

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»»

УДК 539.165.2

Отчёт
о научно-исследовательской работе
"Исследование ядерного взаимодействия темных атомов с ядрами вещества"

Научный руководитель
д.ф.-м.н, проф.

Хлопов М. Ю.

Научный консультант

Сопин Д.О.

Студентка

Байкова С.Ф.

Москва 2026

Содержание

1	Введение	2
2	Расчет скорости реакции $\langle\sigma v\rangle$	3
3	Вывод уравнения определяющего сечение $\sigma(E)$	3
4	Вывод уравнения определяющего S-фактор $S(E)$	6
5	Определение S-фактора $S_x(E)$ реакции $X_p(d, \gamma)X^3\text{He}$	7
6	Зависимость S-фактора $S_x(E)$ от массы ядра темного иона	9
7	Зависимость S-фактора $S_x(E)$ от заряда Z_x темного атома	11
8	Заключение	13

1 Введение

Одной из фундаментальных нерешённых проблем современной физики элементарных частиц остается природа скрытой массы. Скрытая масса составляет 26 процентов от полной энергетической плотности Вселенной, но её природа остаётся неизвестной.

Целью данной работы является описание взаимодействия скрытых атомов с атомами вещества в случае ядерного слияния а также нахождение скорости реакции $X_p(d, \gamma)X^3\text{He}$. При расчете процессов с темными атомами полезно иметь возможность использовать экспериментальные данные о ядерных процессах происходящих частицами с целью уменьшения неопределенности расчетов связанной с эффектами ядерного взаимодействия.

В рамках исследования предполагаем, что частицами-переносчиками скрытой массы выступают скрытые атомы. Будем считать, что скрытый атом состоит из тяжелой, небарионной, частицы с зарядом $-2n$, $n=1,2,3\dots$, которая может взаимодействовать с заряженными частицами материи Кулоновским взаимодействием.

2 Расчет скорости реакции $\langle \sigma v \rangle$

Скорость $N_A \langle \sigma v \rangle$ термоядерной реакции $X(d, \gamma)^3\text{He}$, при заданной температуре плазмы T определяется выражением:

$$\langle \sigma v \rangle = \left(\frac{8}{\pi \mu} \right)^{1/2} \frac{1}{(kT)^{3/2}} \times \int_0^\infty e^{-2\pi\eta} S(E) e^{-E/kT} dE, \quad [1] \quad (1)$$

где

μ — приведенная масса снаряда и мишени, k — постоянная Больцмана, а E — энергия в системе центра масс $d + p$.

Тогда скорость реакции $X_p(d, \gamma)X^3\text{He}$ будет определяться выражением

$$\langle \sigma v \rangle = \left(\frac{8}{\pi \mu} \right)^{1/2} \frac{1}{(kT)^{3/2}} \times \int_0^\infty \sigma(E) e^{-E/kT} dE, \quad (2)$$

где $\sigma(E)$ сечение реакции $X_p(d, \gamma)X^3\text{He}$.

Сечение реакции выражается через S -фактор и фактор Гамова:

$$\sigma(E) = \frac{S(E)}{E} e^{-2\pi\eta}$$

S -фактор — это величина, которая выделяется из полного сечения ядерной реакции $\sigma(E)$ и содержит в себе эффекты ядерного взаимодействия, в отличие от сомножителей, описывающих кулоновское взаимодействие и кинематические факторы.

Фактор Гамова $e^{-2\pi\eta}$ - описывает кулоновское взаимодействие сталкивающихся частиц.

3 Вывод уравнения определяющего сечение $\sigma(E)$

Сечение процесса $2 \rightarrow 2$ описывается общей формулой:

$$d\sigma = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P_f - P_i) |M_{fi}|^2 \frac{1}{4I} \prod_a \frac{d^3 p'_a}{(2\pi)^3 2\varepsilon'_a}. \quad [2] \quad (3)$$

Рассмотрим процесс, в котором две начальные частицы 1 и 2 превращаются в две конечные частицы 3 и 4. Конечные частицы могут быть:

- двумя массивными частицами,
- или одной массивной частицей и фотоном.

Формула (3) в этом случае имеет вид:

$$d\sigma = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_3 + p_4 - p_1 - p_2) |M_{fi}|^2 \frac{1}{4I} \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^3 2\varepsilon_3} \frac{d^3 p_4}{(2\pi)^3 2\varepsilon_4},$$

где:

- $\varepsilon_3, \varepsilon_4$ — энергии конечных частиц,
- $I = \sqrt{(p_1 p_2)^2 - m_1^2 m_2^2}$.

Далее перейдем к системе центра инерции (Π -системе) и выполним снятие дельта-функции.

Переход к системе центра инерции

В Ц-системе суммарный импульс начальных частиц равен нулю:

$$\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = 0, \quad \mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_2 \equiv \mathbf{p}.$$

Нерелятивистские энергии начальных частиц:

$$\varepsilon_1 = m_1 + \frac{p^2}{2m_1}, \quad \varepsilon_2 = m_2 + \frac{p^2}{2m_2}.$$

Кинетическая энергия относительного движения:

$$E = \frac{p^2}{2\mu}, \quad \mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}.$$

Инвариант I в Ц-системе:

$$I = |\mathbf{p}|(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) = p \left(m_1 + m_2 + \frac{p^2}{2\mu} \right) = \sqrt{2\mu E} (m_1 + m_2 + E).$$

Разложение дельта-функции

Четырёхмерная дельта-функция распадается на произведение дельта-функций по энергии и импульсу:

$$\delta^{(4)}(p_3 + p_4 - p_1 - p_2) = \delta(\varepsilon_3 + \varepsilon_4 - \varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot \delta^{(3)}(\mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_4 - \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2).$$

В Ц-системе $\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = 0$, поэтому:

$$\delta^{(4)}(p_3 + p_4 - p_1 - p_2) = \delta(\varepsilon_3 + \varepsilon_4 - \varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot \delta^{(3)}(\mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_4).$$

Снятие $\delta^{(3)}$

Интегрируем выражение для $d\sigma$ по $d^3 p_4$:

$$\int d^3 p_4 \delta^{(3)}(\mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_4) \frac{1}{2\varepsilon_4} = \frac{1}{2\varepsilon_4(\mathbf{p}_3)},$$

после интегрирования $\mathbf{p}_4 = -\mathbf{p}_3$, а ε_4 становится функцией $p_3 = |\mathbf{p}_3|$.

После этого выражение принимает вид:

$$d\sigma = \delta(\varepsilon_3(p_3) + \varepsilon_4(p_3) - \varepsilon_1 - \varepsilon_2) |M_{fi}|^2 \frac{1}{4I} \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^2 4 \varepsilon_3(p_3) \varepsilon_4(p_3)}.$$

$$d^3 p_3 = p_3^2 dp_3 d\Omega_3, \quad d\Omega_3 = \sin \theta_3 d\theta_3 d\varphi_3.$$

Таким образом:

$$d\sigma = \delta(\varepsilon_3(p_3) + \varepsilon_4(p_3) - \varepsilon_1 - \varepsilon_2) |M_{fi}|^2 \frac{1}{4I} \frac{p_3^2 dp_3 d\Omega_3}{(2\pi)^2 4 \varepsilon_3(p_3) \varepsilon_4(p_3)}.$$

Рассмотрим процесс $1 + 2 \rightarrow 3 + \gamma$

Для процесса $1 + 2 \rightarrow 3 + \gamma$ в нерелятивистском пределе в системе центра инерции:

$$\varepsilon_1 = m_1 + \frac{p^2}{2m_1}, \quad \varepsilon_2 = m_2 + \frac{p^2}{2m_2}, \quad \varepsilon_3 = m_3 + \frac{p_3^2}{2m_3}, \quad \varepsilon_\gamma = \omega = p_3,$$

$$\mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_2 \equiv \mathbf{p}, \quad \mathbf{p}_3 = -\mathbf{k}, \quad |\mathbf{p}_3| = p_3, \quad |\mathbf{k}| = \omega = p_3.$$

Таким образом

$$d\sigma = \delta(\varepsilon_3(p_3) + p_3 - \varepsilon_1(p) - \varepsilon_2(p)) |M_{fi}|^2 \frac{1}{4I} \frac{p_3^2 dp_3 d\Omega_3}{(2\pi)^2 4 \varepsilon_3(p_3) p_3},$$

сокращая рЗ получим

$$d\sigma = \delta(\varepsilon_3(p_3) + p_3 - \varepsilon_1(p) - \varepsilon_2(p)) |M_{fi}|^2 \frac{1}{4I} \frac{p_3 dp_3 d\Omega_3}{(2\pi)^2 4 \varepsilon_3(p_3)}.$$

Учитывая, что

$$p_3 dp_3 = \frac{1}{2} d(p_3^2) = \frac{2\mu}{2} d\left(\frac{p_3^2}{2\mu}\right) = \mu dE$$

выражение примет вид

$$d\sigma = \delta(\varepsilon_3(E) + p_3(E) - \varepsilon_1(p) - \varepsilon_2(p)) |M_{fi}|^2 \frac{1}{4I} \frac{\mu dE d\Omega_3}{(2\pi)^2 4 \varepsilon_3(p_3)}.$$

Выражение $\varepsilon_1(p) + \varepsilon_2(p)$ в нерелятивистском пределе:

$$\varepsilon_1(p) + \varepsilon_2(p) = m_1 + \frac{p^2}{2m_1} + m_2 + \frac{p^2}{2m_2} = m_1 + m_2 + \frac{p^2}{2\mu} = m_1 + m_2 + E.$$

тогда

$$d\sigma = \delta(\varepsilon_3(E) + p_3(E) - m_1 - m_2 - E) |M_{fi}|^2 \frac{1}{4I} \frac{\mu dE d\Omega_3}{(2\pi)^2 4 \varepsilon_3(p_3)}.$$

Аргумент дельта-функции

$$\delta(\varepsilon_3(E) + p_3(E) - m_1 - m_2 - E)$$

должен быть равен нулю, иначе сечение обращается в ноль. Таким образом, закон сохранения энергии имеет вид:

$$\varepsilon_3(E) + p_3(E) = m_1 + m_2 + E.$$

Из закона сохранения энергии определим $\varepsilon_3(E)$:

$$\varepsilon_3(E) = m_1 + m_2 + E - p_3(E).$$

Таким образом

$$d\sigma = |M_{fi}|^2 \frac{1}{4I(E)} \frac{\mu d\Omega_3}{(2\pi)^2 4 (m_1 + m_2 + E - p_3(E))},$$

Рассмотрим матричный элемент:

$$|M_{fi}|^2 = |M_{fi}^{\text{nucl}}|^2 \cdot |\psi(0)|^2,$$

где $|\psi(0)|^2$ — квадрат волновой функции относительного движения в нуле.

$$|\psi(0)|^2 = \frac{2\pi\eta}{e^{2\pi\eta} - 1}, \quad [3]$$

а параметр Зоммерфельда η определяется как

$$\eta = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar} \cdot \frac{\mu}{p}, \quad p = \sqrt{2\mu E}.$$

Подставляя матричный элемент в сечение, получаем:

$$d\sigma = |M_{fi}^{\text{nucl}}|^2 \cdot \frac{2\pi\eta}{e^{2\pi\eta} - 1} \cdot \frac{1}{4I} \cdot \frac{\mu d\Omega_3}{(2\pi)^2 4\varepsilon_3(E)}$$

Полное сечение получается интегрированием $d\sigma$ по углам:

$$\sigma(E) = \int \frac{d\sigma}{d\Omega_3} d\Omega_3.$$

В выражении

$$d\sigma = |M_{fi}^{\text{nucl}}|^2 \cdot \frac{2\pi\eta}{e^{2\pi\eta} - 1} \cdot \frac{1}{4I} \cdot \frac{\mu}{(2\pi)^2 4\varepsilon_3(E)} d\Omega_3.$$

от угла зависит только $|M_{fi}^{\text{nucl}}|^2$. Остальные множители от углов не зависят. Поэтому:

$$\sigma(E) = \frac{2\pi\eta}{e^{2\pi\eta} - 1} \cdot \frac{1}{4I(E)} \cdot \frac{\mu}{(2\pi)^2 4\varepsilon_3(E)} \int |M_{fi}^{\text{nucl}}|^2 d\Omega_3.$$

4 Вывод уравнения определяющего S-фактор $S(E)$

S-фактор следующим образом связан с энергией и сечением реакции:

$$S(E) = E e^{2\pi\eta} \sigma(E).$$

Подставляя выражение для $\sigma(E)$, находим:

$$S(E) = E e^{2\pi\eta} \cdot \frac{2\pi\eta}{e^{2\pi\eta} - 1} \cdot \frac{1}{4I} \cdot \frac{\mu}{(2\pi)^2 4\varepsilon_3(E)} \int |M_{fi}^{\text{nucl}}|^2 d\Omega_3.$$

Упрощая получаем окончательное выражение:

$$S(E) = E \cdot \frac{2\pi\eta}{1 - e^{-2\pi\eta}} \cdot \frac{1}{4I} \cdot \frac{\mu}{(2\pi)^2 4\varepsilon_3(E)} \int |M_{fi}^{\text{nucl}}|^2 d\Omega_3.$$

Введем обозначения, пусть

$$\mathcal{M} = \int |M_{fi}^{\text{nucl}}|^2 d\Omega_3.$$

$$f(E) = \frac{2\pi\eta}{1 - e^{-2\pi\eta}} \cdot \frac{1}{4I(E)} \cdot \frac{\mu}{(2\pi)^2 4\varepsilon_3(E)}$$

В нерелятивистском случае в Ц-системе:

$$I(E) = p(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) = \sqrt{2\mu E} (m_1 + m_2 + E).$$

Энергия конечной частицы $\varepsilon_3(E)$ выражается через E из закона сохранения энергии:

$$\varepsilon_3(E) = m_1 + m_2 + E - p_3(E),$$

где $p_3(E)$ — импульс частицы 3, найденный из решения квадратного уравнения:
Закон сохранения энергии:

$$m_3 + \frac{p_3^2}{2m_3} + p_3 = m_1 + m_2 + E.$$

$$\frac{p_3^2}{2m_3} + p_3 + m_3 - m_1 - m_2 - E = 0.$$

Решаем квадратное уравнение относительно p_3 :

$$p_3 = \frac{-2m_3 \pm \sqrt{4m_3^2 - 8m_3(m_3 - m_1 - m_2 - E)}}{2}.$$

Таким образом:

$$p_3 = -m_3 \pm \sqrt{m_3(-m_3 + 2(m_1 + m_2 + E))}.$$

Физический смысл имеет положительный корень ($p_3 > 0$). Поэтому:

$$p_3(E) = -m_3 + \sqrt{m_3(-m_3 + 2(m_1 + m_2 + E))}.$$

Таким образом, подставляем $I(E)$ и $\varepsilon_3(E)$ в $f(E)$:

$$f(E) = \frac{2\pi\eta}{1 - e^{-2\pi\eta}} \cdot \frac{1}{4\sqrt{2\mu E}(m_1 + m_2 + E)} \cdot \frac{\mu}{(2\pi)^2 4(m_1 + m_2 + E - p_3(E))},$$

где

$$p_3(E) = -m_3 + \sqrt{m_3(-m_3 + 2(m_1 + m_2 + E))}.$$

Тогда

$$S(E) = E \cdot \frac{2\pi\eta}{1 - e^{-2\pi\eta}} \cdot \frac{1}{4I} \cdot \frac{\mu}{(2\pi)^2 4\varepsilon_3(E)} \cdot \mathcal{M} = E \cdot f(E) \cdot \mathcal{M}$$

5 Определение S-фактора $S_x(E)$ реакции $X_p(d, \gamma)X^3\text{He}$

Отпределить S-фактор $S_x(E)$ для реакций $X_p(d, \gamma)X^3\text{He}$, можно зная S-фактор реакции $X(d, \gamma)^3\text{He}$. Воспользуемся отношением

$$\frac{S_x(E)}{S(E)} = \frac{E \cdot f_x(E) \cdot \mathcal{M}}{E \cdot f(E) \cdot \mathcal{M}}.$$

Функция

$$\mathcal{M} = \int |M_{fi}^{\text{nucl}}|^2 d\Omega_3.$$

одинакова для обеих реакций.

Следовательно

$$S_x(E) = \frac{f_x(E)}{f(E)} \cdot S(E),$$

где

$S(E) = (0.2121 + 5.973 \times 10^{-3}E + 5.449 \times 10^{-6}E^2 - 1.656 \times 10^{-9}E^3)^{[4]}$ eV b - S-фактор реакции $X(d, \gamma)^3\text{He}$.

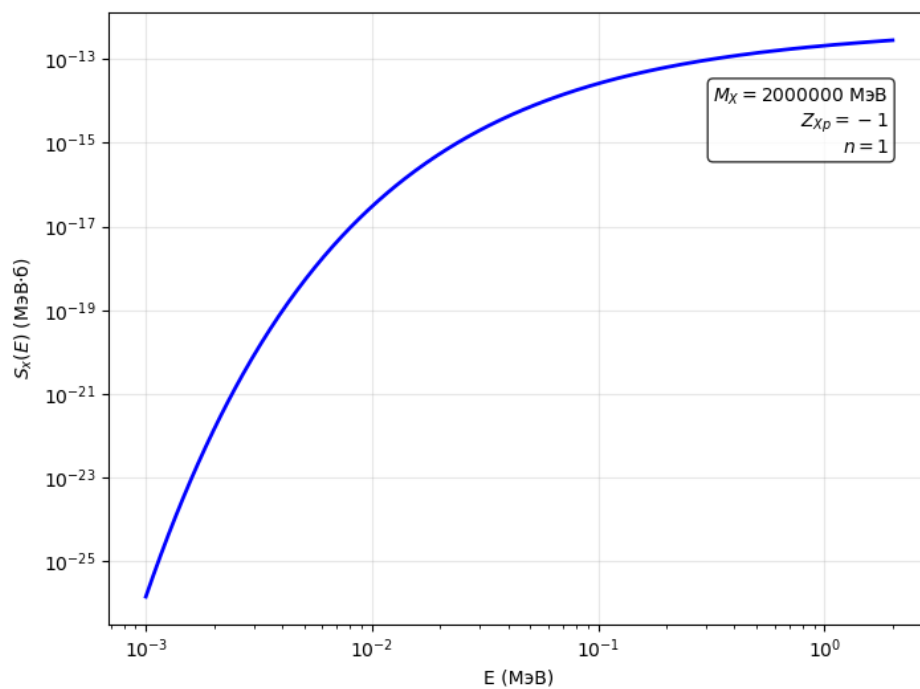
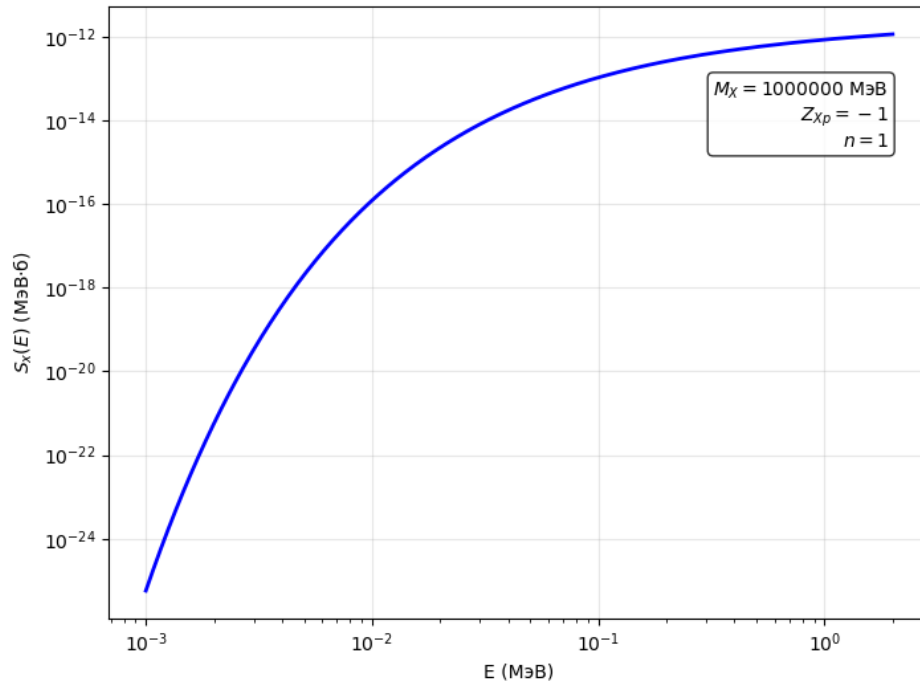
Таким образом было получено выражение для S-фактора $S_x(E)$ для реакции $X_p(d, \gamma)^3\text{He}$.

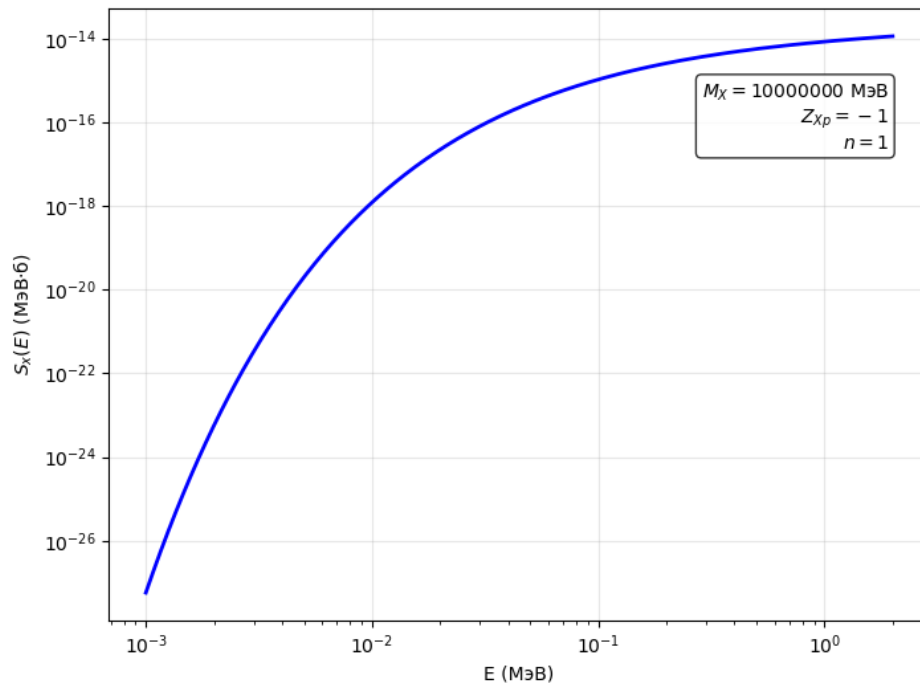
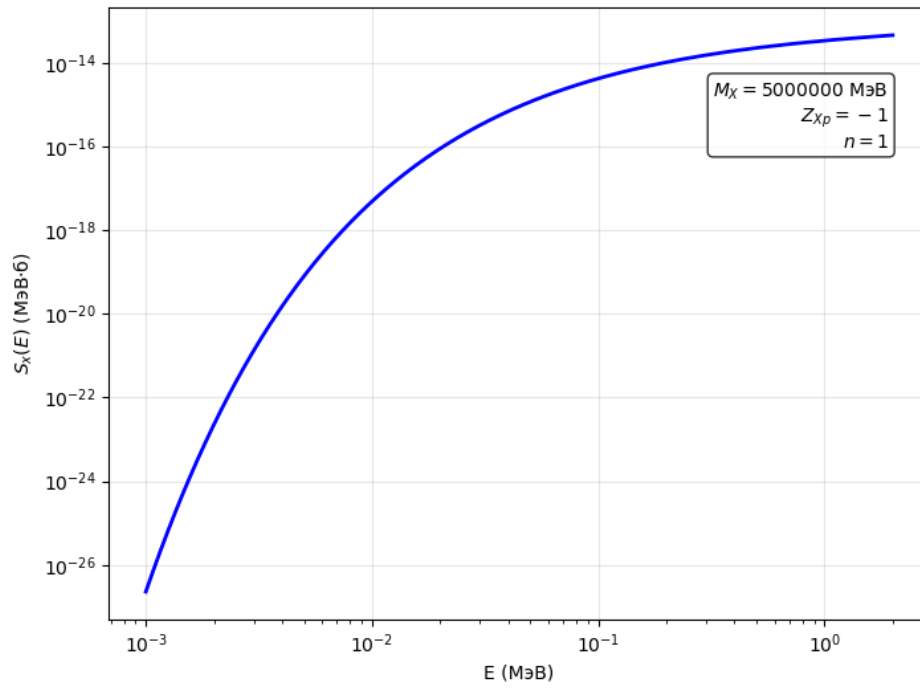
$$S_x(E) = \frac{f_x(E)}{f(E)} \cdot (0.2121 + 5.973 \times 10^{-3}E + 5.449 \times 10^{-6}E^2 - 1.656 \times 10^{-9}E^3) \text{ eV b}$$

E — кинетическая энергия относительного движения частиц.

6 Зависимость S-фактора $S_x(E)$ от массы ядра темного иона

По имеющимся экспериментальным данным для S-фактора реакции $p(d, \gamma)^3\text{He}$ были рассчитаны значения S-фактора реакции $X_p(d, \gamma)X^3\text{He}$ в диапазоне энергий 0,001МэВ - 2МэВ при различных значениях массы ядра темного иона M_x .

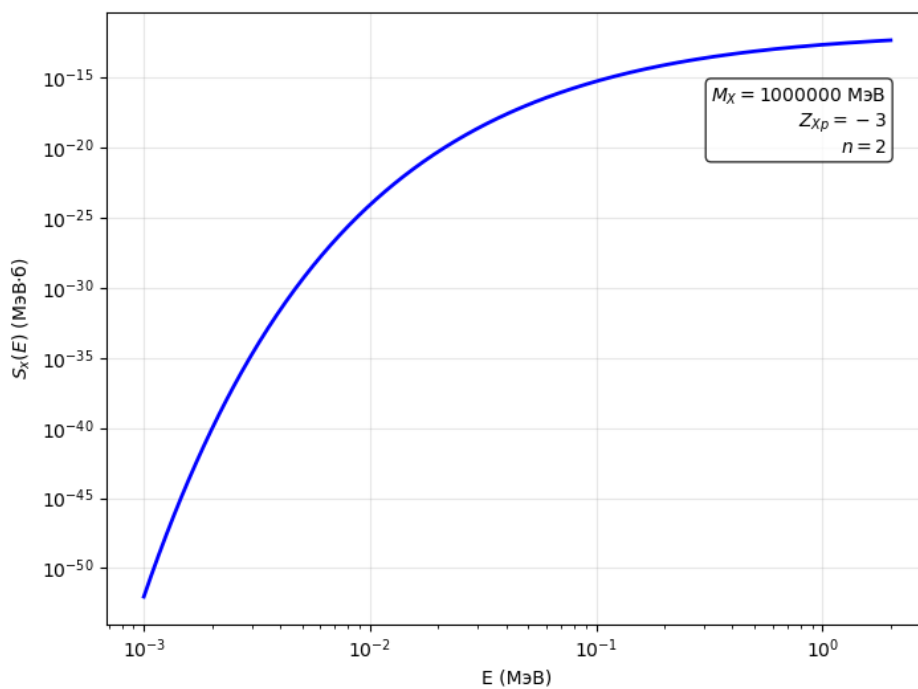
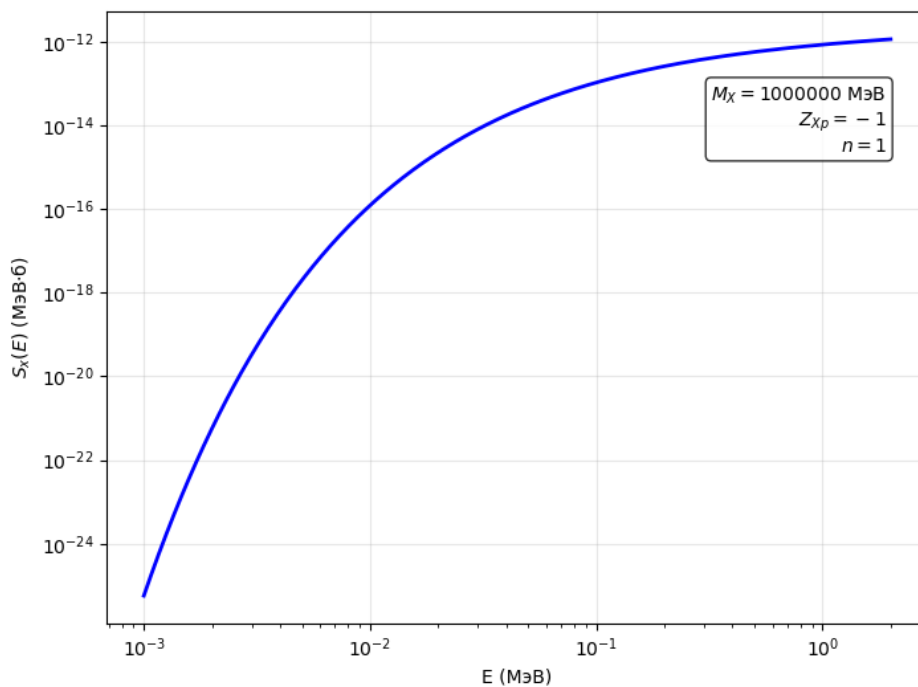


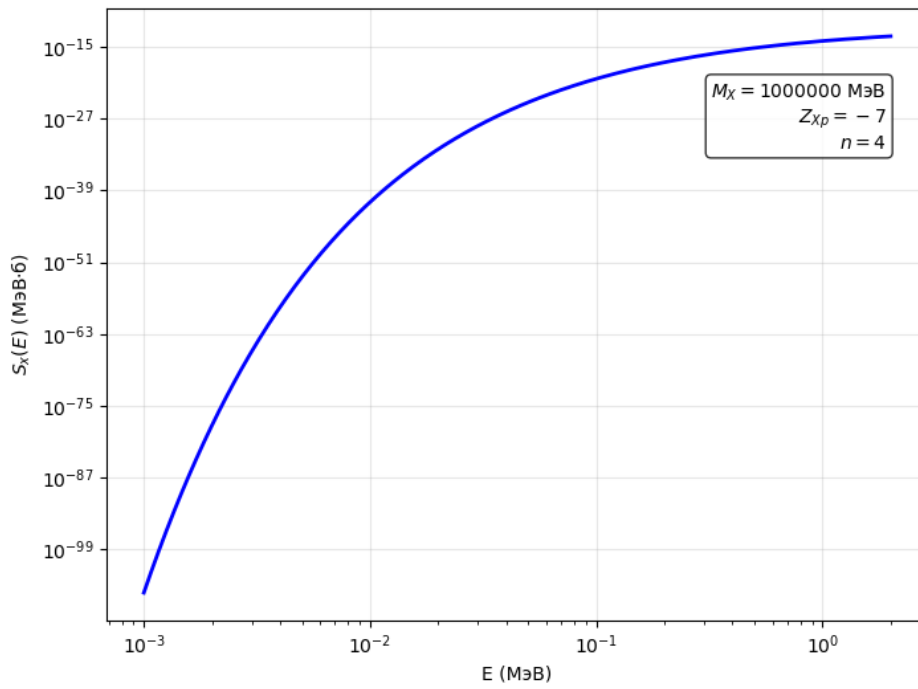
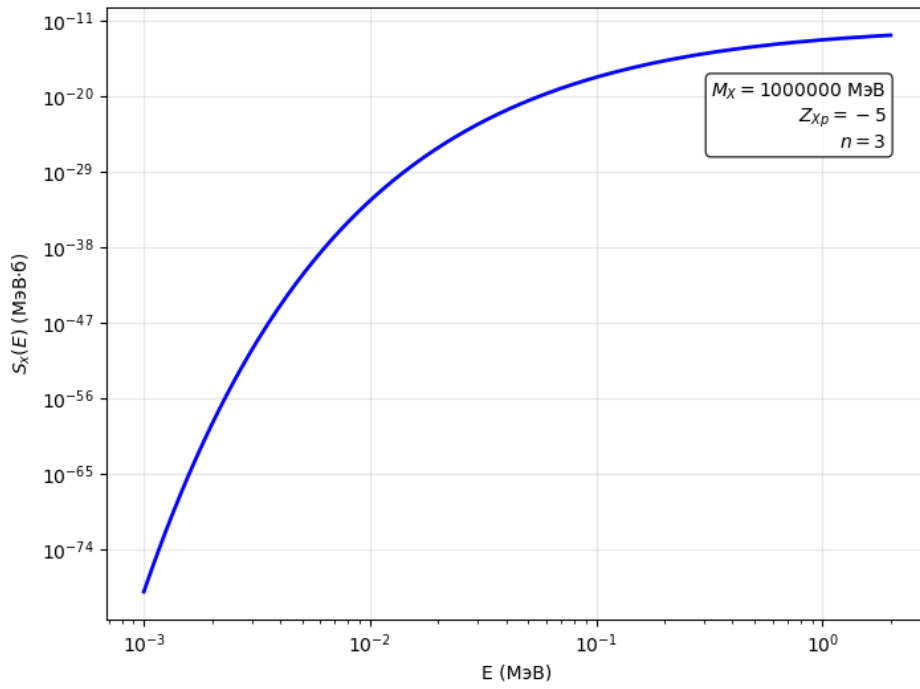


По полученным результатам можно сделать вывод, что изменение массы ядра темного иона влияет на значение S-фактора $S_x(E)$ и меняет его на несколько порядков.

7 Зависимость S-фактора $S_x(E)$ от заряда Z_x темного атома

Также по имеющимся экспериментальным данным для S-фактора реакции $p(d, \gamma)^3\text{He}$ были рассчитаны значения S-фактора реакции $X_p(d, \gamma)X^3\text{He}$ в диапазоне энергий 0,001МэВ - 2МэВ при различных значениях заряда темного атома M_x .





По полученным результатам можно сделать вывод, что изменение заряда темного атома влияет сильнее на значение S-фактора $S_x(E)$, чем масса ядра темного иона.

8 Заключение

В ходе выполнения данной научно-исследовательской работы была решена задача по описанию ядерного взаимодействия тёмных атомов с атомами вещества в рамках реакции $Xp(d, \gamma)X^3\text{He}$. Основной целью являлось определение скорости реакции и её S -фактора с учётом кулоновских и ядерных эффектов, а также анализ зависимости сечения от параметров тёмного атома — массы M_x и заряда Z_x .

В работе было получено аналитическое выражение для S -фактора реакции $Xp(d, \gamma)X^3\text{He}$:

$$S_x(E) = \frac{f_x(E)}{f(E)} \cdot S(E),$$

где $S(E)$ — известный S -фактор реакции $p(d, \gamma)^3\text{He}$, а $f(E)$ и $f_x(E)$ определяются через кулоновский параметр η , приведённую массу, закон сохранения энергии и импульс конечной частицы. Это позволило перенести экспериментальные данные с обычных ядерных реакций на реакции с участием тёмных атомов, минимизируя неопределённости, связанные с ядерной физикой.

На основе полученных формул были выполнены численные расчёты $S_x(E)$ в диапазоне энергий 0,001–2 МэВ при различных M_x и Z_x . Установлено следующее:

- Изменение массы ядра тёмного иона M_x приводит к изменению $S_x(E)$ на несколько порядков. Это связано с изменением приведённой массы и кулоновского фактора.
- Изменение заряда тёмного атома Z_x оказывает ещё более сильное влияние на величину $S_x(E)$, чем изменение массы. Это обусловлено экспоненциальной зависимостью кулоновского фактора Гамова $e^{-2\pi\eta}$ от зарядов сталкивающихся частиц.
- Полученные зависимости позволяют оценивать скорости термоядерных реакций с участием тёмных атомов в плазме при заданной температуре.

Таким образом был предложен метод пересчёта сечения с обычной реакции на реакцию с тёмным атомом, выявлены ключевые параметры (M_x и Z_x), определяющие величину S -фактора, и показано, что учёт кулоновского взаимодействия тёмных атомов с веществом критически важен для корректного описания их ядерных реакций.

Полученные в работе выражения для $S_x(E)$ и установленные зависимости от массы M_x и заряда Z_x будут использованы для расчёта скорости реакции $\langle\sigma v\rangle$ с участием тёмного атома $Xp(d, \gamma)X^3\text{He}$ при различных температурах. Это позволит в дальнейшем моделировать процессы, в которых тёмные атомы вступают в ядерные взаимодействия с обычным веществом.

Список литературы

- [1] Christian Piadis. *Nuclear physics of stars*. John Wiley & Sons, 2015.
- [2] Владимир Берестецкий, Евгений Лифшиц и Лев Питаевский. *Теоретическая физика. Том 4. Квантовая электродинамика*. ЛитРес, 2016.
- [3] Александр Сергеевич Давыдов. *Квантовая механика*. Рипол Классик, 1968.
- [4] Joseph Moscoso и др. “Bayesian Estimation of the $d(p, \gamma) {}^3\text{He}$ Thermonuclear Reaction Rate”. В: *The Astrophysical Journal* 923.1 (2021), с. 49.

Приложение

Таблица 1: Значения $S_x(E)$ при $M_x=1000000, Z_x=-1$

E (МэВ)	$S_x(E)$ (МэВ·б)	E (МэВ)	$S_x(E)$ (МэВ·б)	E (МэВ)	$S_x(E)$ (МэВ·б)
0.001	5.774983e-26	0.035	1.208975e-14	0.069	5.584853e-14
0.002	1.977429e-23	0.036	1.309707e-14	0.070	5.744867e-14
0.003	6.742007e-21	0.037	1.417081e-14	0.071	5.908156e-14
0.004	1.414878e-19	0.038	1.473352e-14	0.072	6.074752e-14
0.005	9.597172e-19	0.039	1.591248e-14	0.073	6.244682e-14
0.006	3.862943e-18	0.040	1.716534e-14	0.074	6.417978e-14
0.007	1.132135e-17	0.041	1.782044e-14	0.076	6.594665e-14
0.008	2.791077e-17	0.042	1.918990e-14	0.077	6.774773e-14
0.009	5.476053e-17	0.043	2.064092e-14	0.078	6.958329e-14
0.010	9.557364e-17	0.044	2.139799e-14	0.079	7.145358e-14
0.011	1.620458e-16	0.045	2.297718e-14	0.080	7.335886e-14
0.012	2.492679e-16	0.046	2.380008e-14	0.082	7.529939e-14
0.013	3.516515e-16	0.047	2.551442e-14	0.083	7.727541e-14
0.014	4.897329e-16	0.048	2.640664e-14	0.084	7.928715e-14
0.015	6.736176e-16	0.049	2.732274e-14	0.085	8.133485e-14
0.016	8.618416e-16	0.050	2.922813e-14	0.087	8.341872e-14
0.017	1.160564e-15	0.051	3.021819e-14	0.088	8.553897e-14
0.018	1.379976e-15	0.052	3.123367e-14	0.089	8.769583e-14
0.019	1.727780e-15	0.053	3.334241e-14	0.091	8.988948e-14
0.020	2.148599e-15	0.054	3.443643e-14	0.092	9.212012e-14
0.021	2.519251e-15	0.055	3.555737e-14	0.094	9.438793e-14
0.022	2.943149e-15	0.056	3.670562e-14	0.095	9.669309e-14
0.023	3.426198e-15	0.057	3.788154e-14	0.097	9.903576e-14
0.024	3.974713e-15	0.058	4.031785e-14	0.098	1.014161e-13
0.025	4.380067e-15	0.059	4.157897e-14	0.099	1.038343e-13
0.026	5.052848e-15	0.060	4.286921e-14	0.101	1.062904e-13
0.027	5.809939e-15	0.061	4.418891e-14	0.103	1.087847e-13
0.028	6.365342e-15	0.062	4.553844e-14	0.104	1.113172e-13
0.029	6.964078e-15	0.063	4.691813e-14	0.106	1.138881e-13
0.030	7.948876e-15	0.064	4.832833e-14	0.107	1.164974e-13
0.031	8.666946e-15	0.065	4.976938e-14	0.109	1.191453e-13
0.032	9.437326e-15	0.066	5.124159e-14	0.111	1.218318e-13
0.033	1.026273e-14	0.067	5.274531e-14	0.112	1.245571e-13
0.034	1.114593e-14	0.068	5.428085e-14	0.114	1.273213e-13

Таблица 2: Значения $S_x(E)$ при $M_x = 2000000$, $Z_x = -1$

E (МэВ)	$S_x(E)$ (МэВ·б)	E (МэВ)	$S_x(E)$ (МэВ·б)	E (МэВ)	$S_x(E)$ (МэВ·б)
0.001	1.437885e-26	0.035	3.028553e-15	0.069	1.399524e-14
0.002	4.930225e-24	0.036	3.280953e-15	0.070	1.439631e-14
0.003	1.683244e-21	0.037	3.550002e-15	0.071	1.480559e-14
0.004	3.534972e-20	0.038	3.691001e-15	0.072	1.522317e-14
0.005	2.398858e-19	0.039	3.986421e-15	0.073	1.564911e-14
0.006	9.658751e-19	0.040	4.300365e-15	0.074	1.608348e-14
0.007	2.831458e-18	0.041	4.464523e-15	0.076	1.652636e-14
0.008	6.981927e-18	0.042	4.807691e-15	0.077	1.697781e-14
0.009	1.370060e-17	0.043	5.171306e-15	0.078	1.743791e-14
0.010	2.391479e-17	0.044	5.361023e-15	0.079	1.790672e-14
0.011	4.055269e-17	0.045	5.756764e-15	0.080	1.838430e-14
0.012	6.238672e-17	0.046	5.962983e-15	0.082	1.887072e-14
0.013	8.801831e-17	0.047	6.392603e-15	0.083	1.936604e-14
0.014	1.225896e-16	0.048	6.616199e-15	0.084	1.987031e-14
0.015	1.686320e-16	0.049	6.845782e-15	0.085	2.038360e-14
0.016	2.157640e-16	0.050	7.323295e-15	0.087	2.090596e-14
0.017	2.905701e-16	0.051	7.571419e-15	0.088	2.143745e-14
0.018	3.455180e-16	0.052	7.825914e-15	0.089	2.197811e-14
0.019	4.326239e-16	0.053	8.354403e-15	0.091	2.252800e-14
0.020	5.380211e-16	0.054	8.628586e-15	0.092	2.308716e-14
0.021	6.308579e-16	0.055	8.909521e-15	0.094	2.365564e-14
0.022	7.370349e-16	0.056	9.197300e-15	0.095	2.423349e-14
0.023	8.580322e-16	0.057	9.492016e-15	0.097	2.482075e-14
0.024	9.954329e-16	0.058	1.010263e-14	0.098	2.541745e-14
0.025	1.096975e-15	0.059	1.041870e-14	0.099	2.602364e-14
0.026	1.265513e-15	0.060	1.074208e-14	0.101	2.663935e-14
0.027	1.455178e-15	0.061	1.107284e-14	0.103	2.726462e-14
0.028	1.594319e-15	0.062	1.141108e-14	0.104	2.789947e-14
0.029	1.744321e-15	0.063	1.175689e-14	0.106	2.854394e-14
0.030	1.991048e-15	0.064	1.211034e-14	0.107	2.919806e-14
0.031	2.170954e-15	0.065	1.247152e-14	0.109	2.986185e-14
0.032	2.363971e-15	0.066	1.284052e-14	0.111	3.053534e-14
0.033	2.570777e-15	0.067	1.321742e-14	0.112	3.121854e-14
0.034	2.792068e-15	0.068	1.360230e-14	0.114	3.191148e-14

Таблица 3: Значения $S_x(E)$ при $M_x = 5000000$, $Z_x = -1$

E (МэВ)	$S_x(E)$ (МэВ·б)	E (МэВ)	$S_x(E)$ (МэВ·б)	E (МэВ)	$S_x(E)$ (МэВ·б)
0.001	2.294992e-27	0.035	4.851570e-16	0.069	2.242425e-15
0.002	7.875535e-25	0.036	5.255959e-16	0.070	2.306696e-15
0.003	2.691017e-22	0.037	5.687026e-16	0.071	2.372284e-15
0.004	5.653809e-21	0.038	5.912936e-16	0.072	2.439201e-15
0.005	3.837749e-20	0.039	6.386262e-16	0.073	2.507457e-15
0.006	1.545532e-19	0.040	6.889274e-16	0.074	2.577066e-15
0.007	4.531404e-19	0.041	7.152295e-16	0.076	2.648039e-15
0.008	1.117514e-18	0.042	7.702138e-16	0.077	2.720386e-15
0.009	2.193099e-18	0.043	8.284748e-16	0.078	2.794118e-15
0.010	3.828418e-18	0.044	8.588730e-16	0.079	2.869246e-15
0.011	6.492391e-18	0.045	9.222824e-16	0.080	2.945781e-15
0.012	9.988572e-18	0.046	9.553250e-16	0.082	3.023732e-15
0.013	1.409306e-17	0.047	1.024164e-15	0.083	3.103109e-15
0.014	1.962935e-17	0.048	1.059991e-15	0.084	3.183922e-15
0.015	2.700299e-17	0.049	1.096778e-15	0.085	3.266180e-15
0.016	3.455142e-17	0.050	1.173293e-15	0.087	3.349892e-15
0.017	4.653245e-17	0.051	1.213051e-15	0.088	3.435066e-15
0.018	5.533327e-17	0.052	1.253830e-15	0.089	3.521711e-15
0.019	6.928509e-17	0.053	1.338514e-15	0.091	3.609835e-15
0.020	8.616718e-17	0.054	1.382449e-15	0.092	3.699446e-15
0.021	1.010378e-16	0.055	1.427466e-15	0.094	3.790551e-15
0.022	1.180456e-16	0.056	1.473579e-15	0.095	3.883157e-15
0.023	1.374278e-16	0.057	1.520805e-15	0.097	3.977270e-15
0.024	1.594380e-16	0.058	1.618650e-15	0.098	4.072898e-15
0.025	1.757044e-16	0.059	1.669299e-15	0.099	4.170047e-15
0.026	2.027034e-16	0.060	1.721118e-15	0.101	4.268722e-15
0.027	2.330875e-16	0.061	1.774121e-15	0.103	4.368928e-15
0.028	2.553782e-16	0.062	1.828322e-15	0.104	4.470672e-15
0.029	2.794089e-16	0.063	1.883735e-15	0.106	4.573957e-15
0.030	3.189360e-16	0.064	1.940375e-15	0.107	4.678788e-15
0.031	3.477585e-16	0.065	1.998253e-15	0.109	4.785169e-15
0.032	3.786817e-16	0.066	2.057384e-15	0.111	4.893105e-15
0.033	4.118146e-16	0.067	2.117781e-15	0.112	5.002598e-15
0.034	4.472685e-16	0.068	2.179457e-15	0.114	5.113652e-15

Таблица 4: Значения $S_x(E)$ при $M_x = 10000000$, $Z_x = -1$

E (МэВ)	$S_x(E)$ (МэВ·б)	E (МэВ)	$S_x(E)$ (МэВ·б)	E (МэВ)	$S_x(E)$ (МэВ·б)
0.001	5.732794e-28	0.035	1.213384e-16	0.069	5.608721e-16
0.002	1.967814e-25	0.036	1.314526e-16	0.070	5.769483e-16
0.003	6.725728e-23	0.037	1.422342e-16	0.071	5.933538e-16
0.004	1.413273e-21	0.038	1.478846e-16	0.072	6.100917e-16
0.005	9.594015e-21	0.039	1.597232e-16	0.073	6.271649e-16
0.006	3.863938e-20	0.040	1.723044e-16	0.074	6.445762e-16
0.007	1.132940e-19	0.041	1.788830e-16	0.076	6.623286e-16
0.008	2.794123e-19	0.042	1.926355e-16	0.077	6.804248e-16
0.009	5.483584e-19	0.043	2.072076e-16	0.078	6.988676e-16
0.010	9.572754e-19	0.044	2.148108e-16	0.079	7.176596e-16
0.011	1.623428e-18	0.045	2.306708e-16	0.080	7.368034e-16
0.012	2.497701e-18	0.046	2.389354e-16	0.082	7.563015e-16
0.013	3.524109e-18	0.047	2.561534e-16	0.083	7.761564e-16
0.014	4.908591e-18	0.048	2.651146e-16	0.084	7.963704e-16
0.015	6.752572e-18	0.049	2.743158e-16	0.085	8.169459e-16
0.016	8.640288e-18	0.050	2.934537e-16	0.087	8.378850e-16
0.017	1.163655e-17	0.051	3.033982e-16	0.088	8.591900e-16
0.018	1.383752e-17	0.052	3.135981e-16	0.089	8.808630e-16
0.019	1.732671e-17	0.053	3.347795e-16	0.091	9.029058e-16
0.020	2.154878e-17	0.054	3.457687e-16	0.092	9.253206e-16
0.021	2.526783e-17	0.055	3.570285e-16	0.094	9.481091e-16
0.022	2.952140e-17	0.056	3.685627e-16	0.095	9.712731e-16
0.023	3.436884e-17	0.057	3.803750e-16	0.097	9.948142e-16
0.024	3.987358e-17	0.058	4.048486e-16	0.098	1.018734e-15
0.025	4.394180e-17	0.059	4.175172e-16	0.099	1.043035e-15
0.026	5.069431e-17	0.060	4.304785e-16	0.101	1.067717e-15
0.027	5.829348e-17	0.061	4.437360e-16	0.103	1.092782e-15
0.028	6.386849e-17	0.062	4.572932e-16	0.104	1.118232e-15
0.029	6.987871e-17	0.063	4.711536e-16	0.106	1.144067e-15
0.030	7.976473e-17	0.064	4.853206e-16	0.107	1.170289e-15
0.031	8.697348e-17	0.065	4.997977e-16	0.109	1.196899e-15
0.032	9.470766e-17	0.066	5.145881e-16	0.111	1.223898e-15
0.033	1.029945e-16	0.067	5.296951e-16	0.112	1.251287e-15
0.034	1.118620e-16	0.068	5.451221e-16	0.114	1.279065e-15

Таблица 5: Значения $S_x(E)$ при $M_x = 1000000$, $Z_x = -3$

E (МэВ)	$S_x(E)$ (МэВ·б)	E (МэВ)	$S_x(E)$ (МэВ·б)	E (МэВ)	$S_x(E)$ (МэВ·б)
0.001	9.257640e-53	0.035	8.574284e-19	0.069	8.544376e-17
0.002	3.716535e-45	0.036	1.090636e-18	0.070	9.301606e-17
0.003	1.472916e-37	0.037	1.382157e-18	0.071	1.011915e-16
0.004	1.361268e-33	0.038	1.553823e-18	0.072	1.100121e-16
0.005	4.248107e-31	0.039	1.958462e-18	0.073	1.195225e-16
0.006	2.770161e-29	0.040	2.459696e-18	0.074	1.297698e-16
0.007	6.973299e-28	0.041	2.752906e-18	0.076	1.408038e-16
0.008	1.044876e-26	0.042	3.439370e-18	0.077	1.526770e-16
0.009	7.891708e-26	0.043	4.282275e-18	0.078	1.654450e-16
0.010	4.195809e-25	0.044	4.772212e-18	0.079	1.791664e-16
0.011	2.045355e-24	0.045	5.911777e-18	0.080	1.939029e-16
0.012	7.446006e-24	0.046	6.571681e-18	0.082	2.097194e-16
0.013	2.090920e-23	0.047	8.100742e-18	0.083	2.266844e-16
0.014	5.649038e-23	0.048	8.982969e-18	0.084	2.448699e-16
0.015	1.470472e-22	0.049	9.953267e-18	0.085	2.643515e-16
0.016	3.080448e-22	0.050	1.219044e-17	0.087	2.852086e-16
0.017	7.525040e-22	0.051	1.347511e-17	0.088	3.075247e-16
0.018	1.265414e-21	0.052	1.488352e-17	0.089	3.313870e-16
0.019	2.484611e-21	0.053	1.811526e-17	0.091	3.568875e-16
0.020	4.780308e-21	0.054	1.996250e-17	0.092	3.841219e-16
0.021	7.708459e-21	0.055	2.198140e-17	0.094	4.131910e-16
0.022	1.229608e-20	0.056	2.418626e-17	0.095	4.441998e-16
0.023	1.940698e-20	0.057	2.659237e-17	0.097	4.772582e-16
0.024	3.031397e-20	0.058	3.207512e-17	0.098	5.124811e-16
0.025	4.057998e-20	0.059	3.518811e-17	0.099	5.499884e-16
0.026	6.233127e-20	0.060	3.857517e-17	0.101	5.899052e-16
0.027	9.480992e-20	0.061	4.225775e-17	0.103	6.323618e-16
0.028	1.247305e-19	0.062	4.625874e-17	0.104	6.774942e-16
0.029	1.634079e-19	0.063	5.060255e-17	0.106	7.254439e-16
0.030	2.431486e-19	0.064	5.531517e-17	0.107	7.763582e-16
0.031	3.153125e-19	0.065	6.042431e-17	0.109	8.303901e-16
0.032	4.072710e-19	0.066	6.595942e-17	0.111	8.876989e-16
0.033	5.239910e-19	0.067	7.195184e-17	0.112	9.484499e-16
0.034	6.715636e-19	0.068	7.843484e-17	0.114	1.012815e-15

Таблица 6: Значения $S_x(E)$ при $M_x = 1000000$, $Z_x = -5$

E (МэВ)	$S_x(E)$ (МэВ·б)	E (МэВ)	$S_x(E)$ (МэВ·б)	E (МэВ)	$S_x(E)$ (МэВ·б)
0.001	8.244747e-80	0.035	3.394906e-23	0.069	7.431946e-20
0.002	3.880638e-67	0.036	5.072401e-23	0.070	8.568092e-20
0.003	1.787698e-54	0.037	7.532475e-23	0.071	9.867000e-20
0.004	7.276049e-48	0.038	9.158282e-23	0.072	1.135035e-19
0.005	1.044661e-43	0.039	1.347781e-22	0.073	1.304246e-19
0.006	1.103621e-40	0.040	1.971787e-22	0.074	1.497062e-19
0.007	2.386205e-38	0.041	2.379746e-22	0.076	1.716539e-19
0.008	2.173150e-36	0.042	3.451401e-22	0.077	1.966094e-19
0.009	6.318463e-35	0.043	4.977246e-22	0.078	2.249547e-19
0.010	1.023381e-33	0.044	5.964454e-22	0.079	2.571161e-19
0.011	1.434351e-32	0.045	8.529545e-22	0.080	2.935693e-19
0.012	1.235808e-31	0.046	1.017908e-21	0.082	3.348437e-19
0.013	6.907978e-31	0.047	1.443793e-21	0.083	3.815286e-19
0.014	3.620782e-30	0.048	1.716041e-21	0.084	4.342791e-19
0.015	1.783795e-29	0.049	2.036914e-21	0.085	4.938224e-19
0.016	6.118960e-29	0.050	2.858550e-21	0.087	5.609653e-19
0.017	2.711926e-28	0.051	3.379733e-21	0.088	6.366015e-19
0.018	6.450030e-28	0.052	3.990782e-21	0.089	7.217203e-19
0.019	1.986354e-27	0.053	5.542968e-21	0.091	8.174158e-19
0.020	5.913687e-27	0.054	6.520177e-21	0.092	9.248964e-19
0.021	1.311687e-26	0.055	7.660050e-21	0.094	1.045495e-18
0.022	2.857341e-26	0.056	8.988002e-21	0.095	1.180683e-18
0.023	6.115453e-26	0.057	1.053314e-20	0.097	1.332078e-18
0.024	1.286474e-25	0.058	1.441296e-20	0.098	1.501462e-18
0.025	2.092353e-25	0.059	1.682911e-20	0.099	1.690792e-18
0.026	4.280413e-25	0.060	1.962674e-20	0.101	1.902219e-18
0.027	8.615465e-25	0.061	2.286220e-20	0.103	2.138099e-18
0.028	1.361332e-24	0.062	2.659954e-20	0.104	2.401017e-18
0.029	2.136131e-24	0.063	3.091153e-20	0.106	2.693803e-18
0.030	4.145304e-24	0.064	3.588071e-20	0.107	3.019551e-18
0.031	6.395307e-24	0.065	4.160056e-20	0.109	3.381644e-18
0.032	9.801642e-24	0.066	4.817689e-20	0.111	3.783773e-18
0.033	1.492490e-23	0.067	5.572929e-20	0.112	4.229967e-18
0.034	2.258087e-23	0.068	6.439273e-20	0.114	4.724612e-18

Таблица 7: Значения $S_x(E)$ при $M_x = 1000000$, $Z_x = -7$

E (МэВ)	$S_x(E)$ (МэВ·б)	E (МэВ)	$S_x(E)$ (МэВ·б)	E (МэВ)	$S_x(E)$ (МэВ·б)
0.001	6.167849e-107	0.035	1.129112e-27	0.069	5.430117e-23
0.002	3.403669e-89	0.036	1.981648e-27	0.070	6.629720e-23
0.003	1.822593e-71	0.037	3.448240e-27	0.071	8.081866e-23
0.004	3.266833e-62	0.038	4.534255e-27	0.072	9.837019e-23
0.005	2.157915e-56	0.039	7.791173e-27	0.073	1.195517e-22
0.006	3.693297e-52	0.040	1.327755e-26	0.074	1.450752e-22
0.007	6.858930e-49	0.041	1.728022e-26	0.076	1.757846e-22
0.008	3.796593e-46	0.042	2.909319e-26	0.077	2.126784e-22
0.009	4.249435e-44	0.043	4.859406e-26	0.078	2.569364e-22
0.010	2.096711e-42	0.044	6.261829e-26	0.079	3.099505e-22
0.011	8.449311e-41	0.045	1.033745e-25	0.080	3.733603e-22
0.012	1.722893e-39	0.046	1.324402e-25	0.082	4.490944e-22
0.013	1.917096e-38	0.047	2.161548e-25	0.083	5.394183e-22
0.014	1.949439e-37	0.048	2.753693e-25	0.084	6.469887e-22
0.015	1.817658e-36	0.049	3.501544e-25	0.085	7.749173e-22
0.016	1.020988e-35	0.050	5.630569e-25	0.087	9.268430e-22
0.017	8.209681e-35	0.051	7.120536e-25	0.088	1.107015e-21
0.018	2.761658e-34	0.052	8.988564e-25	0.089	1.320390e-21
0.019	1.333933e-33	0.053	1.424690e-24	0.091	1.572737e-21
0.020	6.145257e-33	0.054	1.788893e-24	0.092	1.870769e-21
0.021	1.874874e-32	0.055	2.242273e-24	0.094	2.222278e-21
0.022	5.577460e-32	0.056	2.805682e-24	0.095	2.636303e-21
0.023	1.618745e-31	0.057	3.504611e-24	0.097	3.123310e-21
0.024	4.586044e-31	0.058	5.440253e-24	0.098	3.695406e-21
0.025	9.062274e-31	0.059	6.760954e-24	0.099	4.366572e-21
0.026	2.469134e-30	0.060	8.388228e-24	0.101	5.152936e-21
0.027	6.576320e-30	0.061	1.038990e-23	0.103	6.073075e-21
0.028	1.248058e-29	0.062	1.284803e-23	0.104	7.148363e-21
0.029	2.345644e-29	0.063	1.586175e-23	0.106	8.403352e-21
0.030	5.936363e-29	0.064	1.955061e-23	0.107	9.866219e-21
0.031	1.089584e-28	0.065	2.405856e-23	0.109	1.156925e-20
0.032	1.981498e-28	0.066	2.955861e-23	0.111	1.354939e-20
0.033	3.570904e-28	0.067	3.625840e-23	0.112	1.584888e-20
0.034	6.377836e-28	0.068	4.440672e-23	0.114	1.851593e-20