

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования «Национальный
исследовательский ядерный университет «МИФИ»

УДК 539.12.01

ОТЧЕТ

О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ
**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СТРУКТУРНЫХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ
ВЫЧИСЛЕНИЯ БФКЛ ИНТЕРСЕПТА ω**

Научный руководитель
к.ф.-м.н.

_____ М. Н. Алфимов

Студент

_____ Р. К. Егембердиев

Москва 2026

Содержание

1	Теоретическое введение	2
1.1	Теорема Померанчука	2
1.2	БФКЛ уравнение и зависимость полного сечения от энергии ...	3
1.3	Померон	7
1.4	Структурные функции	8
1.5	ЕМС-эффект и область затемнения	9
1.6	Цель и актуальность работы	10
2	Ход работы	10
3	Заключение	15
4	Литература	15

1. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

1.1. ТЕОРЕМА ПОМЕРАНЧУКА

С 1955 года было положено начало исследований высокоэнергетических упругих адронных рассеяний. Попутно были проведены исследования упругих адрон-антиадронных столкновений. Теоретически было предсказано, что с ростом $\sqrt{s} \rightarrow \infty$ разность полных сечений pp и $p\bar{p}$ стремится к нулю [1]:

$$|\sigma_{\text{tot}}^{pp} - \sigma_{\text{tot}}^{p\bar{p}}| \rightarrow 0.$$

Иными словами, полные сечения pp и $p\bar{p}$ столкновений совпадают численно с ростом энергии в системе центра масс. Данное предсказание носит название **теоремы Померанчука** и было экспериментально проверено в 1971 году на Серпуховском ускорителе.

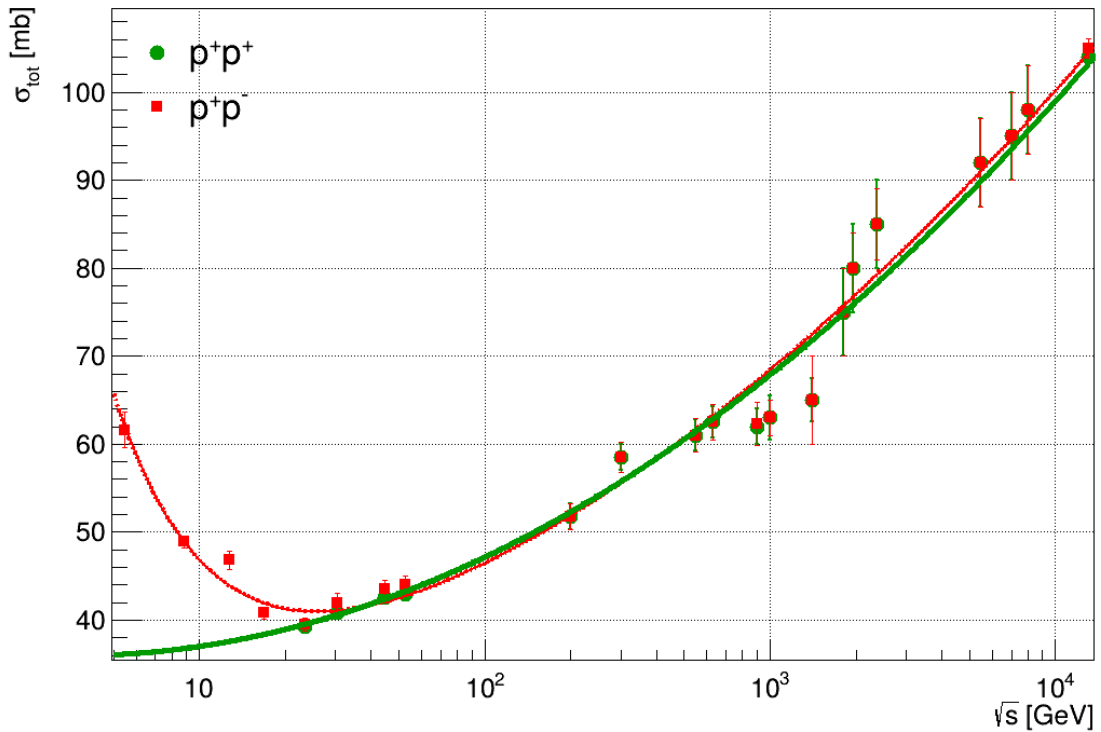


Рис. 1: Графики полного сечения для pp и $p\bar{p}$.

Данные для графика (рис. 1) были взяты из работ [2, 3, 4].

1.2. БФКЛ УРАВНЕНИЕ И ЗАВИСИМОСТЬ ПОЛНОГО СЕЧЕНИЯ ОТ ЭНЕРГИИ

Исследуемые процессы рассеяния происходят при энергиях $s \geq Q^2 \geq \Lambda_{\text{QCD}}$, где $\Lambda_{\text{QCD}} \approx 200\text{--}300$ МэВ — энергетический масштаб КХД. При попытке вычислить сечение упругого рассеяния адронов с помощью диаграмм Фейнмана возникают две трудности.

Первая заключается в том, что вычисления после древесного порядка становятся чрезвычайно громоздкими, а ограничиться одним порядком невозможно, поскольку большинство процессов при высоких энергиях требуют учёта высших порядков.

Вторая трудность связана с появлением в расчётах слагаемых типа $\ln(1/x)$, которые могут приводить к расходимостям.

Необходим новый подход. Такой подход, называемый **БФКЛ** (Балицкий–Фадин–Кураев–Липатов), позволяет обойти указанные проблемы. Он заключается в нахождении амплитуды рассеяния из интегрально-дифференциального уравнения, известного как уравнение БФКЛ [5, 6].

В форме свертки оно имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \mathcal{F}(k, k', Y)}{\partial Y} = (\mathcal{K} \otimes \mathcal{F})(k, k', Y) \equiv \int d^2 q \mathcal{K}(k, q) \mathcal{F}(Y, q, k'), \quad (1)$$

где:

- $\mathcal{F}(k, k', Y)$ — глюонная плотность;
- $Y = \ln(s/s_0)$ — быстрота;
- k, k' — поперечные импульсы партонов;
- $\mathcal{K}(k, q)$ — ядро БФКЛ, описывающее испускание одного глюона.

В приближении ведущего логарифма ядро БФКЛ в импульсном пространстве имеет вид:

$$\mathcal{K}^{(0)}(k, q) = \frac{\alpha_s N_c}{\pi^2} \left[\frac{1}{(k - q)^2} - \frac{1}{k^2} \theta(k^2 - q^2) - \frac{1}{q^2} \theta(q^2 - k^2) \right] \quad (2)$$

где:

- k, q — поперечные импульсы партонов;
- α_s — константа сильного взаимодействия;
- $N_c = 3$ — число цветов;
- $\theta(x)$ — ступенчатая функция Хевисайда ($\theta(x) = 1$ при $x > 0$, иначе 0).

Физический смысл слагаемых:

- Первое слагаемое $\frac{1}{(k - q)^2}$ описывает испускание реального глюона;
- Второе и третье слагаемые — поправки устраняющие расходимости.

NLO-ядро записывается как:

$$\mathcal{K}^{(\text{NLO})}(k, q) = \frac{\alpha_s N_c}{2\pi^2} \left[\frac{2}{(k - q)^2} - \delta(k - q) \int \frac{d^2 p}{(k - p)^2 p^2} \right] \times \left[1 + \frac{\alpha_s N_c}{4\pi} \left(\frac{67}{9} - 2\zeta(2) - \frac{10 n_f}{9 N_c} \right) \right] \quad (3)$$

$$+ \frac{\alpha_s^2 N_c^2}{4\pi^3} \left[\frac{1}{(k - q)^2} \left(\frac{\beta_0}{N_c} \ln \left(\frac{\mu^2}{(k - q)^2} \right) - \ln^2 \left(\frac{k^2}{q^2} \right) \right) + f_1(k, q) + f_2(k, q) \right. \\ \left. + \delta(k - q) \left(\frac{\beta_0}{2N_c} \int \frac{d^2 p k^2}{(k - p)^2 p^2} \ln \left(\frac{(k - p)^2 p^2}{\mu^2 k^2} \right) + 6\pi\zeta(3) \right) \right] \quad (4)$$

где:

- $\beta_0 = \frac{11}{3} N_c - \frac{2}{3} n_f$ — первый коэффициент бета-функции КХД;
- $n_f = 3$ — число активных ароматов кварков (u, d, s);

- $\zeta(2) = \frac{\pi^2}{6}$, $\zeta(3) \approx 1.2020569$ — дзета-функции Римана;
- $\delta(k - q)$ — двумерная дельта-функция;
- $f_1(k, q)$ и $f_2(k, q)$ — сложные функции, определяемые полным выражением NLO-ядра.

В LLA-приближении решение уравнения даёт:

$$\mathcal{F}(Y, k, k') \sim \frac{\exp(\omega Y)}{\sqrt{k^2 k'^2 Y}} \exp\left(-\frac{\ln(k/k')}{Y}\right), \quad (5)$$

где ω — так называемый **интерсепт**.

Если константа связи фиксирована, интерсепт разлагается в ряд:

$$\omega = 1 + \sum_{n=0}^{\infty} \omega_n \left(\frac{\alpha_s N_c}{\pi}\right)^{n+1}. \quad (6)$$

Здесь ω_n — поправки к интерсепту, которые в каждом порядке вычисляются исходя из ядра БФКЛ; $N_c = 3$ — цветовой заряд.

В случае бегущей константы связи ω становится функцией энергии: $\omega = \omega(s)$, что точнее описывает эксперимент.

Амплитуда рассеяния вперёд может быть представлена как сумма вкладов t -канальных глюонных лестниц с числом ступенек n [6, 7]:

$$\mathcal{A}_n(s) = \left(\frac{\alpha_s N_c}{\pi}\right)^n \int \frac{d^2 k_1}{\pi} \dots \frac{d^2 k_{n-1}}{\pi} \Phi(k_1) \Phi(k_n) \int_0^Y dy_1 \dots \int_0^{y_{n-1}} dy_n \prod_{i=1}^{n-1} \frac{1}{(k_i - k_{i+1})^2}. \quad (7)$$

Пояснение к формуле:

- Множитель $\left(\frac{\alpha_s N_c}{\pi}\right)^n$ возникает из n глюонных вершин, каждая из которых даёт вклад $\alpha_s N_c / \pi$ в приближении ведущего логарифма.
- Интегрирование по $d^2 k_i / \pi$ производится по поперечным импульсам обменных глюонов. Каждый такой интеграл соответствует промежуточному состоянию лестницы.

- Функции $\Phi(k_1)$ и $\Phi(k_n)$ — **факторы адронизации** (impact factors), описывающие взаимодействие начальных адронов с первым и последним глюонами лестницы.
- Интегрирование по dy_i — интегрирование по быстротам обменных глюонов. Упорядочение $Y > y_1 > y_2 > \dots > 0$ отражает **сильную упорядоченность быстрот** в высокоэнергетическом пределе.
- Произведение $\prod \frac{1}{(k_i - k_{i+1})^2}$ — пропагаторы обменных глюонов в t -канале. Суммирование по всем n даёт полную амплитуду:

$$\mathcal{A}(s) = \sum_{n=0}^{\infty} \mathcal{A}_n(s) = s \int \frac{d^2k}{(2\pi)^2} \frac{d^2k'}{(2\pi)^2} \Phi(k) G(Y, k, k') \Phi(k'), \quad (8)$$

где $Y = \ln(s/s_0)$, а $G(Y, k, k')$ — **функция Грина** БФКЛ-уравнения.

Физический смысл функции Грина: она описывает вероятность перехода глюона с поперечным импульсом k' в глюон с поперечным импульсом k при изменении быстроты на Y . В терминах глюонной лестницы $G(Y, k, k')$ представляет собой сумму всех лестничных диаграмм с фиксированными начальным k' и конечным k импульсами.

В терминах преобразования Меллина:

$$\mathcal{A}(s) = s \int \frac{d^2k}{(2\pi)^2} \frac{d^2k'}{(2\pi)^2} \Phi(k) \Phi(k') \int \frac{d\omega}{2\pi i} \left(\frac{s}{s_0} \right)^\omega G_\omega(k, k'), \quad (9)$$

где $G_\omega(k, k') = \int_0^\infty dY e^{-\omega Y} G(Y, k, k')$ — преобразование Меллина функции Грина.

При больших s доминирует полюс при $\omega = \omega_0$, где ω_0 — наибольшее собственное значение БФКЛ-ядра. Это даёт:

$$\mathcal{A}(s) \sim s^\omega, \quad \omega = 1 + \omega_0. \quad (10)$$

Проблема заключается в том, что LLA-приближение недостаточно для описания эксперимента: $\omega_{\text{LLA}} \approx 0.53$, тогда как из экспериментальных данных следует $\omega \approx 0.16$. Следовательно, необходим учёт следующего (NLO) порядка.

Амплитуда рассеяния вперёд в NLO-приближении при больших s имеет вид:

$$\mathcal{A}_{\text{NLO}}(s) = \mathcal{A}_{\text{LLA}} \phi(s), \quad (11)$$

где $\phi(s)$ — функция, описывающая NLO-поправки. Для оценки полного сечения σ_{tot} можно считать эту функцию константой. В результате $\mathcal{A}(s) \sim s^{\omega_{\text{NLO}}}$.

Используя оптическую теорему, получаем связь полного сечения с интерсептом:

$$\sigma_{\text{tot}} = \frac{\text{Im } \mathcal{A}(s)}{s} \sim \frac{s^{\omega}}{s} = s^{\omega-1}. \quad (12)$$

1.3. ПОМЕРОН

В квантовой хромодинамике при высоких энергиях амплитуда упругого адронного рассеяния не сводится к одноглюонному обмену — это приводило бы к нарушению унитарности и появлению инфракрасных расходимостей.

Эффективный подход к описанию таких процессов заключается во введении квазичастицы — **померона**. Померон обладает квантовыми числами вакуума:

$$J^{PC} = 0^{++},$$

где J — полный момент импульса, P — внутренняя чётность, C — зарядовое сопряжение.

Благодаря этому он не переносит аддитивных квантовых чисел (изоспин, барионный заряд, странность и т.д.), что делает его универсальным объектом обмена во всех адрон-адронных столкновениях при высоких энергиях.

Глюонная лестница БФКЛ как реализация померона.

В рамках БФКЛ-подхода померон получает микроскопическое описание: он представляет собой сумму бесконечной последовательности t -канальных глюонных лестниц, где обменные глюоны имеют поперечные импульсы k_i , упорядоченные по быстрой Y . Типичная диаграмма глюонной лестницы показана на рис. 2.

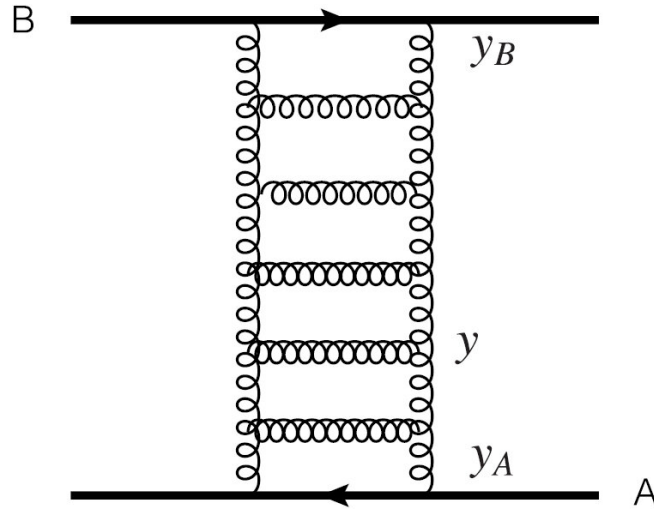


Рис. 2: Диаграмма глюонной лестницы в приближении LLA.

В LLA вклад каждой «ступеньки» лестницы пропорционален $\alpha_s \ln(1/x)$, а суммирование всех таких членов приводит к степенному росту амплитуды $\mathcal{A}(s) \sim s^\omega$ — это и есть проявление померона в партонных моделях.

Основные свойства померона:

- 1.. **Универсальность:** один и тот же померон описывает рост полных сечений pp , $p\bar{p}$, πp , Kp , γp и структурных функций $F(x)$ при малых x .
- 2.. **Мягкий и жёсткий помероны:** при $|t| \lesssim 1$ ГэВ² (мягкие процессы) интерсепт $\omega_{\text{soft}} \approx 0.08\text{--}0.09$; в жёстких процессах (большие Q^2) эффективный интерсепт может достигать $\omega_{\text{hard}} \sim 0.2\text{--}0.3$.
- 3.. **Отсутствие кваркового обмена:** померон не меняет аромат и барионное число сталкивающихся частиц, что объясняет дифракционное рассеяние $pp \rightarrow pX$ и процессы с центральным рождением частиц.

1.4. СТРУКТУРНЫЕ ФУНКЦИИ

Протон, как и другие адроны, является составной частицей. Вводятся безразмерные **структурные функции** $F(Q^2, x)$, описывающие распределе-

ние импульса и полей внутри протона:

$$F(Q^2, x) = x \sum_q e_q^2 [q_+(Q^2, x) + q_-(Q^2, x)], \quad (13)$$

где $q_{\pm}(Q^2, x)$ — функции распределения партонов, задающие вероятность найти кварк (или антикварк) с долей импульса x при масштабе Q^2 . В пределе малых x структурная функция приобретает степенной вид, что связано с обменом помероном:

$$F(Q^2, x) = C x^{-\omega}. \quad (14)$$

1.5. ЭМС-ЭФФЕКТ И ОБЛАСТЬ ЗАТЕМНЕНИЯ

Первоначально предполагалось, что структурные функции нуклонов в ядре не отличаются от структурных функций свободных нуклонов. Если бы нуклоны были независимы, то структурная функция ядра была бы суммой структурных функций отдельных нуклонов [8]:

$$F_{\text{нuc}}(Q^2, x) = A F_n(Q^2, x),$$

и отношение

$$R = \frac{F_{\text{нuc}}(Q^2, x)}{A F_n(Q^2, x)} \quad (15)$$

равнялось бы единице. Однако эксперименты по глубоконеупругому рассеянию лептонов на ядрах показали, что это отношение отклоняется от единицы. Это явление получило название **ЭМС-эффекта**. В данной работе нас интересует так называемая **область затемнения** (shadowing) — область малых x ($x \lesssim 10^{-2}$), где наблюдается резкое падение R . Это связано с перекрытием глюонных полей нуклонов в ядре.

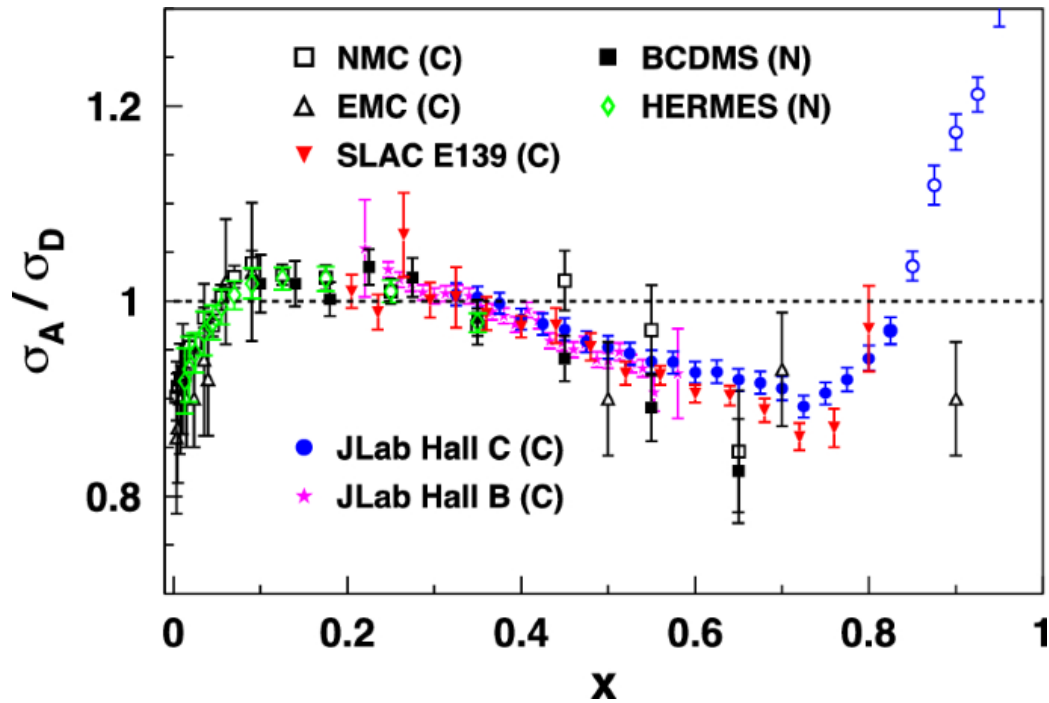


Рис. 3: График отношения $R = F_{\text{нuc}} / (A F_n)$ для различных ядер.

1.6. ЦЕЛЬ И АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ

Цель работы: разработка альтернативного метода расчёта интерсепта ω с использованием структурных функций протона.

Актуальность работы: исследование процессов упругого высокоэнергетического столкновения адронов способно пролить свет на фундаментальные особенности сильного взаимодействия. В данной работе показана связь между внутренней структурой протона и процессами рассеяния, в которых он участвует.

2. ХОД РАБОТЫ

Для расчёта ω был использован тот факт, что сечения упругого $\sigma_{\text{el}}(s)$ и неупругого $\sigma_{\text{nel}}(s)$ процессов имеют степенную зависимость с показателем, совпадающим с ω . Это связано с обменом помероном, обладающим универсальностью. Это и есть ключевой момент позволяющий найти связь двух различных процессов рассеяния. Как уже отмечалось, структурная функция про-

тона в пределе малых x имеет вид $F(x) \sim x^{-\omega}$, что обусловлено обменом помероном. В работе А.Молочкова [8] через уравнение Бете-Солпитера было получено следующее выражение для структурной функции ядра $F_2^A(x)$:

$$F_2^A(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \left[\frac{M_A - E_{A-1} - p_3}{E_N} F_2^N(x_N) - \frac{\Delta_A^N}{E_N} x_N \frac{dF_2^N(x_N)}{dx_N} \right] \frac{f^{N/A}(M_A, \mathbf{p})}{8M_A E_N E_{A-1} \Delta_A^{N2}}, \quad (16)$$

где:

- $x = \frac{Q^2}{2mq_0}$ — переменная Бёркена для ядра, нормированная на массу нуклона;
- $x_N = \frac{xm}{E_N - p_3}$ — переменная Бёркена для struck-нуклона;
- $E_N = \sqrt{m^2 + \mathbf{p}^2}$ — энергия struck-нуклона на массовой поверхности;
- $E_{A-1}^2 = M_{A-1}^2 + \mathbf{p}^2$ — энергия ядра-остатка на массовой поверхности;
- $\Delta_A^N = M_A - E_N - E_{A-1}$ — энергия сдвига, характеризующая четырёхмерное ферми-движение;
- $f^{N/A}(M_A, \mathbf{p})$ — трёхмерное импульсное распределение нуклонов в ядре.

Первое слагаемое в формуле (16) описывает вклад обычного трёхмерного ферми-движения, а второе слагаемое, содержащее производную структурной функции dF_2^N/dx_N , обусловлено релятивистским эффектом τ -сдвига — раздвижкой нуклонов во времени внутри ядра. Именно это слагаемое ответственно за возникновение ЕМС-эффекта.

Для области затемнения (малых x) можно получить приближённое выражение, связывающее отношение R с производной структурной функции. Используя формулу (16) и учитывая, что в области малых x основной вклад даёт второе слагаемое с производной, получаем:

$$R \simeq 1 - \frac{\langle \Delta_A^N \rangle}{m} \cdot \frac{1}{F(x)} \frac{dF(x)}{dx}, \quad (17)$$

где $\langle \Delta_A^N \rangle$ — среднее значение энергии сдвига, а $F(x) = F_2^N(x)$ — структурная функция нуклона.

Величина Δ_A^N определяется выражением:

$$\Delta_A^N = \varepsilon_A - T_A \frac{A}{A-1}, \quad (18)$$

T_A — кинетическая энергия нуклона,

$$T_A \simeq T_c \left(1 - 0.98 \frac{N_s(A)}{A} \right), \quad (19)$$

$T_c = 20\text{--}24$ МэВ — кинетическая энергия нуклона в центре ядра, $N_s(A)$ — число нуклонов на поверхности ядра.

На основе формул (18) и (19) с использованием табличных значений энергий связи и оценок $N_s(A)/A$ были вычислены значения Δ_A^N , представленные в табл. 1.

Таблица 1: Вычисленные значения Δ_A^N для исследованных ядер

Элемент	Массовое число A	Δ_A^N , МэВ
Литий (Li)	6	−4.26
Углерод (C)	12	−4.56
Железо (Fe)	56	−5.92
Олово (Sn)	118	−7.16
Свинец (Pb)	208	−8.82

В работе [9] показано, что в NLO-приближении структурная функция имеет сложный вид, однако в асимптотике больших s (малых x) выделяется степенная зависимость:

$$F(x) \sim x^{-\omega}. \quad (20)$$

Подставляя (25) в (19), получаем:

$$R \simeq 1 - \frac{\Delta_A^N}{m} \cdot \frac{1}{x^{-\omega}} \frac{dx^{-\omega}}{dx} = 1 + \frac{\Delta_A^N}{m} \cdot \frac{\omega}{x}. \quad (21)$$

Отсюда находим выражение для интерсепта:

$$\omega \simeq \frac{mx}{\Delta_A^N} (1 - R). \quad (22)$$

В таблице 2 представлены значения отношения $R(x) = F_{\text{нuc}}(x)/(AF_n(x))$ для исследуемых ядер в области сверхмалых x (затемнение). [10] [11] [12] [13] [10] [14]

Таблица 2: Экспериментальные значения отношения $R = F_{\text{нuc}}/(AF_n)$ для различных ядер в области сверхмалых x ($x \leq 10^{-2}$)

x	Элемент (массовое число A)				
	Li ($A = 6$)	C ($A = 12$)	Fe ($A = 56$)	Sn ($A = 118$)	Pb ($A = 208$)
10^{-2}	0.94	0.90	0.84	0.81	0.76
5×10^{-3}	0.93	0.88	0.81	0.78	0.72
2×10^{-3}	0.91	0.85	0.77	0.73	0.66
10^{-3}	0.89	0.82	0.73	0.69	0.61
5×10^{-4}	0.87	0.79	0.69	0.64	0.55
10^{-4}	0.84	0.74	0.63	0.57	0.48

По формуле (22) с использованием значений $|\Delta_A^N|$ из табл. 1 вычисляем значения $\omega(x)$ для каждого ядра (табл. 3).

Таблица 3: Вычисленные значения интерсепта ω для различных ядер в области сверхмалых x ($x \leq 10^{-2}$)

x	Элемент				
	Li	C	Fe	Sn	Pb
10^{-2}	0.1321	0.2057	0.2534	0.2489	0.2554
5×10^{-3}	0.0771	0.1234	0.1505	0.1441	0.1490
2×10^{-3}	0.0396	0.0617	0.0729	0.0707	0.0724
10^{-3}	0.0242	0.0371	0.0427	0.0406	0.0413
5×10^{-4}	0.0143	0.0216	0.0245	0.0238	0.0239
10^{-4}	0.0035	0.0055	0.0059	0.0056	0.0057

Усредняя полученные значения по x для каждого элемента, находим средние интерсепты (табл. 4).

Таблица 4: Средние значения интерсепта $\langle \omega \rangle$ для исследованных ядер в области сверхмалых x ($x \leq 10^{-2}$)

Элемент	Δ_A^N , МэВ	$\langle \omega \rangle$
Литий (Li, $A = 6$)	-4.26	0.0485
Углерод (C, $A = 12$)	-4.56	0.0758
Железо (Fe, $A = 56$)	-5.92	0.0917
Олово (Sn, $A = 118$)	-7.16	0.0890
Свинец (Pb, $A = 208$)	-8.82	0.0913

Полученные значения $\langle \omega \rangle$ для ядер с $A \geq 56$ (Fe, Sn, Pb) выходят на плато в диапазоне 0.089–0.092, что отлично согласуется с интерсептом мягкого померона $\omega_{\text{soft}} \approx 0.08$ –0.09. Заниженное значение для лития ($\langle \omega \rangle = 0.0485$) показывает, что формула Молочкова не применима для извлечения интерсепта из легких ядер. Можно сравнить полученные данные с работой из прошлого

семестра, в прошлом семестре производилась линейная аппроксимация мировых данных, получалось значение $\omega \sim 0.1673$. Неизвестно почему значение ниже в 2 раза.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе предложен альтернативный подход к вычислению интерсепта ω с использованием структурных функций нуклонов $F(x)$ и экспериментальных данных ЕМС-эффекта. Полученные средние значения $\langle\omega\rangle \approx 0.089\text{--}0.092$ для тяжёлых ядер (Fe, Sn, Pb) отлично согласуются с интерсептом мягкого померона $\omega_{\text{soft}} \approx 0.08\text{--}0.09$. Значение для углерода ($\langle\omega\rangle = 0.0758$) также близко к этому диапазону. Данные значения могут описывать экспериментальные данные.

В следующем семестре планируется более детальное теоретическое исследование особенностей БФКЛ-уравнения и анализ процессов в КХД и физике высоких энергий.

4. ЛИТЕРАТУРА

- [1] И. Я. Померанчук. “Равенство полных сечений взаимодействия нуклонов и антинуклонов при больших энергиях”. В: *ЖЭТФ* 34 (1958), с. 725.
- [2] A. Breakstone и et al. “Total cross-section for pp collisions at the ISR”. В: *Phys. Rev. D* 30 (1984), с. 528—540.
- [3] TOTEM Collaboration. *The TOTEM experiment at the CERN Large Hadron Collider*. <https://home.web.cern.ch/science/experiments/totem>. 2025.
- [4] E. Martynov и B. Nicolescu. “Did TOTEM experiment discover the Odderon?”. В: *Phys. Lett. B* 778 (2018), с. 414—418.
- [5] G. Sterman. “Partons, Factorization and Resummation”. В: *TASI 95 Lectures on QCD and Beyond* (1996). arXiv:hep-ph/9606312. eprint: hep-ph/9606312.

- [6] L. N. Lipatov. “Reggeization of the vector meson and the vacuum singularity in nonabelian gauge theories”. В: *Sov. J. Nucl. Phys.* 23 (1976), с. 338—345.
- [7] I. I. Balitsky и L. N. Lipatov. “The Pommeranchuk singularity in quantum chromodynamics”. В: *Sov. J. Nucl. Phys.* 28 (1978), с. 822—829.
- [8] A. Molochkov. “The EMC effect in the few-body bound states”. В: *AIP Conf. Proc.* 1388 (2001), с. 451—457.
- [9] L. Schoeffel. “Phenomenology of next-leading BFKL”. В: *Acta Phys. Polon. B* 34 (2003), с. 2971—2988.
- [10] M. R. Adams и др. “Saturation of shadowing at very low x_{Bj} ”. В: *Phys. Rev. Lett.* 68 (1992), с. 3266—3269. DOI: 10.1103/PhysRevLett.68.3266.
- [11] M. R. Adams и др. “Shadowing in inelastic scattering of muons on carbon, calcium and lead at low x_{Bj} ”. В: *Z. Phys. C* 67 (1995), с. 403—410. DOI: 10.1007/BF01624583. eprint: hep-ex/9504002.
- [12] J. Gomez и др. “Measurement of the A dependence of deep inelastic electron scattering”. В: *Phys. Rev. D* 49 (1994), с. 4348. DOI: 10.1103/PhysRevD.49.4348.
- [13] M. Arneodo и др. “The structure function ratios $F_2(\text{Li})/F_2(\text{D})$ and $F_2(\text{C})/F_2(\text{D})$ at small x ”. В: *Nucl. Phys. B* 441 (1995), с. 12—30. DOI: 10.1016/0550-3213(95)00023-2. arXiv: hep-ex/9504002.
- [14] Guang lie Li и Cha sheng Zhong. “Nuclear Shadowing and Nuclear Momentum Conservation in the EMC Effect”. В: *Nucl. Phys. A* 509 (1990), с. 757—768.