

Многочастичные структуры темных атомов: ПРИБЛИЖЕНИЕ ХАРТРИ-ФОКА

Мвилама Д.

Научный руководитель: д.ф.-м.н., проф. М. Ю. Хлопов

Научный консультант: Сопин Д. О.

НИЯУ «МИФИ»

May 7, 2026

Оглавление

- ▶ Введение
- ▶ Бозонное приближение Хартри–Фока
- ▶ Численная реализация
- ▶ Потенциал взаимодействия альфа частиц
- ▶ Эффект многозарядного лептона
- ▶ Обсуждение
- ▶ Выводы и дальнейшая работа

Введение

- ▶ Природа скрытой массы остаётся одной из ключевых нерешённых проблем физики
- ▶ Модели **тёмных атомов** (например, OHe) предлагают стабильные нейтральные связанные состояния тяжёлого заряженного лептона X^{--} и ядер ${}^4\text{He}$
- ▶ Необходимость микроскопического описания многочастичных α -кластерных систем в сильном кулоновском поле
- ▶ **Цель работы:** разработать бозонное приближение Хартри–Фока для таких систем

Бозонное приближение Хартри–Фока

- ▶ α -частицы рассматриваются как тождественные бозоны
- ▶ Многочастичная волновая функция в приближении Хартри:

$$\Psi(r_1, \dots, r_K) = \prod_{i=1}^K \phi(r_i)$$

- ▶ Уравнение самосогласованного поля:

$$\left[-\frac{1}{2m_\alpha} \nabla^2 + V_C(r) + (K-1)V_H(r) \right] \phi(r) = \epsilon \phi(r)$$

- ▶ V_C — Потенциал кулоновского взаимодействия X^{--} с учетом распределения электрического заряда в альфа частиц
- ▶ V_H — потенциал среднего поля α - α взаимодействия (Али–Бодмер + кулоновский)

Потенциалы взаимодействия

- ▶ Потенциал взаимодействия лептона с α -частицей (V_C):

$$V_C(r) = -2N \int \frac{\rho_\alpha(|r-s|)}{|s|} d^3s$$

- ▶ Потенциал Хартри (среднее поле α - α):

$$V_H(r) = \int V_{\alpha\alpha}(|r-r'|) |\phi(r')|^2 d^3r'$$

- ▶ Двухчастичный потенциал $V_{\alpha\alpha}(r)$ (Али–Бодмер + регуляризованный кулоновский потенциал):

$$V_{\alpha\alpha}(r) = v_1 e^{-r^2/a_1^2} + v_2 e^{-r^2/a_2^2} + \frac{4e^2}{r}(\beta r)$$

- ▶ Для ^{12}C добавлен эффективный трёхчастичный член:

$$V_3 = W_0 \exp\left(-\frac{\sum_{i<j} |r_i - r_j|^2}{B_3^2}\right)$$

В уравнении Хартри–Фока используется $(K-1)V_H(r)$.

Численная реализация

- ▶ Метод эволюции по мнимому времени (Imaginary Time Propagation, ITP)
- ▶ Расщепление операторов + FFT для свёрток
- ▶ Расчётная сетка: куб $L = 25\text{--}40$ фм,
 $N_x = N_y = N_z = 128\text{--}160$
- ▶ Коррекция центра масс после каждой итерации
- ▶ Вычисление потенциала Хартри через FFT-свёртку с потенциалом Али-Бодмера

Потенциал взаимодействия альфа частиц

- ▶ Параметры потенциала Али–Бодмера определяются из известных свойств ${}^8\text{Be}$ и ${}^{12}\text{C}$

Величина	Расчёт (HF)	Эксперимент
${}^8\text{Be}: E$ (МэВ)	0.092 ± 0.001	0.0918 ± 0.0005
${}^8\text{Be}: r_{\alpha-\alpha}$ (фм)	3.51 ± 0.02	—
${}^{12}\text{C}: E$ (МэВ)	-7.275 ± 0.002	-7.2747
${}^{12}\text{C}: r_{\text{ch}}$ (фм)	2.53 ± 0.02	2.470 ± 0.022

Такой выбор параметров обеспечивает надёжную основу для учета кулоновского поля лептона.

Потенциал взаимодействия альфа частиц

Двухчастичный потенциал $V_{\alpha\alpha}(r)$ (Али–Бодмер):

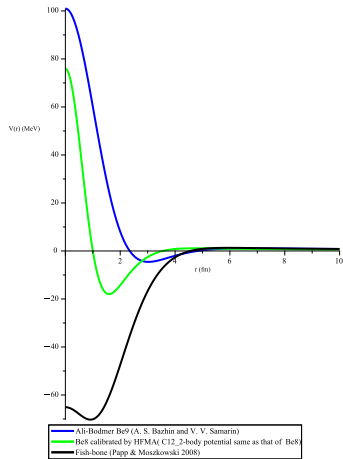
$$V_{\alpha\alpha}(r) = v_1 e^{-r^2/a_1^2} + v_2 e^{-r^2/a_2^2}$$

Параметр	${}^8\text{Be}$ ($K = 2$)	${}^{12}\text{C}$ ($K = 3$)
v_1 (МэВ)	126.61 ± 0.08	126.61 ± 0.08
a_1^2 (фм ²)	0.831 ± 0.012	0.831 ± 0.012
v_2 (МэВ)	-54.61 ± 0.06	-54.61 ± 0.06
a_2^2 (фм ²)	3.59 ± 0.04	3.59 ± 0.04
W_0 (МэВ)	–	0.282 ± 0.015
B_3 (фм)	–	3.32 ± 0.08

Для ${}^{12}\text{C}$ добавлен эффективный трёхчастичный член:

$$V_3 = W_0 \exp\left(-\frac{\sum_{i<j} |r_i - r_j|^2}{B_3^2}\right)$$

Потенциал взаимодействия альфа частиц



3-body Force Slice at fixed $r_{23} = 4$ fm

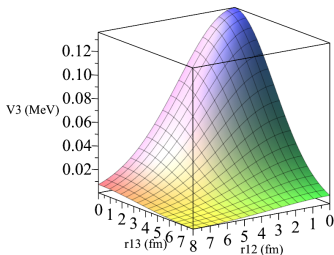


Figure: Сравнение потенциалов Али-Бодмера с различными наборами параметров и трёхчастичный потенциал

Эффект многозарядного лептона

Система	K	E_{total} (МэВ)	$r_{O-\alpha}$ (фм)	$r_{\alpha-\alpha}$ (фм)
OHe	1	-1.17 ± 0.01	4.12 ± 0.04	–
OBe	2	-5.66 ± 0.03	2.40 ± 0.03	3.39 ± 0.04
OC	3	-16.85 ± 0.06	1.80 ± 0.03	–

- ▶ Значительное сжатие α -облака под действием центрального лептона
- ▶ Переход от резонансных/слабо связанных состояний к глубоко связанным
- ▶ Стабильные конфигурации с энергиями связи в несколько МэВ

Обсуждение

- ▶ Внешнее кулоновское поле лептона стабилизирует и сжимает α -кластеры
- ▶ Необходима перенормировка эффективного α - α взаимодействия в приближении среднего поля
- ▶ Полученные энергии связи (5.7 и 16.9 МэВ) достаточны для устойчивости при температурах BBN
- ▶ Уменьшенные радиусы влияют на сечения захвата и электромагнитные переходы
- ▶ Подход эффективен для систем средней массы, но имеет ограничения при большом числе альфа частиц.

Выводы

- ▶ Разработано самосогласованное бозонное приближение Хартри–Фока для многочастичных тёмных атомов
- ▶ Определены параметры потенциалов ядерного взаимодействия с учетом эффектов многозарядного лептона.
- ▶ Получены количественные характеристики глубоко связанных конфигураций 0He , 0Be и 0C
- ▶ Результаты важны для понимания эффектов ядерного захвата и образование аномальных изотопов в моделях тёмных атомов
- ▶ Метод открывает путь к изучению более сложных много- α структур

Дальнейшая работа

- ▶ Исследование систем с большим числом α -частиц ($K \geq 4$)
- ▶ Учёт более сложных корреляций
(Tohsaki-Horiuchi-Schuck-Röpke, THSR - пробная функция многочастичной системы)
- ▶ Исследование эффективного потенциала взаимодействия, зависящего от количества альфа-частиц в системе
- ▶ Варьирование заряда лептона N и анализ космологических ограничений
- ▶ Сравнение с более точными микроскопическими методами

Спасибо за внимание!

Вопросы?