S., Tanin E.H. Fireball anti-nucleosynthesis // Physical Review D. — 2024. — Vol. 109, no. 12. — P. 123028. DOI: 10.1103/PhysRevD.109.123028.
- [7] А.Д.Долгов, Я.Б.Зельдович, М.В.Сажин. Космология ранней Вселенной.-1988.
- [8] G.Cowan.Statistical Data Analysis.-1979.-
- [9] D.Griffiths.Introduction to elementary particles.-1987.
- [10] Berestetskii, Lifshitz , Pitaevskii. Quantum Electrodynamics.-1982.
- [11] Rybicki, Lightman. Radiative Processes in Astrophysics.-1979.
- [12] Chandrasekhar. Radiative Transfer.-1960.
- [13] A.G. Cohen, A. De Rujula, S.L. Glashow A matter-antimatter Universe?-1998.- arXiv:astro-ph/9707087
- [14] L. Adiels et al., Phys. Lett. B182 (1986) 405
- [15] Fukugita et al. The Cosmic Baryon Budget. THE ASTROPHYSICAL JOURNAL 1998 503, 518-530.
- [16] J. Michael Shull, Charles W. Danforth. Identifying the Baryons in a Multiphase Intergalactic Medium.
- [17] Connor L. et al. A gas- rich cosmic web revealed by the partitioning of the missing baryons.

- [18] Хлопов М.Ю., Коноплич Р.В., Миньяни Р., Рубин С.Г., Сахаров А.С. Evolution and observational signature of diffused antiworld. *Astroparticle Physics* 2000, 12, 367-372.
- [19] Khlopov, M.Y.; Lecian, O.M. The Formalism of Milky-Way Antimatter-Domains Evolution. *Galaxies* 2023, 11, 50.
- [20] Blumenthal, G. R., & Gould, R. J. (1970). Bremsstrahlung, synchrotron radiation, and Compton scattering of high-energy electrons traversing dilute gases. *Reviews of Modern Physics*, 42(2), 237-271.
- [21] Jones, F. C. (1968). Calculated spectrum of inverse-Compton-scattered photons. *Physical Review*, 167(5), 1159-1169.
- [22] Zdziarski, A. A. (1993). In-flight annihilation of positrons. *Astronomy & Astrophysics*, 278, 647-652.
- [23] Zel'dovich, Ya. B., & Sunyaev, R. A. (1969). The interaction of matter and radiation in a hot-model universe. *Astrophysics and Space Science*, 4, 301-316.
- [24] Yu.A. Golubkova, M.Yu. Khlopov Diffuse Gamma Flux from Antiproton Annihilation in Our Galaxy.-1999.-arXiv:astro-ph/9911058v1
- [25] *Z. Phys. C - Particles and Fields* 35, 15-19 (1987)
- [26] M.Yu.Khlopov, S.G.Rubin. Cosmological Pattern of Microphysics in Inflationary Universe.-2010.
- [27] Perkins D.H. Introduction to High Energy Physics.-2000.
- [28] P. Marigo, L. Girardi, C. Chiosi, and P. R. Wood. Zero-metallicity stars.-2001.- DOI: 10.1051/0004-6361:20010309.
- [29] S. Seager, D. Sasselov. How exactly did the Universe become neutral?-1999.- arXiv:astro-ph/9912182
- [30] Meador-Woodruff A., Huterer D. BBN-simple: How to Bake a Universe-Sized Cake.- 2024. - arXiv:2412.07893.
- [31] Dolgov A.D. Antistars in the Galaxy.-2022.- DOI:10.3103/S0027134922020308.
- [32] Е.С.Голубева. Моделирование элементарного акта антинуклон-нуклонного взаимодействия при 3 ГэВ.-2015.
- [33] Rybicki, G. B., & Lightman, A. P. (1979). Radiative Processes in Astrophysics. Wiley, Chapter 7.

- [34] Klein, O., & Nishina, Y. (1929). Über die Streuung von Strahlung durch freie Elektronen nach der neuen relativistischen Quantendynamik von Dirac. *Zeitschrift für Physik*, 52, 853-868.
- [35] Blumenthal, G. R., & Gould, R. J. (1970). Bremsstrahlung, synchrotron radiation, and Compton scattering of high-energy electrons traversing dilute gases. *Reviews of Modern Physics*, 42(2), 237-271.