

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»»

ОТЧЕТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ
ОБРАЗОВАНИЕ АНОМАЛЬНЫХ ИЗОТОПОВ В
НЕБЕСНЫХ ТЕЛАХ В МОДЕЛИ ТЕМНЫХ АТОМОВ

Научный руководитель

_____ Хлопов М. Ю.

Студент

_____ Журавлева А. С.

Москва 2026

СОДЕРЖАНИЕ

1	Введение	3
1.1	Актуальность работы	3
1.2	Цель и задачи работы	3
1.3	Постановка задачи	4
1.4	Ограничения на параметры модели и выбранные массы	4
2	Свободная частица X^{-2n} в звездной плазме	5
2.1	Модель взаимодействия в звездной среде	5
2.2	Кинематика падения на звезду	6
2.3	Солнце как базовая модель	6
2.4	Концентрации частиц в солнечной плазме	7
2.5	Дебаевская длина	7
2.6	Транспортное кулоновское сечение	8
2.7	Скорость частицы у поверхности Солнца	8
2.8	Транспортные сечения на протонах и ядрах гелия	8
2.9	Длина свободного пробега	9
2.10	Число столкновений при прохождении через Солнце	9
2.11	Условие гравитационного захвата	10
2.12	Оценка потери энергии в одном столкновении	10
2.13	Эффективное сечение захвата Солнцем	11
2.14	Итог для свободной частицы в Солнце	11
3	Сравнение звезд различных классов	12
3.1	Проксима Центавра: расчет с учетом металличности	12
3.2	Арктур: расчет с использованием состава конвективной оболочки	14
3.3	Сириус В: модель захвата в СО-ядре	16
3.4	Сводное сравнение	17
4	Связанное состояние (${}^4\text{He}X^{-2}$) в солнечной среде	17
4.1	Основные параметры темного атома	17
4.2	Длина свободного пробега темного атома	18
4.3	Длина и время термализации	19
4.4	Гравитационный захват связанного состояния	20
4.5	Популяционная эволюция темных атомов и аномальных изотопов	20
5	Земля: захват, оседание и накопление аномальных изотопов	21
5.1	Эффективное сечение захвата Землей	21
5.2	Поток и число захваченных темных атомов	22
5.3	Образование аномальных изотопов	22
5.4	Равновесное распределение внутри Земли	23
6	Заключение	24

1. ВВЕДЕНИЕ

1.1 Актуальность работы

Природа скрытой массы во Вселенной до сих пор остается открытым вопросом современной астрофизики и космологии. Одним из возможных ответов на этот вопрос является модель темных атомов. Такая модель может быть связана с составной природой бозона Хиггса и позволяет объяснить парадоксальные результаты прямого поиска частиц скрытой массы, в частности положительный результат эксперимента DAMA/LIBRA.

В рамках этой модели рассматриваются гипотетические стабильные или практически стабильные частицы с электрическим зарядом $-2ne$ которые далее обозначаются как X^{-2n} . Такие частицы могут образовывать связанные состояния с ядрами барионного вещества. Эти связанные состояния обозначаются как (NX^{-2n}) и называются "темными атомами".

Такие кандидаты на роль частиц скрытой массы являются ядерно взаимодействующими. Поэтому при попадании в достаточно плотное и достаточно протяженное барионное вещество они должны тормозиться, гравитационно захватываться и накапливаться внутри астрофизических объектов: звезд, планет и малых космических объектов.

Взаимодействие темных атомов с ядрами вещества может приводить к переносу частицы X^{-2n} на другие ядра и образованию связанных состояний которые химически проявляются как аномально тяжелые изотопы соответствующих элементов, например, железа.

Поиск многозарядных частиц на Большом адронном коллайдере дает нижние ограничения на массу таких частиц. Поэтому масса темных атомов определяется в основном массой частицы X^{-2n} и должна быть не меньше масштаба порядка

$$m_X \gtrsim 1-2 \text{ TeV}. \quad (1)$$

Таким образом, задача важна не только для моделей скрытой массы, но и для поиска возможных наблюдательных проявлений захвата темных атомов в космических телах: звездах, планетах и астероидах.

1.2 Цель и задачи работы

Целью работы является построение методической оценочной модели захвата и торможения свободных частиц в звездах, и построение модели термализации и последующего накопления темных атомов (NX^{-2n}) в астрофизических объектах, а также анализ условий, при которых их взаимодействие с ядрами вещества может приводить к образованию аномально тяжелых изотопов.

Для достижения этой цели в работе решаются следующие задачи:

1. Для разработки методики расчетов рассмотреть предельный методический случай свободной заряженной частицы X^{-2n} в звездной плазме.
2. В рамках этой методической модели оценить транспортные сечения, длины свободного пробега, число столкновений и условие гравитационного захвата частицы в веществе звезды.
3. Провести расчет для Солнца как базового объекта с хорошо известными параметрами и проверить, является ли солнечная среда эффективной для торможения и захвата частицы.

4. Сравнить эффективность торможения и захвата для звезд различных классов: Солнца, Проксимы Центавра, Арктура и Сириуса В.
5. Перейти к случаю связанного состояния, то есть темного атома, и оценить его длину свободного пробега, число столкновений, длину и время термализации в солнечной среде.
6. Записать кинетическую модель дальнейшей эволюции захваченных темных атомов, учитывающую возможность переноса частицы X^{-2n} на другие ядра вещества.
7. Показать, что планетная часть является естественным продолжением звездной задачи: после захвата необходимо определить, где именно будут накапливаться темные атомы и продукты их взаимодействия с веществом.
8. Оценить распределение захваченных темных атомов внутри Земли после термализации и определить характерный радиус их концентрации для различных масс m_X .

1.3 Постановка задачи

В работе рассматривается захват и дальнейшая эволюция темных атомов (NX^{-2n}), содержащих гипотетическую частицу X^{-2n} с зарядом $-2ne$. Основным физическим сценарием является попадание темных атомов в вещество астрофизических объектов, их торможение, гравитационный захват, термализация и последующее накопление.

Свободная частица X^{-2n} в данной работе рассматривается не как основной реалистичный сценарий, а как методический расчетный предел. Такой подход позволяет явно отработать технику расчета транспортных сечений, длины свободного пробега, числа столкновений и условия захвата в плазменной среде. В численных оценках для этой части далее используется минимальный случай $n = 1$, то есть заряд $-2e$.

Реалистичным поздним состоянием является связанное состояние частицы X^{-2n} с ядром вещества. В частном случае $n = 1$ важным примером является нейтральный темный атом

$$A \equiv ({}^4\text{He}X^{-2}). \quad (2)$$

Основной вопрос работы состоит в том, может ли темный атом эффективно потерять энергию при прохождении через вещество звезды или планеты, стать гравитационно связанным с объектом, термализоваться и в дальнейшем привести к образованию аномально тяжелых изотопов.

Сначала рассматривается звездная среда, поскольку она позволяет явно изучить торможение и захват в плотной и горячей астрофизической плазме. Затем выполняется переход к планетной среде, где рассмотреть дальнейшую локализацию и возможное накопление аномальных изотопов.

1.4 Ограничения на параметры модели и выбранные массы

При выборе параметров модели учитываются экспериментальные ограничения на массу многозарядных частиц и космологические ограничения на их распространенность.

Поиск многозарядных частиц на Большом андронном коллайдере даёт нижние ограничения на массу. В данной работе будем считать, что масса частицы X^{-2n} должна быть не меньше масштаба порядка

$$m_X \gtrsim 1\text{--}2 \text{ TeV}. \quad (3)$$

Поэтому далее тэвный масштаб рассматривается как минимальный характерный масштаб массы темного атома.

Космологические ограничения: если частицы X^{-2n} или связанные состояния (NX^{-2n}) являются долгоживущими или стабильными, то их современная концентрация не может быть произвольно большой. Иначе такие частицы могли бы заметно повлиять на первичный нуклеосинтез.

Таким образом, для экзотической компоненты существуют два способа избежать противоречия с космологическими ограничениями:

1. частицы имеют малое время жизни и распадаются достаточно рано, не доживая до поздней астрофизической эпохи;
2. частицы являются стабильными или практически стабильными, но их относительная концентрация в современной Вселенной очень мала.

В данной работе рассматривается второй случай: космологические ограничения требуют, чтобы их современная концентрация была малой:

$$\frac{n_X}{n_b} \lesssim 10^{-9}\text{--}10^{-10}, \quad (4)$$

где n_X — концентрация частиц X^{-2n} или темных атомов (NX^{-2n}), а n_b — концентрация барионов.

В расчетах используются три характерных значения массы:

$$m_X = 1 \text{ TeV}, \quad m_X = 10 \text{ TeV}, \quad m_X = 10^{10} \text{ GeV}. \quad (5)$$

Значение $m_X = 1 \text{ TeV}$ используется как нижний оценочный масштаб, близкий к экспериментально ограниченной области. Значение $m_X = 10 \text{ TeV}$ соответствует более тяжелому, но все еще тэвному сценарию. Масса $m_X = 10^{10} \text{ GeV}$ используется как пример сверхтяжелого случая, в котором численная концентрация частиц при заданной плотности скрытой массы оказывается существенно меньше.

2. СВОБОДНАЯ ЧАСТИЦА X^{-2n} В ЗВЕЗДНОЙ ПЛАЗМЕ

2.1 Модель взаимодействия в звездной среде

В качестве методической расчетной модели рассматривается взаимодействие свободной заряженной частицы X^{-2n} со звездной плазмой. Такое приближение позволяет в явном виде рассчитать транспортные сечения, длину свободного пробега, число столкновений и условие гравитационного захвата.

2.2 Кинематика падения на звезду

Пусть частица X^{-2n} движется в гравитационном поле звезды и имеет скорость u (скорость частицы вдали от звезды также рассматривается как параметр задачи. В расчётах для Солнца используется значение: $u = 300$ км/с) вдали от нее. При приближении к звезде частица ускоряется. Из закона сохранения энергии

$$\frac{1}{2}m_X u^2 = \frac{1}{2}m_X v^2 - \frac{GM_* m_X}{R_*} \quad (6)$$

получаем скорость v у поверхности звезды

$$v = \sqrt{u^2 + v_{\text{esc}}^2}, \quad (7)$$

где

$$v_{\text{esc}} = \sqrt{\frac{2GM_*}{R_*}} \quad (8)$$

— скорость убегания с поверхности звезды. Таким образом, даже частицы с небольшой скоростью на больших расстояниях приобретают значительную скорость при падении в гравитационное поле звезды.

2.3 Солнце как базовая модель

В качестве первого объекта рассматривается Солнце. Это удобно по нескольким причинам: параметры Солнца известны с высокой точностью; Солнце является типичной звездой главной последовательности; на его примере можно отработать методику расчета; полученные оценки легко обобщаются на другие классы звезд.

Для Солнца используются следующие основные параметры:

$$\begin{aligned} M_{\odot} &= 1.98841 \times 10^{30} \text{ кг} — \text{масса Солнца,} \\ R_{\odot} &= 6.957 \times 10^8 \text{ м} — \text{радиус Солнца,} \\ \bar{\rho}_{\odot} &= 1408 \text{ кг/м}^3 — \text{средняя плотность Солнца,} \\ \rho_c &= 1.622 \times 10^5 \text{ кг/м}^3 — \text{центральная плотность Солнца,} \\ T_c &= 1.571 \times 10^7 \text{ К} — \text{центральная температура Солнца,} \\ v_{\text{esc}}(R_{\odot}) &= 617.7 \text{ км/с} — \text{скорость убегания с поверхности Солнца.} \end{aligned}$$

Фундаментальные константы:

$$\begin{aligned} G &= 6.67430 \times 10^{-11} \text{ м}^3 \text{ кг}^{-1} \text{ с}^{-2} — \text{гравитационная постоянная,} \\ k_B &= 1.380649 \times 10^{-23} \text{ Дж/К} — \text{постоянная Больцмана,} \\ e &= 1.602176634 \times 10^{-19} \text{ Кл} — \text{элементарный заряд,} \\ \epsilon_0 &= 8.8541878128 \times 10^{-12} \text{ Ф/м} — \text{электрическая постоянная,} \\ m_p &= 1.6726219 \times 10^{-27} \text{ кг} — \text{масса протона,} \\ m_{\alpha} &= 6.6446573 \times 10^{-27} \text{ кг} — \text{масса альфа-частицы.} \end{aligned}$$

Химический состав солнечной плазмы задаётся массовыми долями водорода и гелия:

$$X_H = 0.7, \quad Y_{He} = 0.28.$$

2.4 Концентрации частиц в солнечной плазме

Для оценки взаимодействия X^{-2n} со средой необходимо определить концентрации основных компонентов плазмы. В дальнейшем центральная плотность используется при оценке дебаевской длины, а средняя плотность — при оценке числа столкновений по порядку величины.

Концентрация протонов выражается через массовую долю водорода:

$$n_p = \frac{X_H \rho}{m_p}. \quad (9)$$

Концентрация ядер гелия:

$$n_\alpha = \frac{Y_{He} \rho}{4m_p}. \quad (10)$$

Электронная концентрация находится из квазинейтральности:

$$n_e = n_p + 2n_\alpha. \quad (11)$$

При центральной плотности $\rho_c = 1.622 \cdot 10^5 \text{ kg/m}^3$ получаем

$$n_p^{(c)} = \frac{0.70 \cdot 1.622 \cdot 10^5}{1.6726219 \cdot 10^{-27}} \simeq 6.79 \cdot 10^{31} \text{ m}^{-3}, \quad (12)$$

$$n_\alpha^{(c)} = \frac{0.28 \cdot 1.622 \cdot 10^5}{4 \cdot 1.6726219 \cdot 10^{-27}} \simeq 6.79 \cdot 10^{30} \text{ m}^{-3}, \quad (13)$$

$$n_e^{(c)} = n_p^{(c)} + 2n_\alpha^{(c)} \simeq 8.15 \cdot 10^{31} \text{ m}^{-3}. \quad (14)$$

При средней плотности $\bar{\rho}_\odot = 1408 \text{ kg/m}^3$:

$$n_p^{(mean)} = \frac{0.70 \cdot 1408}{1.6726219 \cdot 10^{-27}} \simeq 5.89 \cdot 10^{29} \text{ m}^{-3}, \quad (15)$$

$$n_\alpha^{(mean)} = \frac{0.28 \cdot 1408}{4 \cdot 1.6726219 \cdot 10^{-27}} \simeq 5.89 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}. \quad (16)$$

2.5 Дебаевская длина

В плазме кулоновское взаимодействие экранируется, поэтому характерный радиус его действия определяется дебаевской длиной

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_B T}{n_e e^2}}. \quad (17)$$

Подставляя центральную температуру $T_c = 1.571 \cdot 10^7 \text{ K}$ и электронную концентрацию $n_e^{(c)} \simeq 8.15 \cdot 10^{31} \text{ m}^{-3}$, получаем

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{(8.8541878128 \cdot 10^{-12})(1.380649 \cdot 10^{-23})(1.571 \cdot 10^7)}{(8.15 \cdot 10^{31})(1.602176634 \cdot 10^{-19})^2}} \simeq 3.03 \cdot 10^{-11} \text{ m}. \quad (18)$$

2.6 Транспортное кулоновское сечение

Для описания торможения используется транспортное сечение

$$\sigma_{\text{tr},i} = \int (1 - \cos \theta) \frac{d\sigma_i}{d\Omega} d\Omega, \quad (19)$$

которое учитывает перенос импульса при столкновениях. В приближении дебаевски экранированного кулоновского взаимодействия используется оценка

$$\sigma_{\text{tr},i} \simeq 4\pi b_{0,i}^2 \ln \Lambda_i, \quad (20)$$

где

$$b_{0,i} = \frac{|Z_X Z_i| e^2}{4\pi\epsilon_0 \mu_i v^2}, \quad \ln \Lambda_i = \ln \left(\frac{\lambda_D}{b_{0,i}} \right). \quad (21)$$

Здесь $Z_X = 2$, $Z_p = 1$, $Z_\alpha = 2$. Поскольку рассматривается тяжелая частица, принимается приближение

$$m_X \gg m_p, \quad m_X \gg m_\alpha, \quad (22)$$

и поэтому

$$\mu_p \simeq m_p, \quad \mu_\alpha \simeq m_\alpha. \quad (23)$$

2.7 Скорость частицы у поверхности Солнца

Скорость убегания с поверхности Солнца равна

$$v_{\text{esc}}(R_\odot) = \sqrt{\frac{2GM_\odot}{R_\odot}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.67430 \cdot 10^{-11} \cdot 1.98841 \cdot 10^{30}}{6.957 \cdot 10^8}} \simeq 6.18 \cdot 10^5 \text{ m/s}. \quad (24)$$

На бесконечности получаем

$$v(u = 300 \text{ km/s}) \simeq 6.87 \cdot 10^5 \text{ m/s} \quad (25)$$

2.8 Транспортные сечения на протонах и ядрах гелия

Подробно рассмотрим случай $u = 300 \text{ km/s}$. Для протона

$$b_{0,p} = \frac{2e^2}{4\pi\epsilon_0 m_p v^2} \simeq 5.93 \cdot 10^{-13} \text{ m}, \quad (26)$$

$$\ln \Lambda_p = \ln \left(\frac{3.03 \cdot 10^{-11}}{5.93 \cdot 10^{-13}} \right) \simeq 3.93. \quad (27)$$

Отсюда

$$\sigma_{\text{tr},p} \simeq 4\pi b_{0,p}^2 \ln \Lambda_p \simeq 1.70 \cdot 10^{-23} \text{ m}^2. \quad (28)$$

Для α -частицы

$$b_{0,\alpha} = \frac{4e^2}{4\pi\epsilon_0 m_\alpha v^2} \simeq 2.99 \cdot 10^{-13} \text{ m}, \quad (29)$$

$$\ln \Lambda_\alpha = \ln \left(\frac{\lambda_D}{b_{0,\alpha}} \right) \simeq 4.62, \quad (30)$$

$$\sigma_{\text{tr},\alpha} \simeq 4\pi b_{0,\alpha}^2 \ln \Lambda_\alpha \simeq 5.05 \cdot 10^{-24} \text{ m}^2. \quad (31)$$

Итоговые значения приведены в таблице 1.

Таблица 1 — Транспортные сечения для свободной частицы X^{-2n} в солнечной плазме

u , км/с	$\sigma_{\text{tr},p}$, м ²	$\sigma_{\text{tr},\alpha}$, м ²
300	$1.70 \cdot 10^{-23}$	$5.05 \cdot 10^{-24}$

2.9 Длина свободного пробега

Средняя длина свободного пробега определяется выражением

$$\lambda_i = \frac{1}{n_i \sigma_{\text{tr},i}}. \quad (32)$$

Для оценки используем средние концентрации солнечной плазмы. В случае $u = 300$ км/с:

$$\lambda_p = \frac{1}{(5.89 \cdot 10^{29})(1.70 \cdot 10^{-23})} \simeq 1.00 \cdot 10^{-7} \text{ м}, \quad (33)$$

$$\lambda_\alpha = \frac{1}{(5.89 \cdot 10^{28})(5.05 \cdot 10^{-24})} \simeq 3.37 \cdot 10^{-6} \text{ м}. \quad (34)$$

Результаты приведены в таблице 2.

Таблица 2 — Длины свободного пробега свободной частицы X^{-2n} в солнечной плазме

u , км/с	λ_p , м	λ_α , м
300	$1.00 \cdot 10^{-7}$	$3.37 \cdot 10^{-6}$

Во всех случаях

$$\lambda_p, \lambda_\alpha \ll R_\odot, \quad (35)$$

следовательно, солнечная плазма является непрозрачной средой для свободной частицы X^{-2n} .

2.10 Число столкновений при прохождении через Солнце

В качестве характерной длины пути примем диаметр Солнца:

$$L \simeq 2R_\odot = 2 \cdot 6.957 \cdot 10^8 \text{ м} = 1.3914 \cdot 10^9 \text{ м}. \quad (36)$$

Число столкновений с частицами сорта i оценивается как

$$N_i \simeq n_i \sigma_{\text{tr},i} L. \quad (37)$$

Для $u = 300$ км/с:

$$N_p = (5.89 \cdot 10^{29})(1.70 \cdot 10^{-23})(1.3914 \cdot 10^9) \simeq 1.39 \cdot 10^{16}, \quad (38)$$

$$N_\alpha = (5.89 \cdot 10^{28})(5.05 \cdot 10^{-24})(1.3914 \cdot 10^9) \simeq 4.14 \cdot 10^{14}. \quad (39)$$

Суммарное число эффективных тормозящих столкновений

$$N_{\text{tr}} \simeq N_p + N_\alpha \simeq 1.43 \cdot 10^{16}. \quad (40)$$

Итоговые значения приведены в таблице 3.

Таблица 3 — Число столкновений свободной частицы X^{-2n} при прохождении через Солнце

u , км/с	N_p	N_α	$N_{\text{tr}} \simeq N_p + N_\alpha$
300	$1.39 \cdot 10^{16}$	$4.14 \cdot 10^{14}$	$1.43 \cdot 10^{16}$

Выполняется $N_{\text{tr}} \gg 1$, поэтому торможение в веществе Солнца оказывается эффективным. Это оценка верхнего предела для свободной частицы в том смысле, что не учитывается возможный быстрый переход в канал образования связанного состояния.

2.11 Условие гравитационного захвата

Чтобы частица стала гравитационно связанной с Солнцем, она должна потерять энергию не меньше своей кинетической энергии на бесконечности:

$$\Delta E_{\text{req}} = \frac{1}{2} m_X u^2. \quad (41)$$

Для примера $u = 300$ км/с, $m_X = 1$ TeV:

$$\Delta E_{\text{req}} = \frac{1}{2} (1 \text{ TeV})(3.0 \cdot 10^5 \text{ м/с})^2 \simeq 0.501 \text{ MeV}. \quad (42)$$

Для всех выбранных масс значения приведены в таблице 4.

Таблица 4 — Необходимая потеря энергии для гравитационного захвата частицы X^{-2n} Солнцем

u , км/с	$m_X = 1$ TeV	$m_X = 10$ TeV	$m_X = 10^{10}$ GeV
300	$5.01 \cdot 10^5$ эВ	$5.01 \cdot 10^6$ эВ	$5.01 \cdot 10^{12}$ эВ

2.12 Оценка потери энергии в одном столкновении

Характерная энергия, передаваемая в одном эффективном столкновении, оценивается как

$$\Delta E_i \sim m_i v^2, \quad (43)$$

где m_i — масса частицы среды. Для случая $u = 300$ км/с, $v \simeq 6.87 \cdot 10^5$ м/с:

$$\Delta E_p \sim m_p v^2 = (1.6726 \cdot 10^{-27})(6.87 \cdot 10^5)^2 \simeq 7.89 \cdot 10^{-16} \text{ J} \simeq 4.92 \text{ keV}, \quad (44)$$

$$\Delta E_\alpha \sim m_\alpha v^2 = (6.6447 \cdot 10^{-27})(6.87 \cdot 10^5)^2 \simeq 3.13 \cdot 10^{-15} \text{ J} \simeq 19.6 \text{ keV}. \quad (45)$$

Число столкновений, необходимое для захвата, оценивается как

$$N_{\text{req}} \sim \frac{\Delta E_{\text{req}}}{\Delta E_i}. \quad (46)$$

Для $m_X = 1 \text{ TeV}$, $u = 300 \text{ km/s}$:

$$N_{\text{req}}^{(p)} \sim \frac{5.01 \cdot 10^5}{4.92 \cdot 10^3} \simeq 1.02 \cdot 10^2, \quad (47)$$

$$N_{\text{req}}^{(\alpha)} \sim \frac{5.01 \cdot 10^5}{1.96 \cdot 10^4} \simeq 2.56 \cdot 10^1. \quad (48)$$

Сравнение с фактическими числами $N_p \simeq 1.39 \cdot 10^{16}$ и $N_\alpha \simeq 4.14 \cdot 10^{14}$ показывает огромный запас по числу столкновений. Следовательно, свободная частица X^{-2n} , проходящая через солнечное вещество, должна эффективно тормозиться и захватываться.

2.13 Эффективное сечение захвата Солнцем

Если солнечная плазма непрозрачна для свободной частицы, то эффективное сечение захвата всей звездой можно оценить как геометрическое сечение с учетом гравитационной фокусировки:

$$\sigma_{\text{eff}} = \pi R_\odot^2 \left(1 + \frac{v_{\text{esc}}^2}{u^2} \right). \quad (49)$$

Геометрическое сечение Солнца:

$$\sigma_{\text{geo}} = \pi R_\odot^2 = \pi (6.957 \cdot 10^8)^2 \simeq 1.52 \cdot 10^{18} \text{ m}^2. \quad (50)$$

При $u = 300 \text{ km/s}$ множитель фокусировки равен

$$1 + \frac{v_{\text{esc}}^2}{u^2} = 1 + \left(\frac{617.7}{300} \right)^2 \simeq 5.24, \quad (51)$$

поэтому

$$\sigma_{\text{eff}} \simeq 1.52 \cdot 10^{18} \cdot 5.24 \simeq 7.97 \cdot 10^{18} \text{ m}^2. \quad (52)$$

Результаты приведены в таблице 5.

Таблица 5 — Эффективное сечение захвата свободной частицы X^{-2n} Солнцем

u , км/с	$1 + v_{\text{esc}}^2/u^2$	σ_{eff} , м ²
300	5.24	$7.97 \cdot 10^{18}$

2.14 Итог для свободной частицы в Солнце

в модели свободной частицы X^{-2n} солнечная плазма является непрозрачной средой. При прохождении через Солнце частица испытывает большое число тормозящих столкновений с протонами и ядрами гелия. Требуемая для захвата потеря энергии существенно меньше той, которая может быть обеспечена взаимодействием с солнечным веществом. Поэтому во всем рассматриваемом диапазоне масс свободная частица X^{-2n} должна эффективно тормозиться и гравитационно захватываться Солнцем. Эффективное сечение захвата по порядку величины составляет

$$\sigma_{\text{eff}} \sim 10^{18} \text{ m}^2. \quad (53)$$

3. СРАВНЕНИЕ ЗВЕЗД РАЗЛИЧНЫХ КЛАССОВ

Далее рассматриваются звезды разных классов. Это необходимо, поскольку эффективность торможения и гравитационного захвата определяется не только зарядом и массой частицы, но и параметрами самой звезды: массой M_* , радиусом R_* , средней плотностью $\bar{\rho}_*$, температурой, химическим составом и скоростью убегания. Эти величины входят в выражения для транспортных сечений, длины свободного пробега, числа столкновений и эффективного сечения захвата.

В качестве объектов сравнения выбраны Солнце, Проксима Центавра, Арктур и Сириус В. Такой набор охватывает несколько разных физических режимов: звезду главной последовательности, компактный красный карлик, разреженный красный гигант и сверхплотный белый карлик.

Таблица 6 — Параметры звезд, используемые в расчетах

Звезда	Класс	M_* , кг	R_* , м	T_c , К	$\bar{\rho}$, кг/м ³	v_{esc} , м/с
Солнце	ГП	$1.99 \cdot 10^{30}$	$6.96 \cdot 10^8$	$1.57 \cdot 10^7$	$1.41 \cdot 10^3$	$6.18 \cdot 10^5$
Проксима Центавра	КК	$2.39 \cdot 10^{29}$	$9.74 \cdot 10^7$	$\sim 10^7$	$6.17 \cdot 10^4$	$5.72 \cdot 10^5$
Арктур	КГ	$2.15 \cdot 10^{30}$	$1.77 \cdot 10^{10}$	$\sim 10^8$	$9.29 \cdot 10^{-2}$	$1.27 \cdot 10^5$
Сириус В	БК	$1.99 \cdot 10^{30}$	$5.84 \cdot 10^6$	$\sim 3 \cdot 10^7$	$2.38 \cdot 10^9$	$6.74 \cdot 10^6$

3.1 Проксима Центавра: расчет с учетом металличности

Для Проксимы Центавра используем наблюдательную металличность $[\text{Fe}/\text{H}] \simeq +0.21$. В первом приближении принимаем

$$[\text{M}/\text{H}] \simeq [\text{Fe}/\text{H}], \quad (54)$$

и вычисляем отношение металлов к водороду по массе:

$$\frac{Z}{X} = \left(\frac{Z}{X} \right)_{\odot} 10^{[\text{M}/\text{H}]}. \quad (55)$$

При $(Z/X)_{\odot} = 0.0181$ получаем

$$\frac{Z}{X} = 0.0181 \cdot 10^{0.21} \simeq 0.0181 \cdot 1.62 \simeq 0.0294. \quad (56)$$

Для гелия используем зависимость

$$Y = Y_p + \frac{\Delta Y}{\Delta Z} Z, \quad (57)$$

где $Y_p = 0.2471$, $\Delta Y/\Delta Z = 2.0$. Вместе с условием нормировки

$$X + Y + Z = 1 \quad (58)$$

имеем систему

$$Z = 0.0294X, \quad Y = 0.2471 + 2Z. \quad (59)$$

Подставляя в нормировку,

$$X + 0.2471 + 3 \cdot 0.0294X = 1, \quad (60)$$

получаем

$$X \simeq 0.692, \quad Z \simeq 0.0203, \quad Y \simeq 0.2877. \quad (61)$$

В дальнейших расчетах принимаем

$$X \simeq 0.692, \quad Y \simeq 0.288, \quad Z \simeq 0.020. \quad (62)$$

Скорость убегания с поверхности Проксимы:

$$v_{\text{esc}} = \sqrt{\frac{2G \cdot 2.39 \cdot 10^{29}}{9.74 \cdot 10^7}} \simeq 5.72 \cdot 10^5 \text{ m/s}. \quad (63)$$

Для $u = 300 \text{ km/s}$ скорость u поверхности

$$v = \sqrt{(3.0 \cdot 10^5)^2 + (5.72 \cdot 10^5)^2} \simeq 6.46 \cdot 10^5 \text{ m/s}. \quad (64)$$

Концентрации частиц плазмы при $\bar{\rho}_* = 6.17 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^3$:

$$n_p = \frac{0.692 \cdot 6.17 \cdot 10^4}{1.6726 \cdot 10^{-27}} \simeq 2.55 \cdot 10^{31} \text{ m}^{-3}, \quad (65)$$

$$n_\alpha = \frac{0.288 \cdot 6.17 \cdot 10^4}{4 \cdot 1.6726 \cdot 10^{-27}} \simeq 2.65 \cdot 10^{30} \text{ m}^{-3}, \quad (66)$$

$$n_e \simeq n_p + 2n_\alpha \simeq 3.08 \cdot 10^{31} \text{ m}^{-3}. \quad (67)$$

При $T_c \simeq 10^7 \text{ K}$ дебаевская длина равна

$$\lambda_D \simeq 3.93 \cdot 10^{-11} \text{ m}. \quad (68)$$

Для протонов

$$b_{0,p} \simeq 6.61 \cdot 10^{-13} \text{ m}, \quad \ln \Lambda_p \simeq 4.09, \quad (69)$$

$$\sigma_{\text{tr},p} \simeq 2.24 \cdot 10^{-23} \text{ m}^2. \quad (70)$$

Для α -частиц

$$b_{0,\alpha} \simeq 3.33 \cdot 10^{-13} \text{ m}, \quad \ln \Lambda_\alpha \simeq 4.77, \quad (71)$$

$$\sigma_{\text{tr},\alpha} \simeq 6.63 \cdot 10^{-24} \text{ m}^2. \quad (72)$$

Длины свободного пробега:

$$\lambda_p = \frac{1}{(2.55 \cdot 10^{31})(2.24 \cdot 10^{-23})} \simeq 1.75 \cdot 10^{-9} \text{ m}, \quad (73)$$

$$\lambda_\alpha = \frac{1}{(2.65 \cdot 10^{30})(6.63 \cdot 10^{-24})} \simeq 5.68 \cdot 10^{-8} \text{ m}. \quad (74)$$

При $L \simeq 2R_* = 1.95 \cdot 10^8 \text{ m}$:

$$N_p \simeq (2.55 \cdot 10^{31})(2.24 \cdot 10^{-23})(1.95 \cdot 10^8) \simeq 1.11 \cdot 10^{17}, \quad (75)$$

$$N_\alpha \simeq (2.65 \cdot 10^{30})(6.63 \cdot 10^{-24})(1.95 \cdot 10^8) \simeq 3.43 \cdot 10^{15}, \quad (76)$$

$$N_{\text{tr}} \simeq 1.15 \cdot 10^{17}. \quad (77)$$

Эффективное сечение захвата:

$$\pi R_\star^2 = \pi(9.74 \cdot 10^7)^2 \simeq 2.98 \cdot 10^{16} \text{ m}^2, \quad (78)$$

$$1 + \frac{v_{\text{esc}}^2}{u^2} = 1 + \left(\frac{5.72 \cdot 10^5}{3.0 \cdot 10^5} \right)^2 \simeq 4.64, \quad (79)$$

$$\sigma_{\text{eff}} \simeq 1.38 \cdot 10^{17} \text{ m}^2. \quad (80)$$

Проксима Центавра оказывается непрозрачной средой для свободной частицы X^{-2n} : $\lambda_p, \lambda_\alpha \ll R_\star$, а $N_{\text{tr}} \sim 10^{17}$.

3.2 Арктур: расчет с использованием состава конвективной оболочки

Арктур – красный гигант, поэтому использование одного усредненного состава для всей звезды будет грубым приближением. В отсутствие полной модели внутреннего строения используем состав конвективной оболочки, поскольку внешние слои определяют начальный этап входа частицы в звездную среду.

Используем параметры:

$$M_\star = 2.15 \cdot 10^{30} \text{ kg}, \quad R_\star = 1.77 \cdot 10^{10} \text{ m}, \quad \bar{\rho}_\star = 9.29 \cdot 10^{-2} \text{ kg/m}^3, \quad (81)$$

$$[\text{Fe}/\text{H}] = -0.52, \quad [\alpha/\text{Fe}] \simeq +0.25. \quad (82)$$

Представим металлы как сумму двух групп: α -элементы с долей $f_\alpha \simeq 0.68$ и остальные металлы с долей $f_{\text{non-}\alpha} \simeq 0.32$. Тогда

$$\frac{Z}{X} = \left(\frac{Z}{X} \right)_\odot 10^{[\text{Fe}/\text{H}]} (f_{\text{non-}\alpha} + f_\alpha 10^{[\alpha/\text{Fe}]}) . \quad (83)$$

Подстановка дает

$$\frac{Z}{X} = 0.0181 \cdot 10^{-0.52} (0.32 + 0.68 \cdot 10^{0.25}) \simeq 0.00836. \quad (84)$$

С учетом $Y = 0.2471 + 2Z$ и $X + Y + Z = 1$:

$$Z = 0.00836X, \quad Y = 0.2471 + 2Z, \quad (85)$$

$$X + 0.2471 + 3 \cdot 0.00836X = 1, \quad (86)$$

откуда

$$X \simeq 0.734, \quad Z \simeq 0.00614, \quad Y \simeq 0.259. \quad (87)$$

Скорость убегания:

$$v_{\text{esc}} = \sqrt{\frac{2G \cdot 2.15 \cdot 10^{30}}{1.77 \cdot 10^{10}}} \simeq 1.27 \cdot 10^5 \text{ m/s}. \quad (88)$$

При $u = 300 \text{ km/s}$:

$$v = \sqrt{(3.0 \cdot 10^5)^2 + (1.27 \cdot 10^5)^2} \simeq 3.26 \cdot 10^5 \text{ m/s}. \quad (89)$$

Концентрации:

$$n_p = \frac{0.734 \cdot 9.29 \cdot 10^{-2}}{1.6726 \cdot 10^{-27}} \simeq 4.08 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}, \quad (90)$$

$$n_\alpha = \frac{0.259 \cdot 9.29 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 1.6726 \cdot 10^{-27}} \simeq 3.60 \cdot 10^{24} \text{ m}^{-3}, \quad (91)$$

$$n_e \simeq n_p + 2n_\alpha \simeq 4.80 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}. \quad (92)$$

При $T_c \simeq 10^8$ К:

$$\lambda_D \simeq 9.96 \cdot 10^{-8} \text{ m}. \quad (93)$$

Для протона

$$b_{0,p} \simeq 2.60 \cdot 10^{-12} \text{ m}, \quad \ln \Lambda_p \simeq 10.55, \quad (94)$$

$$\sigma_{\text{tr},p} \simeq 8.95 \cdot 10^{-22} \text{ m}^2. \quad (95)$$

Для α -частицы

$$b_{0,\alpha} \simeq 1.31 \cdot 10^{-12} \text{ m}, \quad \ln \Lambda_\alpha \simeq 11.24, \quad (96)$$

$$\sigma_{\text{tr},\alpha} \simeq 2.42 \cdot 10^{-22} \text{ m}^2. \quad (97)$$

Длины свободного пробега:

$$\lambda_p = \frac{1}{(4.08 \cdot 10^{25})(8.95 \cdot 10^{-22})} \simeq 2.74 \cdot 10^{-5} \text{ m}, \quad (98)$$

$$\lambda_\alpha = \frac{1}{(3.60 \cdot 10^{24})(2.42 \cdot 10^{-22})} \simeq 1.15 \cdot 10^{-3} \text{ m}. \quad (99)$$

При $L \simeq 2R_\star = 3.54 \cdot 10^{10}$ м:

$$N_p \simeq (4.08 \cdot 10^{25})(8.95 \cdot 10^{-22})(3.54 \cdot 10^{10}) \simeq 1.29 \cdot 10^{15}, \quad (100)$$

$$N_\alpha \simeq (3.60 \cdot 10^{24})(2.42 \cdot 10^{-22})(3.54 \cdot 10^{10}) \simeq 3.08 \cdot 10^{13}, \quad (101)$$

$$N_{\text{tr}} \simeq 1.32 \cdot 10^{15}. \quad (102)$$

Эффективное сечение:

$$\pi R_\star^2 = \pi(1.77 \cdot 10^{10})^2 \simeq 9.84 \cdot 10^{20} \text{ m}^2, \quad (103)$$

$$1 + \frac{v_{\text{esc}}^2}{u^2} = 1 + \left(\frac{1.27 \cdot 10^5}{3.0 \cdot 10^5} \right)^2 \simeq 1.18, \quad (104)$$

$$\sigma_{\text{eff}} \simeq 1.16 \cdot 10^{21} \text{ m}^2. \quad (105)$$

Несмотря на малую среднюю плотность, вещество Арктура остается непрозрачным для свободной частицы X^{-2n} , а эффективное сечение оказывается особенно большим из-за большого радиуса звезды.

3.3 Сириус В: модель захвата в СО-ядре

Сириус В является белым карликом с углеродно-кислородным ядром. В первом приближении тонкие внешние водородные и гелиевые слои не учитываются. Принимаем

$$X_C \simeq 0.5, \quad X_O \simeq 0.5. \quad (106)$$

Параметры:

$$M_\star = 1.99 \cdot 10^{30} \text{ kg}, \quad R_\star = 5.84 \cdot 10^6 \text{ m}, \quad \bar{\rho}_\star = 2.38 \cdot 10^9 \text{ kg/m}^3, \quad (107)$$

$$T_c \simeq 3 \cdot 10^7 \text{ K}. \quad (108)$$

Скорость убегания:

$$v_{\text{esc}} = \sqrt{\frac{2G \cdot 1.99 \cdot 10^{30}}{5.84 \cdot 10^6}} \simeq 6.74 \cdot 10^6 \text{ m/s}. \quad (109)$$

При $u = 300 \text{ km/s}$:

$$v = \sqrt{(3.0 \cdot 10^5)^2 + (6.74 \cdot 10^6)^2} \simeq 6.75 \cdot 10^6 \text{ m/s}. \quad (110)$$

Для углерода и кислорода $m_C = 12m_p$, $m_O = 16m_p$. Тогда

$$n_C = \frac{0.5 \cdot 2.38 \cdot 10^9}{12 \cdot 1.6726 \cdot 10^{-27}} \simeq 5.93 \cdot 10^{34} \text{ m}^{-3}, \quad (111)$$

$$n_O = \frac{0.5 \cdot 2.38 \cdot 10^9}{16 \cdot 1.6726 \cdot 10^{-27}} \simeq 4.45 \cdot 10^{34} \text{ m}^{-3}. \quad (112)$$

Электронная концентрация:

$$n_e \simeq 6n_C + 8n_O \simeq 7.11 \cdot 10^{35} \text{ m}^{-3}. \quad (113)$$

Дебаевская длина:

$$\lambda_D \simeq 4.48 \cdot 10^{-13} \text{ m}. \quad (114)$$

Для углерода

$$b_{0,C} \simeq 3.03 \cdot 10^{-15} \text{ m}, \quad \ln \Lambda_C \simeq 5.00, \quad (115)$$

$$\sigma_{\text{tr},C} \simeq 5.75 \cdot 10^{-28} \text{ m}^2. \quad (116)$$

Для кислорода в данном приближении получается практически то же значение:

$$\sigma_{\text{tr},O} \simeq 5.75 \cdot 10^{-28} \text{ m}^2. \quad (117)$$

Это связано с тем, что для обоих ядер $Z_i/A_i \simeq 1/2$.

Длины свободного пробега:

$$\lambda_C = \frac{1}{(5.93 \cdot 10^{34})(5.75 \cdot 10^{-28})} \simeq 2.93 \cdot 10^{-8} \text{ m}, \quad (118)$$

$$\lambda_O = \frac{1}{(4.45 \cdot 10^{34})(5.75 \cdot 10^{-28})} \simeq 3.91 \cdot 10^{-8} \text{ m}. \quad (119)$$

При $L \simeq 2R_\star = 1.17 \cdot 10^7$ м:

$$N_C \simeq (5.93 \cdot 10^{34})(5.75 \cdot 10^{-28})(1.17 \cdot 10^7) \simeq 3.98 \cdot 10^{14}, \quad (120)$$

$$N_O \simeq (4.45 \cdot 10^{34})(5.75 \cdot 10^{-28})(1.17 \cdot 10^7) \simeq 2.99 \cdot 10^{14}, \quad (121)$$

$$N_{\text{tr}} \simeq 6.97 \cdot 10^{14}. \quad (122)$$

Эффективное сечение захвата:

$$\pi R_\star^2 = \pi(5.84 \cdot 10^6)^2 \simeq 1.07 \cdot 10^{14} \text{ м}^2, \quad (123)$$

$$1 + \frac{v_{\text{esc}}^2}{u^2} = 1 + \left(\frac{6.74 \cdot 10^6}{3.0 \cdot 10^5} \right)^2 \simeq 506, \quad (124)$$

$$\sigma_{\text{eff}} \simeq 5.43 \cdot 10^{16} \text{ м}^2. \quad (125)$$

Белый карлик является предельным случаем очень плотной среды: длины свободного пробега малы, а число столкновений велико. Из-за малого радиуса эффективное сечение меньше, чем у Арктур и Солнца, но гравитационная фокусировка значительно усиливает захват.

3.4 Сводное сравнение

Сводные результаты для случая $u = 300$ км/с представлены в таблице 7.

Таблица 7 — Сравнение захвата свободной частицы X^{-2n} для разных звезд при $u = 300$ км/с

Объект	Основные ядра	Характерная λ , м	N_{tr}	σ_{eff} , м ²
Солнце	p, α	$10^{-7} - 10^{-6}$	$1.43 \cdot 10^{16}$	$7.97 \cdot 10^{18}$
Проксима Центавра	p, α	$10^{-9} - 10^{-8}$	$1.15 \cdot 10^{17}$	$1.38 \cdot 10^{17}$
Арктур	p, α	$10^{-5} - 10^{-3}$	$1.32 \cdot 10^{15}$	$1.16 \cdot 10^{21}$
Сириус В	C, O	10^{-8}	$6.97 \cdot 10^{14}$	$5.43 \cdot 10^{16}$

Во всех рассмотренных случаях выполняется условие $\lambda \ll R_\star$ и $N_{\text{tr}} \gg 1$. Это означает, что в модели свободной частицы X^{-2n} звезды разных классов являются непрозрачной средой и должны эффективно тормозить такие частицы. Отличие между объектами проявляется не в самом факте торможения, а в масштабе эффективного сечения захвата и в физических условиях дальнейшей эволюции захваченных состояний.

4. СВЯЗАННОЕ СОСТОЯНИЕ (${}^4\text{He}X^{-2}$) В СОЛНЕЧНОЙ СРЕДЕ

4.1 Основные параметры темного атома

Более реалистичным поздним состоянием частицы X^{-2n} является связанное состояние с ядром гелия:

$$A \equiv ({}^4\text{He}X^{-2}), \quad q_A = 0, \quad M_A \simeq m_X + m_\alpha. \quad (126)$$

Для него принимается энергия связи

$$E_b \simeq 1.156 \text{ MeV.} \quad (127)$$

В первом приближении A рассматривается как устойчивая нейтральная тяжелая квазичастица. Для Солнца используем параметры

$$R_\odot = 6.957 \cdot 10^8 \text{ m}, \quad v_{\text{esc}}(R_\odot) = 617.7 \text{ km/s}, \quad (128)$$

$$T_c = 1.571 \cdot 10^7 \text{ K}, \quad n_p^{(\text{mean})} \simeq 5.89 \cdot 10^{29} \text{ m}^{-3}, \quad n_\alpha^{(\text{mean})} \simeq 5.89 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}. \quad (129)$$

Скорость частицы в гало принимается равной

$$u = 230 \text{ km/s.} \quad (130)$$

Тогда скорость связанного состояния у поверхности Солнца

$$v = \sqrt{u^2 + v_{\text{esc}}^2} \simeq 6.59 \cdot 10^5 \text{ m/s.} \quad (131)$$

4.2 Длина свободного пробега темного атома

Для нейтрального состояния используем геометрическую оценку транспортного сечения

$$\sigma_{\text{tr}} \simeq 1.42 \cdot 10^{-29} \text{ m}^2. \quad (132)$$

Эффективная длина свободного пробега

$$\lambda_{\text{eff}} = \frac{1}{(n_p^{(\text{mean})} + n_\alpha^{(\text{mean})})\sigma_{\text{tr}}}. \quad (133)$$

Подстановка дает

$$\lambda_{\text{eff}} \simeq \frac{1}{(5.89 \cdot 10^{29} + 5.89 \cdot 10^{28})(1.42 \cdot 10^{-29})} \simeq 1.09 \cdot 10^{-1} \text{ m.} \quad (134)$$

На характерной длине пути через Солнце

$$L \simeq 2R_\odot = 1.3914 \cdot 10^9 \text{ m} \quad (135)$$

число столкновений составляет

$$N_{\text{tr}} \sim \frac{L}{\lambda_{\text{eff}}} \simeq 1.28 \cdot 10^{10}. \quad (136)$$

Несмотря на нейтральность (${}^4\text{He}X^{-2}$), число столкновений остается очень большим.

4.3 Длина и время термализации

Начальная кинетическая энергия связанного состояния у поверхности Солнца оценивается как

$$E_{\text{in}} \sim \frac{1}{2} M_A v^2. \quad (137)$$

Характерная энергия, передаваемая в одном столкновении с частицей среды, по порядку величины равна

$$\Delta E_i \sim m_i v^2. \quad (138)$$

Для протонов и α -частиц:

$$\Delta E_p \simeq 4.54 \text{ keV}, \quad \Delta E_\alpha \simeq 18.0 \text{ keV}. \quad (139)$$

Усредняя по концентрациям частиц среды,

$$\langle \Delta E \rangle \simeq \frac{n_p^{(\text{mean})} \Delta E_p + n_\alpha^{(\text{mean})} \Delta E_\alpha}{n_p^{(\text{mean})} + n_\alpha^{(\text{mean})}} \simeq 5.76 \text{ keV}. \quad (140)$$

Число столкновений, необходимое для термализации:

$$N_{\text{th}} \sim \frac{E_{\text{in}}}{\langle \Delta E \rangle}. \quad (141)$$

Длина термализации:

$$L_{\text{th}} \sim N_{\text{th}} \lambda_{\text{eff}}, \quad (142)$$

время термализации:

$$t_{\text{th}} \sim \frac{L_{\text{th}}}{v}. \quad (143)$$

Результаты для трех масс приведены в таблице 8.

Таблица 8 — Термализация темного атома (${}^4\text{He}X^{-2}$) в солнечной среде

m_X	L_{th}, M	t_{th}, c
1 TeV	$4.6 \cdot 10^1$	$6.9 \cdot 10^{-5}$
10 TeV	$4.6 \cdot 10^2$	$6.9 \cdot 10^{-4}$
10^{10} GeV	$4.6 \cdot 10^8$	$6.9 \cdot 10^2$

Для всех выбранных масс выполняется

$$L_{\text{th}} < R_\odot, \quad (144)$$

то есть связанное состояние успевает термализоваться внутри Солнца.

4.4 Гравитационный захват связанного состояния

Для гравитационного захвата необходимо, чтобы связанное состояние потеряло энергию не меньше

$$\Delta E_{\text{req}} = \frac{1}{2} M_A u^2. \quad (145)$$

При $m_X \gg m_\alpha$ можно положить $M_A \simeq m_X$. Для выбранных масс:

$$\Delta E_{\text{req}}(1 \text{ TeV}) \simeq 2.94 \cdot 10^5 \text{ eV}, \quad (146)$$

$$\Delta E_{\text{req}}(10 \text{ TeV}) \simeq 2.94 \cdot 10^6 \text{ eV}, \quad (147)$$

$$\Delta E_{\text{req}}(10^{10} \text{ GeV}) \simeq 2.94 \cdot 10^{12} \text{ eV}. \quad (148)$$

Полная энергия, которая может быть потеряна за один проход через Солнце, оценивается как

$$\Delta E_{\text{pass}} \sim N_{\text{tr}} \langle \Delta E \rangle \simeq 7.4 \cdot 10^{13} \text{ eV}. \quad (149)$$

Поскольку

$$\Delta E_{\text{pass}} \gg \Delta E_{\text{req}}, \quad (150)$$

связанное состояние (${}^4\text{He}X^{-2}$) должно эффективно тормозиться и гравитационно захватываться Солнцем.

4.5 Популяционная эволюция темных атомов и аномальных изотопов

В общем случае связанные состояния (${}^4\text{He}X^{-2}$) могут выступать как промежуточный резервуар, из которого X^{-2n} переносится на другие ядра вещества. Поэтому объектом накопления могут быть не только сами темные атомы (${}^4\text{He}X^{-2}$), но и вторичные связанные состояния (kX^{-2}), химически проявляющиеся как аномально тяжелые изотопы.

Пусть $N_{\text{in}}(t)$ — число быстрых входящих темных атомов, $N_A(t)$ — число термализованных состояний $A = ({}^4\text{He}X^{-2})$, $N_k(t)$ — число аномальных изотопов (kX^{-2}) на ядре k . Пусть C_{in} — внешний приток темных атомов в Солнце. Тогда минимальная кинетическая модель имеет вид

$$\frac{dN_{\text{in}}}{dt} = C_{\text{in}} - \frac{N_{\text{in}}}{t_{\text{th}}} - \Gamma_{\text{in,loss}} N_{\text{in}}, \quad (151)$$

$$\frac{dN_A}{dt} = \frac{N_{\text{in}}}{t_{\text{th}}} - \sum_k \Gamma_{A \rightarrow k} N_A - \Gamma_{A,\text{loss}} N_A, \quad (152)$$

$$\frac{dN_k}{dt} = \Gamma_{A \rightarrow k} N_A - \Gamma_{k,\text{loss}} N_k. \quad (153)$$

Скорость перехода

$$({}^4\text{He}X^{-2}) \rightarrow (kX^{-2}) \quad (154)$$

можно записать как

$$\Gamma_{A \rightarrow k} = n_k \langle \sigma v \rangle_{A \rightarrow k}, \quad (155)$$

где n_k — концентрация ядер k в веществе звезды.

Поведение системы определяется сравнением трех характерных времен:

$$t_{\text{th}}, \quad t_{A \rightarrow k} = \Gamma_{A \rightarrow k}^{-1}, \quad t_{\odot}. \quad (156)$$

Если $t_{\text{th}} \ll t_{A \rightarrow k}$, то сначала входящие темные атомы быстро термализуются, и только потом начинается возможная переработка на другие ядра. Если для всех k выполняется $t_{A \rightarrow k} \gg t_{\odot}$, то за время жизни Солнца заметной переработки не происходит, и основная накопленная популяция остается в форме (${}^4\text{He}X^{-2}$). Если же для некоторых ядер $t_{A \rightarrow k} \ll t_{\odot}$, то (${}^4\text{He}X^{-2}$) является лишь промежуточным резервуаром, а основное накопление происходит уже в форме состояний (kX^{--}).

5. ЗЕМЛЯ: ЗАХВАТ, ОСЕДАНИЕ И НАКОПЛЕНИЕ АНОМАЛЬНЫХ ИЗОТОПОВ

5.1 Эффективное сечение захвата Землей

Для Земли рассматривается темный атом

$$A \equiv ({}^4\text{He}X^{-2}). \quad (157)$$

Земля не является плазменным объектом – ее нужно рассматривать как слоистую среду. Поскольку механизм гравитационной фокусировки уже был отработан для звезд, здесь сначала проводится краткая оценка эффективного сечения захвата, далее рассчитывается распределение и накопление темных атомов и экзотических изотопов в планете.

Используем параметры Земли:

$$R_{\oplus} = 6.371 \cdot 10^6 \text{ m}, \quad M_{\oplus} = 5.972 \cdot 10^{24} \text{ kg}, \quad v_{\text{esc},\oplus} = 11.2 \text{ km/s}. \quad (158)$$

Скорость темного атома вдали от Земли принимаем равной

$$u = 300 \text{ km/s}. \quad (159)$$

Эффективное сечение захвата Землей:

$$\sigma_{\oplus} = \pi R_{\oplus}^2 \left(1 + \frac{v_{\text{esc},\oplus}^2}{u^2} \right). \quad (160)$$

Так как $v_{\text{esc},\oplus} \ll u$, гравитационная фокусировка мала:

$$1 + \frac{v_{\text{esc},\oplus}^2}{u^2} = 1 + \left(\frac{11.2}{300} \right)^2 \simeq 1.0014. \quad (161)$$

Следовательно,

$$\sigma_{\oplus} \simeq \pi (6.371 \cdot 10^6)^2 \simeq 1.28 \cdot 10^{14} \text{ m}^2. \quad (162)$$

То есть для Земли эффективное сечение практически совпадает с геометрическим сечением диска планеты.

5.2 Поток и число захваченных темных атомов

Пусть концентрация темных атомов в окружающей среде равна $n_{A,\infty}$. Тогда поток темных атомов на Землю:

$$\Phi_A = n_{A,\infty} u. \quad (163)$$

Темп захвата:

$$C_{\oplus} = \Phi_A \sigma_{\oplus} = n_{A,\infty} u \sigma_{\oplus}. \quad (164)$$

Если потерями после захвата пренебречь, то число накопленных темных атомов за время t :

$$N_A(t) \simeq C_{\oplus} t. \quad (165)$$

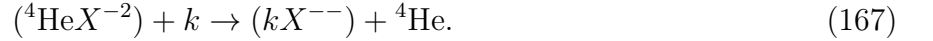
Если учитывать возможные потери или переработку, то следует писать

$$\frac{dN_A}{dt} = C_{\oplus} - \sum_k \Gamma_{A \rightarrow k} N_A. \quad (166)$$

Здесь $\Gamma_{A \rightarrow k}$ — скорость перехода темного атома в связанное состояние с ядром k .

5.3 Образование аномальных изотопов

После захвата темный атом A может передавать частицу X^{-2n} ядрам вещества Земли:



В результате образуется аномально тяжелый изотоп (kX^{--}) . Скорость такого перехода в слое j равна

$$\Gamma_{A \rightarrow k,j} = n_{k,j} \langle \sigma v \rangle_{A \rightarrow k,j}, \quad (168)$$

где j — индекс слоя Земли, k — тип ядра, $n_{k,j}$ — концентрация ядер k в слое j , а $\langle \sigma v \rangle_{A \rightarrow k,j}$ — усредненное сечение реакции переноса X^{-2n} на ядро k .

Минимальная система уравнений имеет вид

$$\frac{dN_A}{dt} = C_{\oplus} - \sum_{j,k} \Gamma_{A \rightarrow k,j} N_A, \quad (169)$$

$$\frac{dN_{k,j}}{dt} = \Gamma_{A \rightarrow k,j} N_A. \quad (170)$$

Если доминирующим каналом считать переход на железо в ядре Земли, то

$$\frac{dN_A}{dt} = C_{\oplus} - \Gamma_{A \rightarrow \text{Fe}} N_A, \quad (171)$$

$$\frac{dN_{\text{Fe}}}{dt} = \Gamma_{A \rightarrow \text{Fe}} N_A. \quad (172)$$

Характерное время образования аномального изотопа:

$$t_{A \rightarrow k,j} = \Gamma_{A \rightarrow k,j}^{-1}. \quad (173)$$

Если $t_{A \rightarrow k,j} \gg t_{\oplus}$, превращение идет медленно и большинство темных атомов остается в форме $(^4\text{He}X^{-2})$. Если $t_{A \rightarrow k,j} \ll t_{\oplus}$, то за время жизни Земли темные атомы успевают перейти в аномальные изотопы (kX^{--}) .

5.4 Равновесное распределение внутри Земли

После захвата темные атомы термализуются и распределяются в гравитационном поле Земли. В первом приближении равновесное распределение можно записать в больцмановском виде:

$$n_A(r) = n_A(0) \exp \left[-\frac{M_A \Phi(r)}{k_B T(r)} \right], \quad (174)$$

где $M_A \simeq m_X + m_\alpha$ — масса темного атома, $\Phi(r)$ — гравитационный потенциал Земли, $T(r)$ — температура внутри Земли.

В центральной области Земли плотность можно считать приблизительно постоянной. Тогда разность потенциалов относительно центра равна

$$\Phi(r) - \Phi(0) \simeq \frac{2\pi}{3} G \rho r^2. \quad (175)$$

Отсюда получается гауссово распределение

$$n_A(r) = n_A(0) \exp \left(-\frac{r^2}{r_A^2} \right), \quad (176)$$

где характерный радиус распределения

$$r_A = \left(\frac{3k_B T}{2\pi G \rho M_A} \right)^{1/2}. \quad (177)$$

Для оценки принимаем

$$T \simeq 6000 \text{ К}, \quad \rho \simeq 1.3 \cdot 10^4 /^3. \quad (178)$$

Тогда для разных масс получаем значения, приведенные в таблице 9.

Таблица 9 — Характерный радиус распределения темных атомов внутри Земли

m_X	r_A
1 TeV	160 км
10 TeV	51 км
10^{10} GeV	51 м

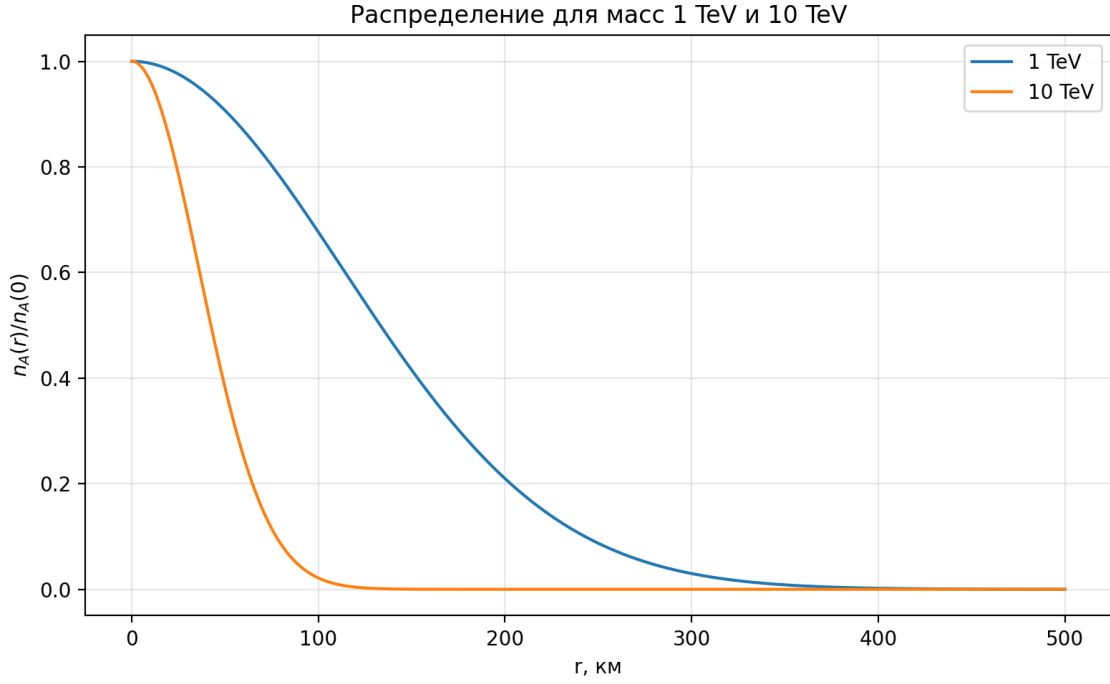


Рисунок 1 — Нормированное распределение темных атомов внутри Земли для масс $m_X = 1 \text{ TeV}$ и $m_X = 10 \text{ TeV}$

Радиус внутреннего ядра Земли составляет примерно

$$R_{\text{вн.ядро}} \simeq 1.22 \cdot 10^6 . \quad (179)$$

Для всех рассмотренных масс выполняется

$$r_A \ll R_{\text{вн.ядро}} . \quad (180)$$

Это означает, что после термализации захваченные темные атомы должны концентрироваться не просто в ядре Земли, а в центральной области, значительно меньшей внутреннего ядра.

Для наглядности сравним с радиусом Земли:

$$\frac{r_A}{R_{\oplus}} \simeq 2.5 \cdot 10^{-2}, \quad m_X = 1 \text{ TeV}, \quad (181)$$

$$\frac{r_A}{R_{\oplus}} \simeq 8.0 \cdot 10^{-3}, \quad m_X = 10 \text{ TeV}, \quad (182)$$

$$\frac{r_A}{R_{\oplus}} \simeq 8.0 \cdot 10^{-6}, \quad m_X = 10^{10} \text{ GeV}. \quad (183)$$

Следовательно, чем тяжелее частица X^{-2n} , тем сильнее ее связанное состояние концентрируется к центру Земли.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрен захват и накопление темных атомов (NX^{-2n}) в астрофизических объектах и возможность образования аномально тяжелых изотопов при взаимодействии темных атомов с барионным ядрами вещества.

Для разработки методики расчетов был рассмотрен предельный случай свободной заряженной частицы X^{-2n} в звездной плазме. В этой модели рассчитаны транспортные сечения, длины свободного пробега, число столкновений и условие гравитационного захвата. Для Солнца получено, что число эффективных тормозящих столкновений достигает

$$N_{\text{tr}} \sim 10^{16}, \quad (184)$$

а длины свободного пробега значительно меньше радиуса Солнца. Это показывает, что звездная плазма эффективно тормозит такие частицы.

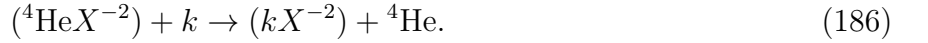
Сравнение звезд разных классов показало, что Солнце, Проксима Центавра, Арктур и Сириус В в рамках принятой методической модели являются эффективными средами для торможения и захвата свободной частицы X^{-2n} . Различия между объектами определяются их радиусом, плотностью и гравитационной фокусировкой.

Для связанного состояния HeX^4 для всех рассмотренных масс выполняется условие

$$L_{\text{th}} < R_{\odot}. \quad (185)$$

Следовательно, связанное состояние может эффективно тормозиться и захватываться Солнцем.

После захвата темный атом может переноситься на другие ядра вещества. Такой процесс может приводить к образованию аномально тяжелых изотопов:



Гравитационная фокусировка для Земли мала, поэтому эффективное сечение захвата практически совпадает с геометрическим:

$$\sigma_{\oplus} \simeq \pi R_{\oplus}^2. \quad (187)$$

После термализации темные атомы описываются гауссовым распределением

$$n_A(r) = n_A(0) \exp\left(-\frac{r^2}{r_A^2}\right). \quad (188)$$

Для масс $m_X = 1 \text{ TeV}$, 10 TeV и 10^{10} GeV характерные радиусы распределения представлены в таблице 9. Построенный график распределения показывает, что при увеличении массы m_X распределение темных атомов резко сужается, а их накопление становится все более локализованным около центра Земли.

Для всех рассмотренных масс выполняется

$$r_A \ll R_{\text{вн. ядра}}. \quad (189)$$

Следовательно, наиболее вероятная область накопления темных атомов и возможного образования аномальных изотопов — центральная область Земли.

Планы дальнейшей работы

Исследование формирования распределения концентрации в Земле и образования центрального аномального ядра Земли

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. V. A. Beylin, T. E. Bikbaev, M. Yu. Khlopov, A. G. Mayorov, D. O. Sopin. Dark Atoms of Nuclear Interacting Dark Matter. *Universe*, 10(9), 368, 2024. URL: <https://www.mdpi.com/2218-1997/10/9/368>.
2. E. Akhmedov, M. Pospelov. BBN catalysis by doubly charged particles. arXiv:2405.06019 [hep-ph], 2024. URL: <https://arxiv.org/abs/2405.06019>.
3. R. K. Leane, J. Smirnov. Floating Dark Matter in Celestial Bodies. arXiv:2209.09834 [hep-ph], 2022; revised 2023. URL: <https://arxiv.org/abs/2209.09834>.
4. R. K. Leane, J. Smirnov. Dark Matter Capture in Celestial Objects: Treatment Across Kinematic and Interaction Regimes. arXiv:2309.00669 [hep-ph], 2023. URL: <https://arxiv.org/abs/2309.00669>.
5. A. Gould. Resonant Enhancements in WIMP Capture by the Earth. *Astrophysical Journal*, 321, 571–585, 1987.
6. A. Gould. WIMP Distribution in and Evaporation From the Sun. *Astrophysical Journal*, 321, 560–570, 1987.
7. NASA Science. Sun: Facts. URL: <https://science.nasa.gov/sun/facts/>.
8. NASA/JPL Solar System Dynamics. Planetary Physical Parameters. URL: https://ssd.jpl.nasa.gov/planets/phys_par.html.
9. NIST. CODATA recommended values of the fundamental physical constants. URL: <https://physics.nist.gov/cuu/Constants/>.