Исследование ядерного взаимодействия темных атомов с ядрами вещества

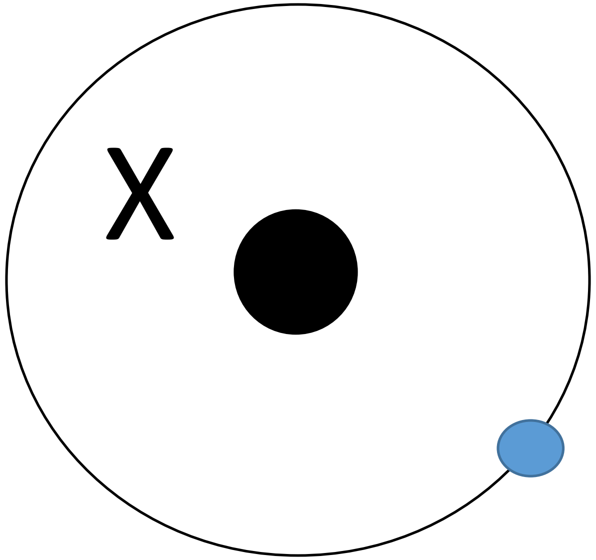
Презентация подготовлена Байковой С.Ф
Научный руководитель Хлопов М. Ю.
Научный консультант Сопин Д.О

Цели работы

НИЯУ МИФИ

1. Определить скорости реакции $Xp(d,\gamma)X^3He$, используя данные о скорости реакции $d(p,\gamma)^3He$
2. Определить S-фактор реакции $Xp(d,\gamma)X^3He$
3. Рассчитать значения S-фактора для диапазона энергий 0,001МэВ – 2МэВ
4. Определить зависимость S-фактора реакции от массы ядра темного иона и его заряда

Описание модели темного атома



-тяжелая, не барионная, частица с зарядом Z_x

$Z_x = -2n, n$=1,2,3…

заряженная частица материи

Расчет скорости реакции ⟨σv⟩

Скорость реакции зависит от S-фактора реакции следующим образом:

$$< \sigma v >= \left(\frac{8}{\pi\mu}\right)^{1/2} \frac{1}{(kT)^{3/2}} \times \int_0^\infty e^{-2\pi\eta} S(E) e^{-E/kT} dE,$$ [1]

где:
μ— приведенная масса снаряда и мишени,
NA — число Авогадро,
k — постоянная Больцмана,
E — энергия в системе центра масс.

Определение S-фактора $S_x(E)$ реакции **Xp(d,γ)X³He**

Сечение реакции выражается через S-фактор и фактор Гамова:

$$\sigma(E) = \frac{S(E)}{E} e^{-2\pi\eta},$$

следовательно

$$S(E) = E e^{2\pi\eta} \sigma(E).$$

Выражение для сечения реакции имеет следующий вид:

$$\sigma(E) = \frac{2\pi\eta}{e^{2\pi\eta} - 1} \cdot \frac{1}{4I(E)} \cdot \frac{\mu}{(2\pi)^2 4\varepsilon_3(E)} \int |M_{fi}^{\mathrm{nucl}}|^2 \, d\Omega_3,$$

где $\varepsilon_3(E) = m_1 + m_2 + E - p_3(E)$,

$$I = |\mathbf{p}|(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) = p\left(m_1 + m_2 + \frac{p^2}{2\mu}\right) = \sqrt{2\mu E}\,(m_1 + m_2 + E).$$

Определение S-фактора $S_x(E)$ реакции **Xp(d,γ)X³He**

Таким образом было получено итоговое выражение для S-фактора реакции

$$S(E) = E \cdot \frac{2\pi\eta}{1 - e^{-2\pi\eta}} \cdot \frac{1}{4I} \cdot \frac{\mu}{(2\pi)^2 4\varepsilon_3(E)} \int |M_{fi}^{\mathrm{nucl}}|^2 \, d\Omega_3.$$

Будем считать что функция $\mathcal{M}$

$$\mathcal{M} = \int |M_{fi}^{\mathrm{nucl}}|^2 \, d\Omega_3.$$

одинакова для реакции Xp(d,γ)X³He и d(p,γ)³He

Определение S-фактора $S_x(E)$ реакции **Xp(d,γ)X³He**

Определить S-фактор Sx(E) для реакции Xp(d,γ)X³He можно зная S-фактор реакции и d(p,γ)³He[2] из соотношения

$$S_x(E) = \frac{f_x(E)}{f(E)} \cdot S(E),$$

$$f(E) = \frac{2\pi\eta}{1-e^{-2\pi\eta}} \cdot \frac{1}{4\sqrt{2\mu_{12}E}\,(m_1+m_2+E)} \cdot \frac{\mu}{(2\pi)^2 4\,(m_1+m_2+E-p_3(E))},$$

$$p_3(E) = -m_3 + \sqrt{m_3\,(-m_3+2(m_1+m_2+E))}.$$

$$\eta = Z_1 Z_2 e^2 \cdot \sqrt{\frac{\mu_{12}}{2E}}.$$

- $m_1 = m_p$=938,272 МэВ,
- $m_2 = m_d$=1875,612 МэВ,
- $m_3 = m_{3He}$=2808,391 МэВ.

- $Z_1 = Z_p$=1,
- $Z_2 = Z_d$=1

$$f_{Xp}(E) = \frac{2\pi\eta_x}{1-e^{-2\pi\eta_x}} \cdot \frac{1}{4\sqrt{2\mu_{01}E}\,(m_{Xp}+m_d+E)} \cdot \frac{\mu_{01}}{(2\pi)^2 4\,(m_{Xp}+m_d+E-p_{3x}(E))},$$

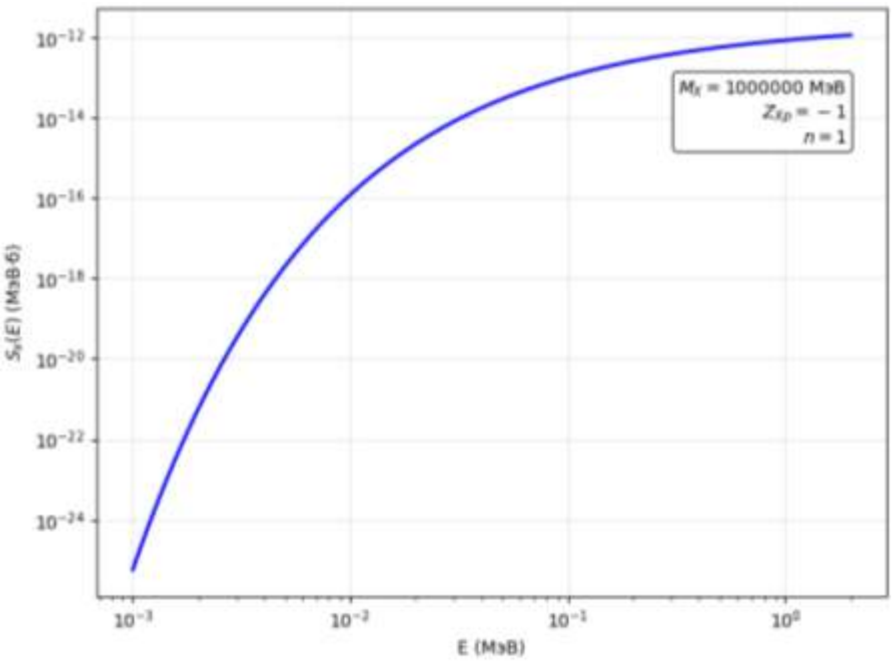
$$p_{3x}(E) = -m_{X3He} + \sqrt{m_{X3He}\,(-m_{3XHe}+2(m_{Xp}+m_d+E))}.$$

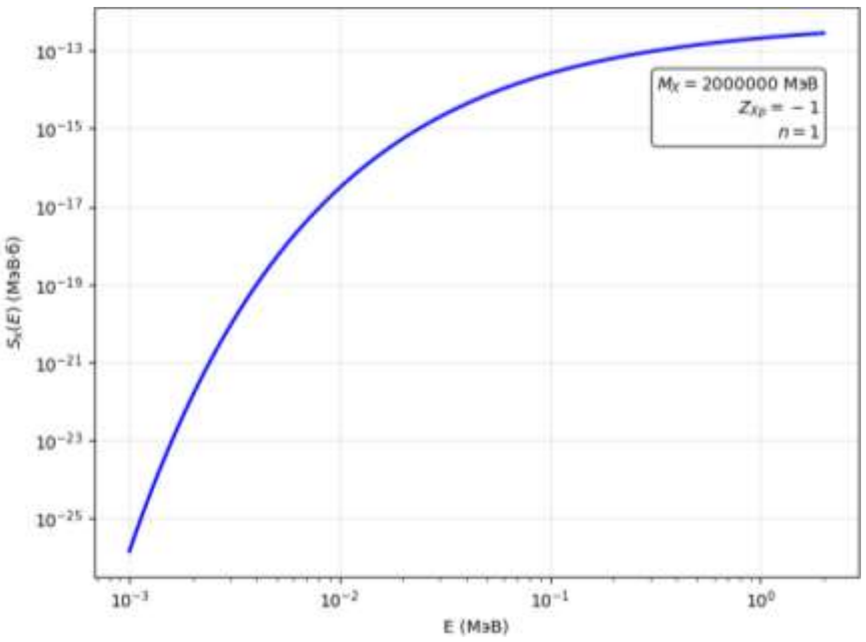
$$\eta_x = Z_{Xp} \cdot Z_d \cdot e^2 \cdot \sqrt{\frac{\mu_{01}}{2E}}.$$

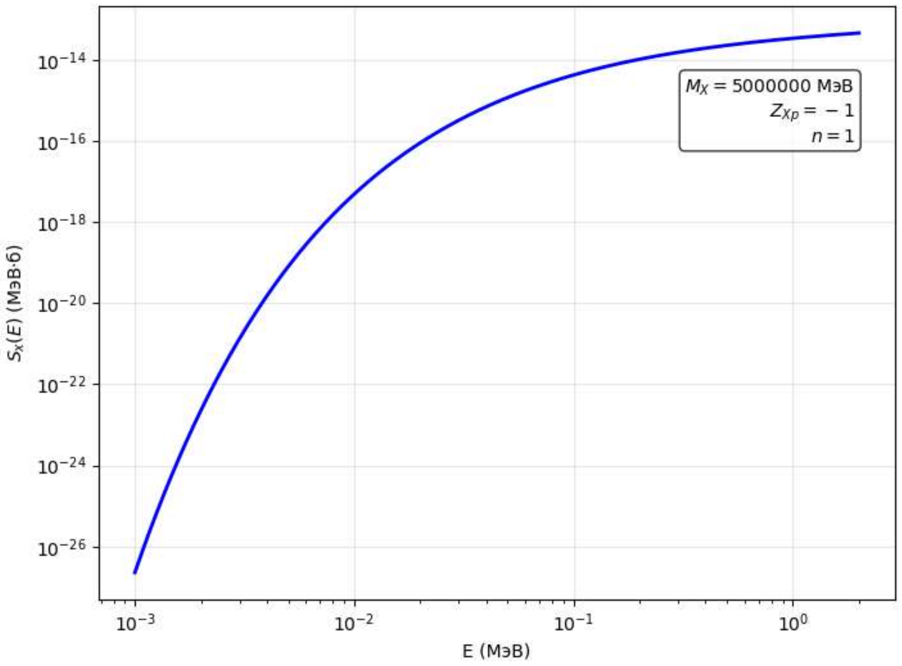
- $m_{Xp} = M_X + m_p - |Q_1|$, где $|Q_1|$-энергия связи протона в атоме X_p
- m_d=1875,612 МэВ,
- $m_{X3He} = M_X + m_{3He} - |Q_2|$, где $|Q_2|$−энергия связи $3He$ в атоме X_{3He}

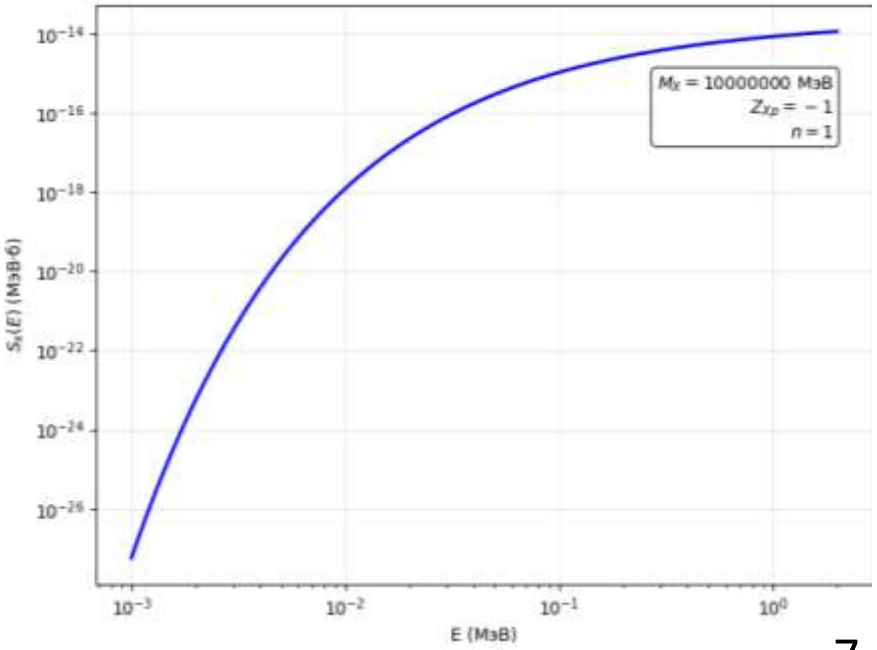
- Z_{Xp} =-2n+1, n=1,2,3...
- Z_d=1,

Зависимость S-фактора от массы ядра темного иона

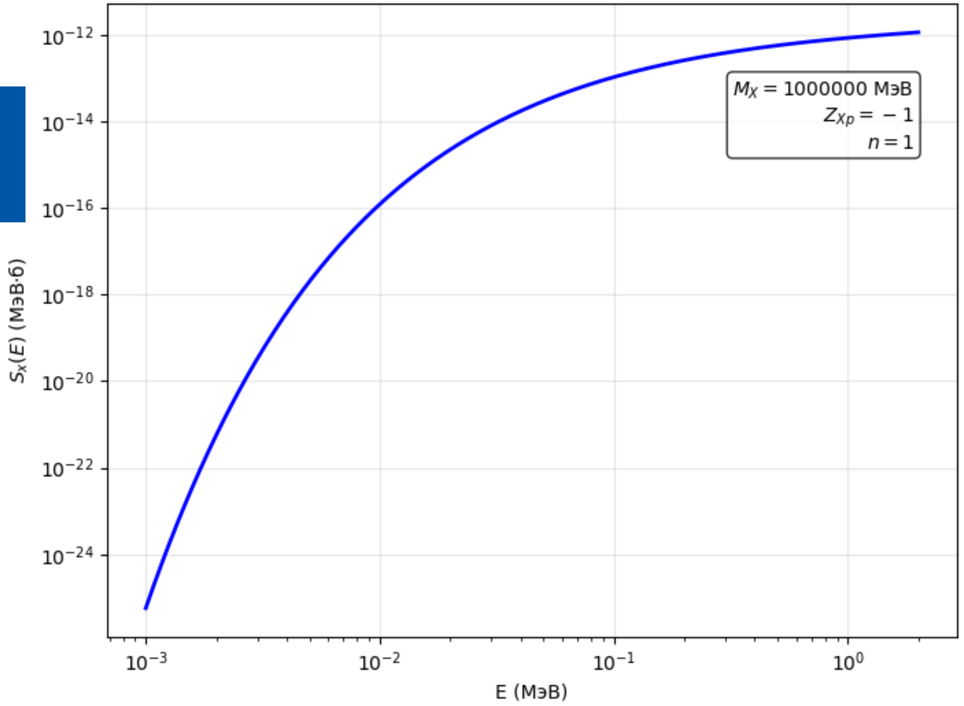


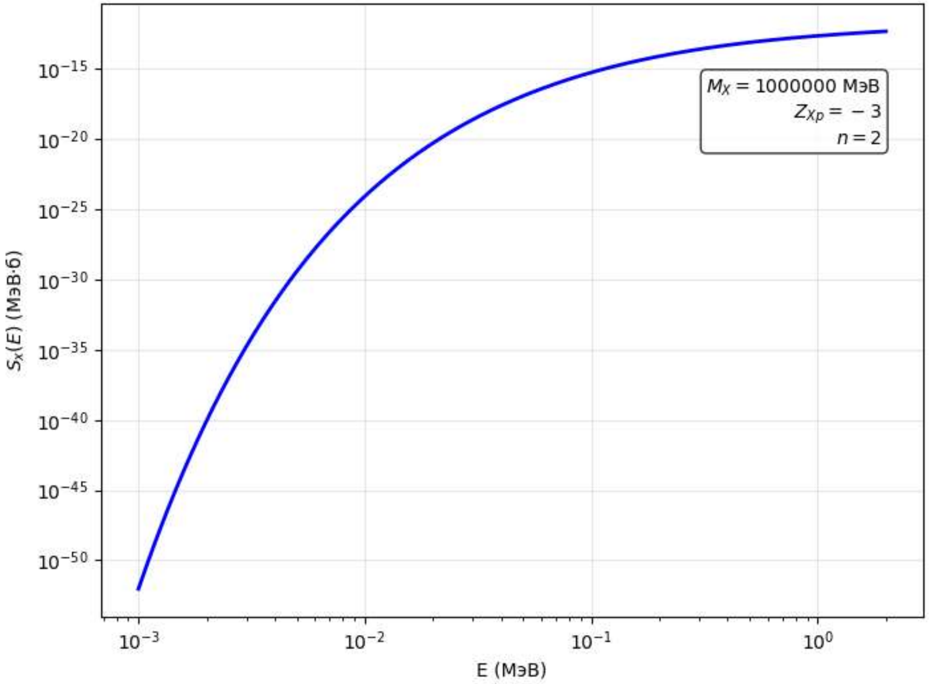


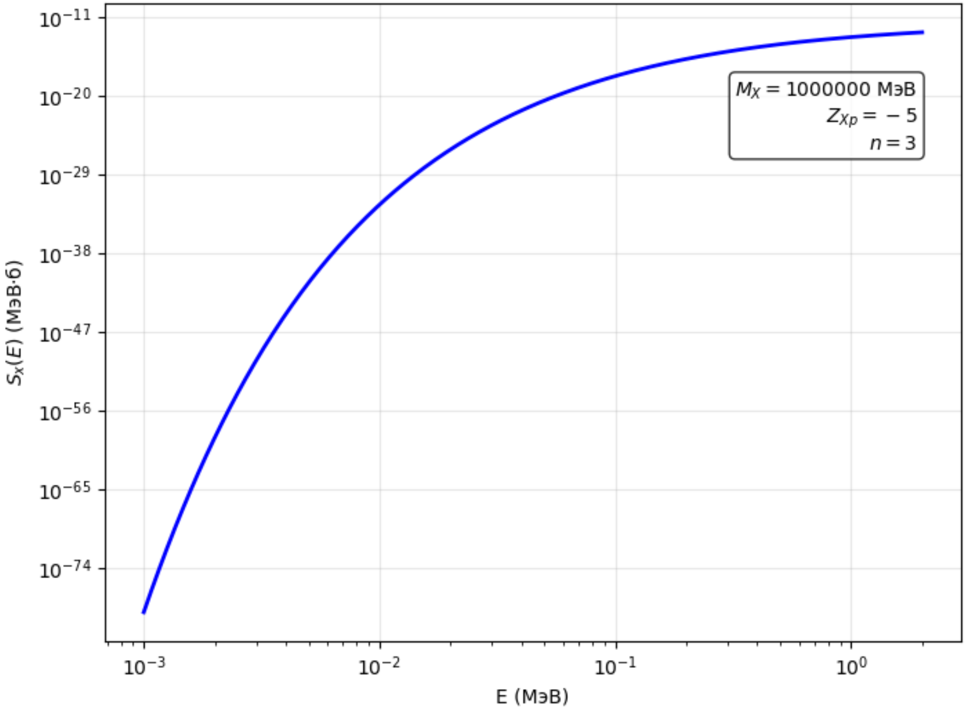


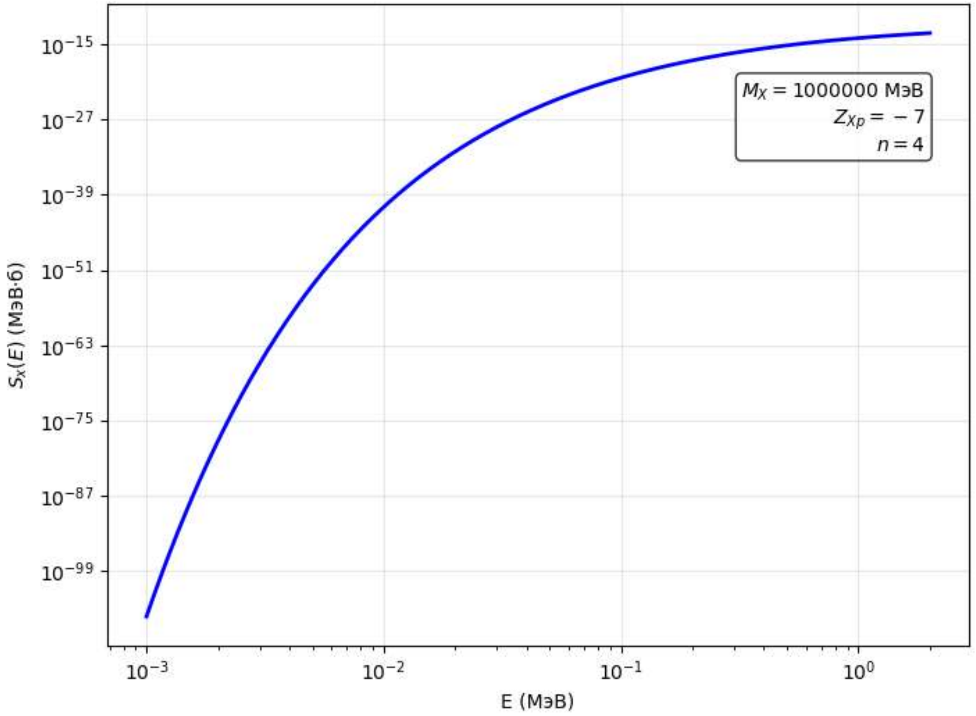


Зависимость S-фактора от величины заряда Zx









Заключение

НИЯУ МИФИ

1. Была найдена зависимость S-фактора реакции $Xp(d,\gamma)X^3He$ от S-фактора реакции $p(d,\gamma)^3He$
2. Рассчитаны значения S-фактора для диапазона энергий 0,001МэВ – 2МэВ
3. S-фактор зависит от массы темного ядра и заряда темного атома. Изменение заряда темного атома вносит большее изменение в значение S-фактора, чем изменение массы темного ядра.
4. Найденные значения S-фактора будут использованы для расчета скорости реакции $Xp(d,\gamma)X^3He$.

Список литературы

[1] Christian Iliadis. Nuclear physics of stars. John Wiley & Sons, 2015.

[2] Joseph Moscoso и др. “Bayesian Estimation of the d (p, γ) 3He Thermonuclear ReactionRate”. В: The Astrophysical Journal 923.1 (2021), c. 49.

[3] Владимир Берестецкий, Евгений Лифшиц и Лев Питаевский. Теоретическая физика.Том 4. Квантовая электродинамика. ЛитРес, 2016.

[4] Аледсандр Сергеевич Давыдов. Квантовая механика. Рипол Классик, 1968.

НИЯУ МИФИ

Спасибо за внимание!

Вывод выражения для сечения реакции σ(E)

Сечение процесса 2 → 2 описывается общей формулой:

[3]

$$d\sigma = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P_f - P_i)|M_{fi}|^2 \frac{1}{4I} \prod_a \frac{d^3 p'_a}{(2\pi)^3 2\varepsilon'_a}.$$

Рассмотрим процесс, в котором две начальные частицы 1 и 2 превращаются в две конечные частицы 3 и 4. Формула 2 примет вид:

$$d\sigma = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_3 + p_4 - p_1 - p_2)\,|M_{fi}|^2 \,\frac{1}{4I}\, \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^3 2\varepsilon_3}\, \frac{d^3 p_4}{(2\pi)^3 2\varepsilon_4},$$

где:

- ε_3, ε_4 — энергии конечных частиц,
- $I = \sqrt{(p_1 p_2)^2 - m_1^2 m_2^2}$.

Вывод выражения для сечения реакции σ(E)

Четырёхмерная дельта-функция распадается на произведение дельта-функций по энергии и импульсу:

$$\delta^{(4)}(p_3 + p_4 - p_1 - p_2) = \delta(\varepsilon_3 + \varepsilon_4 - \varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot \delta^{(3)}(\mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_4 - \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2).$$

Снятие $\delta^{(3)}$

Интегрируем выражение для $d\sigma$ по d^3p_4:

$$\int d^3p_4\, \delta^{(3)}(\mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_4)\frac{1}{2\varepsilon_4} = \frac{1}{2\varepsilon_4(\mathbf{p}_3)},$$

после интегрирования $\mathbf{p}_4 = -\mathbf{p}_3$, а ε_4 становится функцией $p_3 = |\mathbf{p}_3|$.

После этого выражение принимает вид:

$$d\sigma = \delta\big(\varepsilon_3(p_3) + \varepsilon_4(p_3) - \varepsilon_1 - \varepsilon_2\big)\, |M_{fi}|^2\, \frac{1}{4I}\, \frac{d^3p_3}{(2\pi)^2\, 4\, \varepsilon_3(p_3)\, \varepsilon_4(p_3)}.$$

$$d^3p_3 = p_3^2\, dp_3\, d\Omega_3, \quad d\Omega_3 = \sin\theta_3\, d\theta_3\, d\varphi_3.$$

Таким образом:

$$d\sigma = \delta\big(\varepsilon_3(p_3) + \varepsilon_4(p_3) - \varepsilon_1 - \varepsilon_2\big)\, |M_{fi}|^2\, \frac{1}{4I}\, \frac{p_3^2\, dp_3\, d\Omega_3}{(2\pi)^2\, 4\, \varepsilon_3(p_3)\, \varepsilon_4(p_3)}.$$

Вывод выражения для сечения реакции σ(E)

Для процесса 1+2 → 3+γ в нерелятивистском пределе в системе центра инерции:

$$d\sigma = \delta\big(\varepsilon_3(p_3) + p_3 - \varepsilon_1(p) - \varepsilon_2(p)\big)\,|M_{fi}|^2\,\frac{1}{4I}\,\frac{p_3^2\,dp_3\,d\Omega_3}{(2\pi)^2\,4\,\varepsilon_3(p_3)\,p_3},$$

Заметим, что

$$p_3 dp_3 = \frac{1}{2}d(p_3^2) = \frac{2\mu}{2}d\left(\frac{p_3^2}{2\mu}\right) = \mu\,dE$$

Сняв δ(ε3(p3)+p3 −ε1(p)−ε2(p)) получим

$$d\sigma = |M_{fi}|^2\frac{1}{4I(E)}\frac{\mu\,d\Omega_3}{(2\pi)^2\,4\,(m_1 + m_2 + E - p_3(E))},$$

Вывод выражения для сечения реакции σ(E)

Рассмотрим матричный элемент:

$$|M_{fi}|^2 = |M_{fi}^{\mathrm{nucl}}|^2 \cdot |\psi(0)|^2,$$

где |ψ(0)|2 — квадрат волновой функции относительного движения в нуле.

$$|\psi(0)|^2 = \frac{2\pi\eta}{e^{2\pi\eta} - 1},$$

а параметр Зоммерфельда η определяется как

$$\eta = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar} \cdot \frac{\mu}{p}, \quad p = \sqrt{2\mu E}.$$

Тогда

$$\sigma(E) = \frac{2\pi\eta}{e^{2\pi\eta} - 1} \cdot \frac{1}{4I(E)} \cdot \frac{\mu}{(2\pi)^2 4\varepsilon_3(E)} \int |M_{fi}^{\mathrm{nucl}}|^2 \, d\Omega_3.$$

Вывод выражения для расчета S-фактора $S_x(E)$ реакции **Xp(d,γ)X³He**

S-фактор следующим образом связан с энергией и сечением реакции:

$$S(E) = Ee^{2\pi\eta}\sigma(E).$$

Подставляя выражение для σ(E), находим:

$$S(E) = E \cdot \frac{2\pi\eta}{1 - e^{-2\pi\eta}} \cdot \frac{1}{4I} \cdot \frac{\mu}{(2\pi)^2 4\varepsilon_3(E)} \int |M_{fi}^{\text{nucl}}|^2 \, d\Omega_3.$$