

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ЯДЕРНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

ОТЧЕТ  
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

ЭВОЛЮЦИЯ АНОМАЛЬНОГО ХИМИЧЕСКОГО  
СОСТАВА В ПЕРВИЧНЫХ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ  
ОБЛАСТЯХ, ЗАМКНУТЫХ ВНУТРИ ДОМЕННЫХ  
СТЕНОК

Научный руководитель

к.ф.-м.н.

Кириллов А. А.

Студент

Ичасо Перес Л. А.

Москва 2026

# СОДЕРЖАНИЕ

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 1   | Введение   | 3  |
| 2   | Нуклеосинтез   | 3  |
| 2.1 | Основные уравнения . . . . .                                 | 3  |
| 2.2 | Скорости реакций и сечения . . . . .                         | 5  |
| 2.3 | Сравнение результатов . . . . .                              | 8  |
| 3   | Применение модели для температуры больше 5 МэВ               | 8  |
| 3.1 | Результаты . . . . .   | 10 |
| 4   | Образование углерода-12 внутри домена. Тройная-альфа реакция | 12 |
| 5   | Заключение   | 13 |
|     | Литература   | 17 |

# 1 Введение

Гипотеза о существовании стабильных горячих областей в ранней Вселенной была выдвинута на основании анализа данных наблюдений космического рентгеновского и инфракрасного фона [1, 2]. Одной из причин возникновения таких регионов может быть формирование первичных черных дыр (ПЧД) в ранней Вселенной. Процессы формирования ПЧД и их потенциальные наблюдательные эффекты в настоящее время представляют особый интерес для космологии, однако появление горячих зон не ограничивается исключительно моделью ПЧД [3–6].

Рассматриваемые области представляют собой фрагменты первичной плазмы, отделенные от общего хаббловского расширения. Мы предполагаем, что эти формирующиеся регионы, которые далее будут именоваться доменами, состоят из вещества, заключенного внутри доменных стенок. Несмотря на то что в ряде моделей вещество внутри таких структур может подвергаться дополнительному нагреву [7], в рамках рассматриваемой модели принимается допущение, что температура внутри домена остается постоянной на протяжении всего процесса.

Для анализа динамики данных регионов используются численные методы, позволяющие определить поведение во времени концентраций элементов, возникающих в ходе нуклеосинтеза. Полученные результаты сопоставляются с данными и выводами [7] с целью верификации предложенной методики.

В данной работе мы рассматриваем материю, захваченную в такой области, отделившейся от хаббловского потока (и вириализованные), содержащие первичную плазму, которая может быть протогалактикой или существовать отдельно.

## 2 Нуклеосинтез

### 2.1 Основные уравнения

Рассмотрим реакцию между двумя ядрами 1 и 2. Скорость реакции пропорциональна среднему времени жизни ядра (или нуклона) в плазме. Скорость изменения концентрации ядер типа 1, реагирующих с ядрами типа 2, может быть выражена следующим образом [8, 9]:

$$\left(\frac{dn_1}{dt}\right)_2 = -(1 + \delta_{12})r_{12} = -(1 + \delta_{12})\frac{n_1 n_2 \langle \sigma v \rangle_{12}}{(1 + \delta_{12})} = -n_1 n_2 \langle \sigma v \rangle_{12}. \quad (1)$$

Здесь  $r_{12}$  — интенсивность взаимодействия,  $\delta_{12}$  — символ Кронекера (равен единице, если ядра совпадают, и нулю, если ядра не совпадают),  $n_1$  и  $n_2$  — концентрации ядер типа 1 и типа 2 (с атомными числами  $Z_1, Z_2$  и массовыми числами  $A_1, A_2$  соответственно), а  $\langle \sigma v \rangle_{12}$  представляет собой произведение сечения реакции на относитель-

ную скорость  $v$  взаимодействующих ядер, усредненное по распределению скоростей. Случай идентичных начальных ядер учитывается наличием символа Кронекера.

Мы проанализируем, как со временем меняются концентрации нейтронов, протонов, дейтронов  $d$ ,  ${}^3\text{He}$  и  ${}^4\text{He}$  под воздействием реакций, в основном относящихся к протон-протонной цепочке. Реакции  $n + p$  и  $p + p$  производят  $d$ , который затем разрушается в реакциях  $d + p$  и  $d + \gamma$ , в то время как реакция  $p + d$  порождает  ${}^3\text{He}$ , который далее разрушается в реакции  ${}^3\text{He} + {}^3\text{He}$  с образованием  ${}^4\text{He}$ .

Основные реакции синтеза легких элементов и образующихся нейтрино представлены ниже [10]:

$$e^- + p \longrightarrow n + \nu_e, \quad (2)$$

$$e^+ + n \longrightarrow p + \bar{\nu}_e, \quad (3)$$

$$e^+ + e^- \longrightarrow \nu_{e,\mu,\tau} + \bar{\nu}_{e,\mu,\tau}, \quad (4)$$

$$n \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e, \quad (5)$$

$$p + p \longrightarrow d + e^+ + \nu_e + 1.44 \text{ MeV}, \quad (6)$$

$$d + \gamma \longrightarrow p + n - 2.22 \text{ MeV}, \quad (7)$$

$$n + p \longrightarrow d + \gamma + 2.22 \text{ MeV}, \quad (8)$$

$$d + p \longrightarrow {}^3\text{He} + \gamma + 5.493 \text{ MeV}, \quad (9)$$

$${}^3\text{He} + \gamma \longrightarrow d + p - 5.493 \text{ MeV}, \quad (10)$$

$${}^3\text{He} + {}^3\text{He} \longrightarrow {}^4\text{He} + 2p + 12.861 \text{ MeV}. \quad (11)$$

Мы пренебрегли выделением энергии менее 1 МэВ. Начальные концентрации приближенно описываются следующими выражениями:

$$n_p = \frac{n_B}{1 + \exp\left(-\frac{\Delta m}{T_0}\right)}, \quad n_n = n_p(T_0) \exp\left(-\frac{\Delta m}{T_0}\right), \quad (12)$$

$$n_{e^-} = n_e^{eq}(T_0) \exp\left(-\frac{m_e}{T_0}\right) + \Delta n_e, \quad n_{e^+} = n_e^{eq}(T_0) \exp\left(-\frac{m_e}{T_0}\right), \quad (13)$$

$$n_B \equiv n_p + n_n = g_B \eta n_\gamma(T_0), \quad \Delta n_e \equiv n_{e^-} - n_{e^+} = n_p. \quad (14)$$

Здесь  $\eta = n_B/n_\gamma \approx 0.6 \times 10^{-9}$  — барион-фотонное отношение,  $g_B \sim 1$  — поправочный коэффициент этого отношения за счет перераспределения энтропии,  $n_\gamma(T) = \frac{2\zeta(3)}{\pi^2} T^3$  и  $n_e^{eq}(T) = \frac{3\zeta(3)}{2\pi^2} T^3$  — равновесные концентрации фотонов и релятивистских электронов соответственно, а  $\Delta m = m_n - m_p = 1.2$  МэВ. Вид уравнений (12) и (13) выбран таким образом, чтобы соответствовать их асимптотикам в случае термодинамического равновесия [7]. Уравнения (13) также используются для расчета концентрации электронов и позитронов с заменой  $T_0$  на текущую температуру  $T$  и заменой  $n_p$  на полный электрический заряд в выражении для  $\Delta n_e$ . Мы считаем, что все плотности

распределены равномерно.

Используя уравнение (1), а также реакции (2)-(11), мы можем составить следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\frac{d(n_n)}{dt} = n_{e^-}n_p\langle\sigma v\rangle_{e^-p} + n_\gamma n_d\langle\sigma v\rangle_{\gamma d} - \frac{n_n}{\tau_n} - n_n n_p\langle\sigma v\rangle_{np} - n_{e^+}n_n\langle\sigma v\rangle_{e^+n} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{d(n_p)}{dt} &= n_{e^+}n_n\langle\sigma v\rangle_{e^+n} + \frac{n_n}{\tau_n} + n_\gamma n_d\langle\sigma v\rangle_{\gamma d} + (n_{^3\text{He}})^2\langle\sigma v\rangle_{^3\text{He}^3\text{He}} \\ &+ n_\gamma n_{^3\text{He}}\langle\sigma v\rangle_{\gamma^3\text{He}} - n_{e^-}n_p\langle\sigma v\rangle_{e^-p} - n_p^2\langle\sigma v\rangle_{pp} - n_d n_p\langle\sigma v\rangle_{dp} \\ &- n_n n_p\langle\sigma v\rangle_{np} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\frac{d(n_d)}{dt} = \frac{n_p^2}{2}\langle\sigma v\rangle_{pp} + n_n n_p\langle\sigma v\rangle_{np} + n_\gamma n_{^3\text{He}}\langle\sigma v\rangle_{\gamma^3\text{He}} - n_d n_p\langle\sigma v\rangle_{dp} - n_\gamma n_d\langle\sigma v\rangle_{\gamma d} \quad (18)$$

$$\frac{d(n_{^3\text{He}})}{dt} = n_d n_p\langle\sigma v\rangle_{dp} - (n_{^3\text{He}})^2\langle\sigma v\rangle_{^3\text{He}^3\text{He}} - n_\gamma n_{^3\text{He}}\langle\sigma v\rangle_{\gamma^3\text{He}} \quad (19)$$

$$\frac{d(n_{^4\text{He}})}{dt} = \frac{(n_{^3\text{He}})^2}{2}\langle\sigma v\rangle_{^3\text{He}^3\text{He}} \quad (20)$$

Здесь  $\tau_n \approx 1000$  с - время жизни нейтрона. Начальные концентрации дейтрона и гелия внутри области считаются нулевыми. Как видно из уравнений, для простоты мы не рассматриваем реакции образования элементов тяжелее  $^4\text{He}$ . Очевидно, что часть  $^4\text{He}$  впоследствии превратится в более тяжелые атомы, поэтому наши оценки его концентрации фактически отражают суммарную концентрацию  $^4\text{He}$  и всех более тяжелых элементов.

## 2.2 Скорости реакций и сечения

Приведем расчет скоростей термоядерных реакций. Предполагается, что для взаимодействующих ядер в состоянии термодинамического равновесия справедливо распределение Максвелла–Больцмана; следовательно, относительные скорости между двумя видами ядер также будут иметь максвелловский характер [9]. Для распределения Максвелла–Больцмана можно записать:

$$P(v)d^3v = \left(\frac{m_{12}}{2\pi T}\right)^{3/2} e^{-m_{12}v^2/(2T)} 4\pi v^2 dv, \quad (21)$$

где  $m_{12} = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$  — приведенная масса (постоянная Больцмана принята равной 1). Положив  $E = m_{12}v^2/2$  и  $dE/dv = m_{12}v$ , мы можем записать распределение по скоростям как распределение по энергиям:

$$\begin{aligned} P(v)d^3v &= P(E)dE = \left(\frac{m_{12}}{2\pi T}\right)^{3/2} e^{-E/T} 4\pi \frac{2E}{m_{12}} \frac{dE}{m_{12}} \sqrt{\frac{m_{12}}{2E}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{(T)^{3/2}} \sqrt{E} e^{-E/T} dE. \end{aligned} \quad (22)$$

Для скорости реакции получаем следующее выражение [11]:

$$\langle \sigma v \rangle_{12} = \int_0^{\infty} v \sigma(v) P(v) dv = \left( \frac{8}{\pi m_{12} T} \right)^{1/2} \frac{1}{T} \int_0^{\infty} E \sigma(E) e^{-E/T} dE. \quad (23)$$

Скорость реакции существенно зависит от сечения  $\sigma$ , которое индивидуально для каждой ядерной реакции.

Скорости реакций могут быть рассчитаны либо с помощью численного интегрирования, либо с использованием аналитических формул, представленных в данном разделе. На этом этапе мы определим астрофизический S-фактор [12],  $S(E)$ , как:

$$\sigma(E) \equiv \frac{1}{E} e^{-2\pi\eta} S(E), \quad (24)$$

$$2\pi\eta = \frac{2\pi e^2 Z_i Z_k}{\hbar v} = \sqrt{\frac{E_G}{E}}, \quad (25)$$

где  $E_G$  - энергия Гамова,  $Z_i$  и  $Z_k$  - заряд атомов [13].

Следует помнить, что фактор Гамова  $e^{-2\pi\eta}$  является лишь грубым приближением вероятности прохождения s-волны для энергий, значительно ниже высоты кулоновского барьера. Используя определение S-фактора, запишем выражение для скорости реакции:

$$n_1 n_2 \langle \sigma v \rangle_{12} = \left( \frac{8}{\pi m_{12}} \right)^{1/2} \frac{n_1 n_2}{(T)^{3/2}} \int_0^{\infty} \exp\left( -\frac{2\pi}{\hbar} \sqrt{\frac{m_{12}}{2E}} Z_1 Z_2 e^2 \right) S(E) e^{-E/T} dE, \quad (26)$$

где  $Z_i$  — заряды мишени и налетающей частицы. Энергетическая зависимость под выражения под интегралом весьма примечательна. Член  $e^{-E/T}$ , полученный из распределения Максвелла-Больцмана, стремится к нулю при высоких энергиях, тогда как член  $e^{-1/\sqrt{E}}$ , полученный из фактора Гамова, стремится к нулю при низких энергиях. Наиболее значительный вклад в интеграл будут вносить энергии, при которых произведение обоих членов близко к своему максимуму.

Здесь требуется корректировка, так как S-фактор для многих реакций не является постоянным, а изменяется с энергией. В большинстве ситуаций допустимо простое разложение экспериментального или теоретического S-фактора в ряд Тейлора в окрестности  $E = 0$  [14, 15]:

$$S(E) \approx S(0) + S'(0)E + \frac{1}{2} S''(0)E^2, \quad (27)$$

где штрихи обозначают производные по  $E$ . Подстановка этого разложения в уравнение (26) приводит к сумме интегралов, каждый из которых может быть разложен

по степеням  $1/\tau$  ( $\tau \equiv E_0/(T)$ ). В Таблице 1 приведены значения астрофизического S-фактора  $S(E)$  для трех реакций протон-протонных цепочек (цепочка ppI), которые будут исследованы в следующих разделах данной работы.

Таблица 1 – Параметры сечений низкоэнергетических ядерных реакций [12, 14]

| Реакция                                  | $S(0)$ МэВ барн        | $S'(0)$ барн           | $S''(0)$ МэВ <sup>-1</sup> барн |
|--|------------------------|------------------------|---------------------------------|
| $p(p, e^+ \nu) d$                        | $3.94 \times 10^{-25}$ | $4.61 \times 10^{-24}$ | $2.96 \times 10^{-23}$          |
| $p(n, \gamma) d$                         | $7.30 \times 10^{-5}$  | $-1.89 \times 10^{-4}$ | $2.42 \times 10^{-4}$           |
| $d(p, \gamma) {}^3\text{He}$             | $0.20 \times 10^{-6}$  | $5.60 \times 10^{-6}$  | $3.10 \times 10^{-6}$           |
| ${}^3\text{He}({}^3\text{He}, 2p)\alpha$ | 5.18                   | - 2.22                 | 0.80                            |

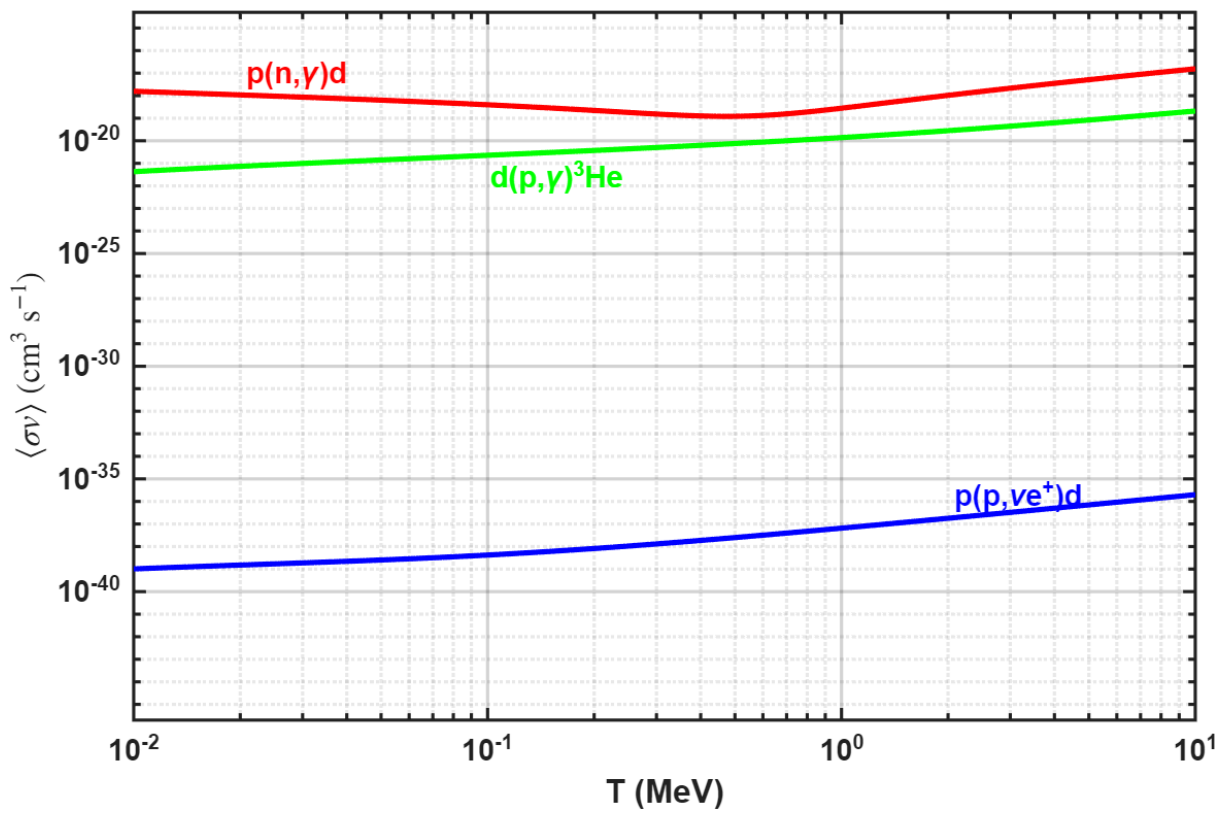


Рис. 1 – Скорости реакций в зависимости от температуры

На Рис. 1 рассчитаны скорости реакций  $p(n, \gamma)d$ ,  $d(p, \gamma){}^3\text{He}$  и  $p(p, e^+ \nu)d$  в зависимости от температуры по формуле (26).

Для реакций с участием  $e^\pm$  используются следующие приближенные формулы:

$$\sigma_{en} = \sigma_{ee} = \sigma_w, \quad \sigma_{ep} = \sigma_w \exp\left(-\frac{Q}{T}\right), \quad (28)$$

$$\sigma_w \sim G_F^2 T^2, \quad Q = m_n - (m_e + m_p) = 0.77 \text{ МэВ}. \quad (29)$$

Они эффективно учитывают пороговый эффект в соответствующих реакциях;  $G_F = 1.166 \times 10^{-5} \text{ ГэВ}^{-2}$  — константа Ферми. Такая оценка сечения имеет коэффициент

точности около 3 в том диапазоне, где она актуальна. Скорости реакций легких элементов рассчитываются с помощью уравнения (26).

### 2.3 Сравнение результатов

Если в нашей модели предположить, что нейтрино покидают стенки домена, охлаждая тем самым рассматриваемую область, то в систему уравнений можно включить следующее выражение:

$$\begin{aligned} \frac{d(T)}{dt} = [(\gamma_{pp} \cdot Q_1 - \gamma_{\gamma d} \cdot Q_2 + \gamma_{np} \cdot Q_3 + \gamma_{dp} \cdot Q_4 - \gamma_{\gamma^3 He} \cdot Q_5 \\ + \gamma_{^3 He^3 He} \cdot Q_6) - (\gamma_{en} + \gamma_{ep} + 2\gamma_{ee} + \gamma_n + \gamma_{pp})E_\nu]/4bT^3 \end{aligned} \quad (30)$$

где  $b = \pi^2/15$  - радиационная постоянная,  $Q_i$  - энергия, выделяющаяся в каждой реакции,  $\gamma_i$  - скорости реакций на единицу объема для соответствующих процессов, то есть:

$$\gamma_{ep} = n_e n_p \langle \sigma v \rangle_{ep}, \quad \gamma_{en} = n_e n_n \langle \sigma v \rangle_{en}, \quad (31)$$

$$\gamma_{ee} = n_e n_e \langle \sigma v \rangle_{ee}, \quad \gamma_n = \frac{n_n}{\tau_n}, \quad (32)$$

$$\gamma_{pp} = \frac{n_p^2}{2} \langle \sigma v \rangle_{pp}, \quad \gamma_{\gamma d} = n_\gamma n_d \langle \sigma v \rangle_{\gamma d}, \quad (33)$$

$$\gamma_{np} = n_n n_p \langle \sigma v \rangle_{np}, \quad \gamma_{dp} = n_d n_p \langle \sigma v \rangle_{dp}, \quad (34)$$

$$\gamma_{\gamma^3 He} = n_\gamma n_{^3 He} \langle \sigma v \rangle_{\gamma^3 He}, \quad (35)$$

$$\gamma_{^3 He^3 He} = \frac{(n_{^3 He})^2}{2} \langle \sigma v \rangle_{^3 He^3 He}. \quad (36)$$

Этот случай рассматривался в [7]. На графике 2 видно, что результаты расчетов действительно демонстрируют хорошее согласие. Это подтверждает корректность расчетов.

## 3 Применение модели для температуры больше 5 МэВ

Теперь мы применим модель к нашему случаю, однако для этого необходимо внести некоторые корректировки. Во-первых, поскольку мы рассматриваем область, которую материя не может покинуть, нейтрино также остаются внутри нее. Следовательно, наши первые три реакции становятся обратимыми при температурах выше 2 МэВ, то есть протекают как в прямом, так и в обратном направлении.

Таким образом, нам необходимо добавить указанные обратные реакции, которые

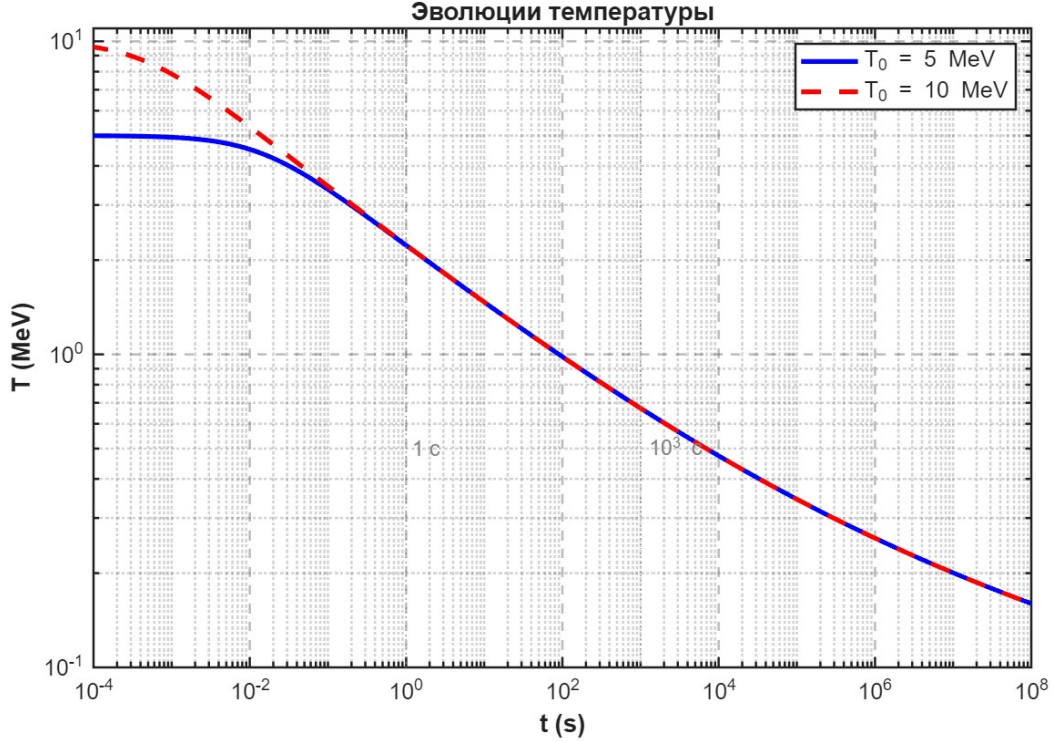


Рис. 2 – Временная зависимость температуры внутри домена

записываются в следующем виде:

$$n + \nu_e \longrightarrow e^- + p, \quad (37)$$

$$p + \bar{\nu}_e \longrightarrow e^+ + n, \quad (38)$$

$$\nu_{e,\mu,\tau} + \bar{\nu}_{e,\mu,\tau} \longrightarrow e^+ + e^-. \quad (39)$$

Для упрощения мы будем считать, что образуются только электронные нейтрино и антинейтрино. Начальная концентрация релятивистских нейтрино зависит от температуры и рассчитывается следующим образом [16]:

$$n_{\nu,0}(T) = n_{\bar{\nu},0}(T) = \frac{3}{4} \frac{\zeta(3)}{\pi^2} g_\nu T^3. \quad (40)$$

Аналогично концентрациям электронов и позитронов, приведенное выше уравнение определяет концентрацию нейтрино в зависимости от температуры  $T$  в любой момент времени.

Чтобы рассчитать  $\langle \sigma v \rangle_{\text{inv}}$  обратных реакций, мы можем использовать приближение, связывающее их с  $\langle \sigma v \rangle_{\text{dir}}$  соответствующих прямых реакций [17]:

$$\langle \sigma v \rangle_{\text{inv}} = F e^{-Q/T} \langle \sigma v \rangle_{\text{dir}}. \quad (41)$$

Здесь  $F$  — это коэффициент, связанный со статистическим весом (количеством со-

стояний) каждой частицы, участвующей в реакции, а  $Q$  — энергия, выделяемая (с положительным знаком) или поглощаемая (с отрицательным знаком) в соответствующей прямой реакции [9].

Таблица 2 – Значения нужных величин для расчета скорости обратных реакций [18]

| Реакция                      | $F$ | $Q$ (МэВ) |
|------------------------------|-----|-----------|
| $e^-(p, \nu_e)n$             | 2   | -0.782    |
| $e^+(n, \bar{\nu}_e)p$       | 2   | 1.804     |
| $e^+(e^-, \bar{\nu}_e)\nu_e$ | 4   | 1.022     |

Наконец, необходимо добавить вклад этих реакций в уравнения изменения концентрации протонов и нейтронов. Они будут выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d(n_n)}{dt} = & n_{e^-}n_p\langle\sigma v\rangle_{e^-p} + n_\gamma n_d\langle\sigma v\rangle_{\gamma d} - \frac{n_n}{\tau_n} - n_n n_p\langle\sigma v\rangle_{np} \\ & - n_{e^+}n_n\langle\sigma v\rangle_{e^+n} + \mathbf{n}_p\mathbf{n}_{\bar{\nu}_e}\langle\sigma v\rangle_{p\bar{\nu}_e} - \mathbf{n}_n\mathbf{n}_\nu\langle\sigma v\rangle_{n\nu} \end{aligned} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \frac{d(n_p)}{dt} = & n_{e^+}n_n\langle\sigma v\rangle_{e^+n} + \frac{n_n}{\tau_n} + n_\gamma n_d\langle\sigma v\rangle_{\gamma d} + (n_{^3\text{He}})^2\langle\sigma v\rangle_{^3\text{He}^3\text{He}} \\ & + n_\gamma n_{^3\text{He}}\langle\sigma v\rangle_{\gamma^3\text{He}} - n_{e^-}n_p\langle\sigma v\rangle_{e^-p} - n_p^2\langle\sigma v\rangle_{pp} - n_d n_p\langle\sigma v\rangle_{dp} \end{aligned} \quad (43)$$

$$- n_n n_p\langle\sigma v\rangle_{np} + \mathbf{n}_n\mathbf{n}_\nu\langle\sigma v\rangle_{n\nu} - \mathbf{n}_p\mathbf{n}_{\bar{\nu}_e}\langle\sigma v\rangle_{p\bar{\nu}_e} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \frac{d(T)}{dt} = & (\gamma_{pp} \cdot Q_1 - \gamma_{\gamma d} \cdot Q_2 + \gamma_{np} \cdot Q_3 + \gamma_{dp} \cdot Q_4 - \gamma_{^3\text{He}} \cdot Q_5 \\ & + \gamma_{^3\text{He}^3\text{He}} \cdot Q_6)/4bT^3 \end{aligned} \quad (45)$$

Здесь жирным шрифтом выделены члены, возникающие за счет реакций (37) и (38).

### 3.1 Результаты

На графиках 3 и 4 представлена эволюция концентраций элементов в нашей модели для различных значений температуры.

Ввиду того, что при рассматриваемых рабочих температурах экспоненциальный множитель в уравнении (41) принимает значения, близкие к единице, наблюдается динамика, представленная на графиках. Тот факт, что этот коэффициент почти равен единице, означает, что скорости прямых (2), (3), (4) и обратных реакций (37), (38), (39) практически одинаковы. Следовательно, ожидается, что концентрации будут стремиться к состоянию термодинамического равновесия. Действительно, на этой части работы зависимость температуры от времени не проявляется, так как она остается практически постоянной, что является неожиданным результатом. Это можно объяснить тем, что реакции, входящие в выражение (45), являются медленными, в результате чего значение производной температуры в системе уравнений стремится к нулю.

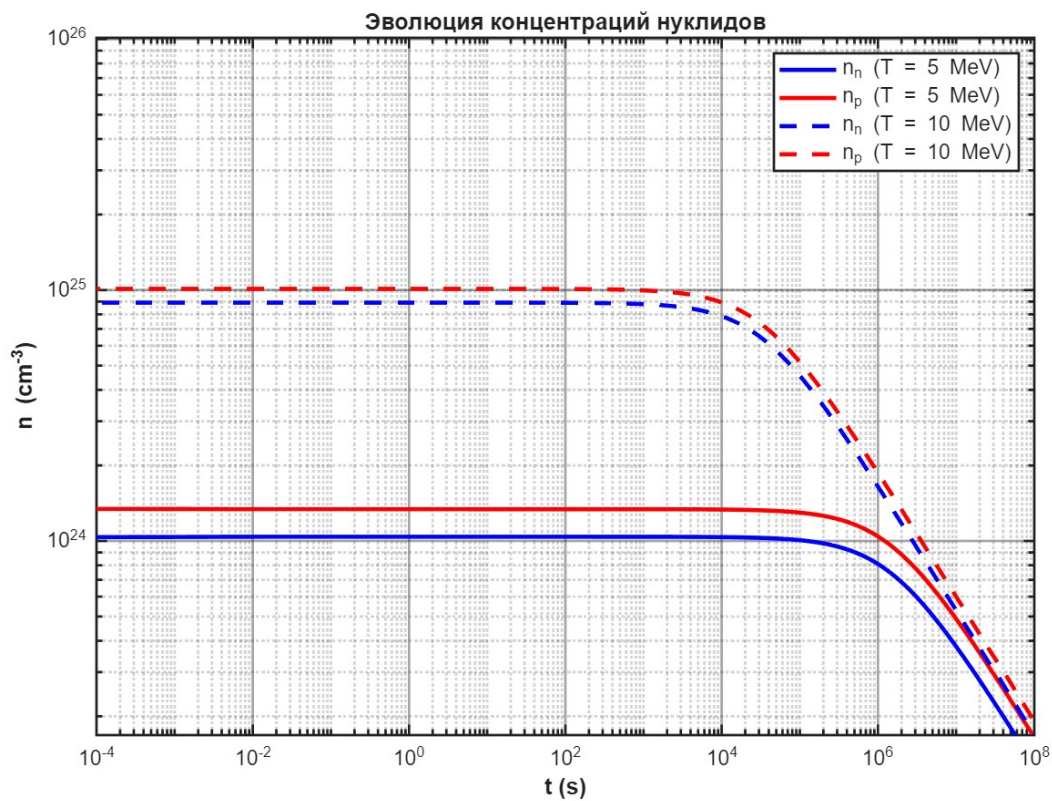


Рис. 3 – Эволюция концентраций нейтронов  $n_n$  и протонов  $n_p$  при разных температурах  $T_0$

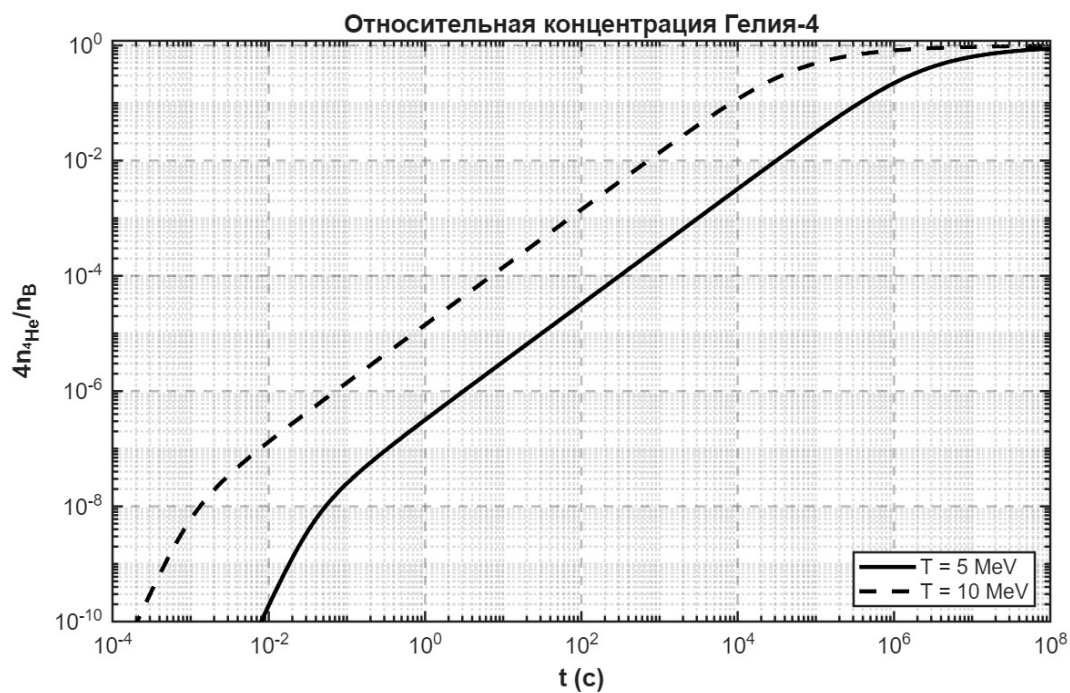


Рис. 4 – Эволюция содержания гелия-4 при различных температурах  $T_0$

В нашей модели на данный момент мы рассматриваем процессы только до образования гелия-4 и используем ее для прогнозирования роста концентрации более тяжелых элементов. На графике 4 можно заметить, как содержание гелия-4 увеличивается во всем рассматриваемом временном диапазоне, что указывает на необходимость учета последующего образования более тяжелых элементов внутри домена.

## 4 Образование углерода-12 внутри домена. Тройная-альфа реакция

Как можно видеть на графиках 4, плазма внутри домена постепенно насыщается гелием-4. Это указывает на возможность начала образования значительного количества углерода-12. Согласно современным представлениям о звездном нуклеосинтезе,  $^{12}\text{C}$  образуется в результате тройной альфа-реакции, при которой три ядра  $^4\text{He}$  последовательно объединяются с образованием ядра углерода (46). Данный процесс играет ключевую роль в эволюции звезд и синтезе более тяжелых элементов [9, 11, 19, 20].



Поскольку в исследуемом диапазоне температур ( $T > 5 \text{ МэВ}$ ) хойловский термоядерный резонанс (состояние Хойла) перестает быть единственным доминирующим механизмом, полная скорость реакции  $\langle \sigma v \rangle_{3\alpha}$  аппроксимируется обобщенной формулой Кафлана и Фаулера [14]. Данная зависимость учитывает вклад как низколежащих, так и высоколежащих возбужденных состояний ядра углерода:

$$\gamma_{3\alpha} = \frac{1}{3!} \frac{n_{^4\text{He}}^3}{N_A^2} \left( f_1 \cdot T_9^{-3} \exp\left(-\frac{a_1}{T_9}\right) + f_2 \cdot T_9^{-3/2} \exp\left(-\frac{a_2}{T_9}\right) \right), \quad (47)$$

где  $T_9$  — безразмерная температура среды, выраженная в единицах  $10^9 \text{ К}$ . Перевод из рабочих единиц энергии (МэВ) осуществляется по соотношению  $T_9 \approx T_{\text{MeV}} \times 11.6045$ .

Амплитудные и резонансные коэффициенты согласно данным NACRE [14] имеют следующие значения:

- $f_1 = 3.50 \times 10^{26} \text{ см}^6 \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{моль}^{-2}$ ,  $a_1 = 4.294$ ;
- $f_2 = 1.39 \times 10^{34} \text{ см}^6 \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{моль}^{-2}$ ,  $a_2 = 27.43$ .

Деление  $f_1$  и  $f_2$  на квадрат числа Авогадро  $N_A^2 \approx (6.022 \times 10^{23})^2$  позволяет перейти от молярных скоростей к физической кинетической скорости реакции на одну частицу.

При добавлении реакции (46) наша система уравнений изменяется следующим

образом (внесенные изменения выделены жирным шрифтом):

$$\frac{d(n_{4\text{He}})}{dt} = \frac{(n_{3\text{He}})^2}{2} \langle \sigma v \rangle_{3\text{He}^3\text{He}} - \mathbf{3}\gamma_{3\alpha} \quad (48)$$

$$\frac{d(n_{12\text{C}})}{dt} = \gamma_{3\alpha} \quad (49)$$

$$\begin{aligned} \frac{d(T)}{dt} = & (\gamma_{pp} \cdot Q_1 - \gamma_{\gamma d} \cdot Q_2 + \gamma_{np} \cdot Q_3 + \gamma_{dp} \cdot Q_4 - \gamma_{3\text{He}} \cdot Q_5 \\ & + \gamma_{3\text{He}^3\text{He}} \cdot Q_6 + \gamma_{3\alpha} \cdot \mathbf{Q_7}) / 4bT^3 \end{aligned} \quad (50)$$

Таким образом, мы можем решить новую систему уравнений (42), (44), (18), (19), (48), (49), (50) и исследовать поведение концентраций  $n$ ,  $p$ ,  $d$ ,  ${}^3\text{He}$ ,  ${}^4\text{He}$  и  ${}^{12}\text{C}$  внутри рассматриваемого домена.

На графиках 5 концентрации много меньше, чем концентрации представленных ядер. Прежде всего, нужно отметить, что температура рассматриваемой области практически не изменяется, что это является ожидаемым результатом, поскольку система находится в состоянии термодинамического равновесия. Во-вторых, из графиков 5 можно увидеть, что барионное число (или полная концентрация барионов) остается постоянным на протяжении всего процесса. Это является важным свидетельством того, что результаты, получаемые численным решателем при интегрировании системы дифференциальных уравнений, являются физически корректными. Иными словами, сохранение барионного числа служит дополнительной проверкой достоверности полученных результатов. Наконец, наблюдается быстрое увеличение концентрации углерода-12, которое становится особенно заметным к концу рассматриваемого в данной работе временного диапазона  $t \leq 10^8\text{с}$ . При таких физических условиях необходимо рассматривать образование более тяжелых ядер, что является следующим этапом работы.

## 5 Заключение

В ходе данной работы было проведено моделирование термоядерного нуклеосинтеза в гипотетических горячих областях ранней Вселенной (запертых внутри доменных стенок) при температурах выше 5 МэВ. На основании полученных результатов можно сделать следующие выводы:

1. Установление термодинамического равновесия и стабильность температуры. При температурах  $T > 5$  МэВ внутри замкнутого домена удержание нейтрино делает реакции слабого взаимодействия обратимыми. Это приводит к быстрому установлению локального термодинамического равновесия и стабилизации отношения концентраций протонов и нейтронов. Неожиданным и важным результатом является практическое постоянство температуры во времени, обу-

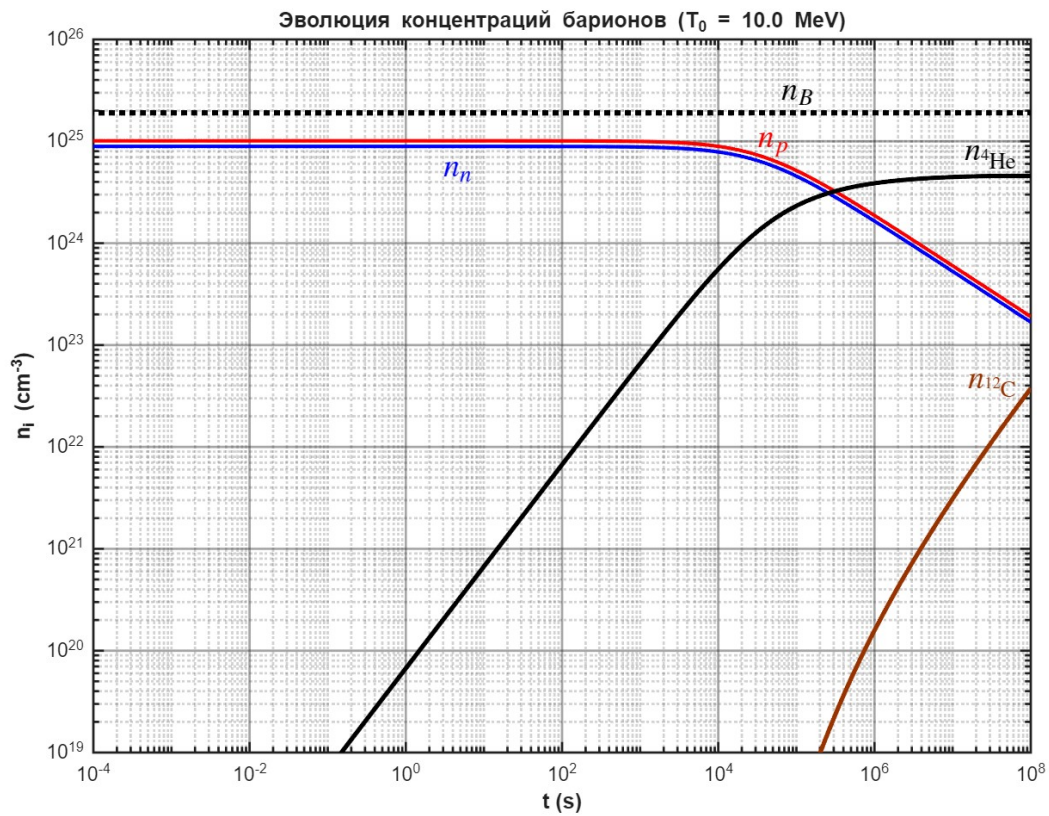
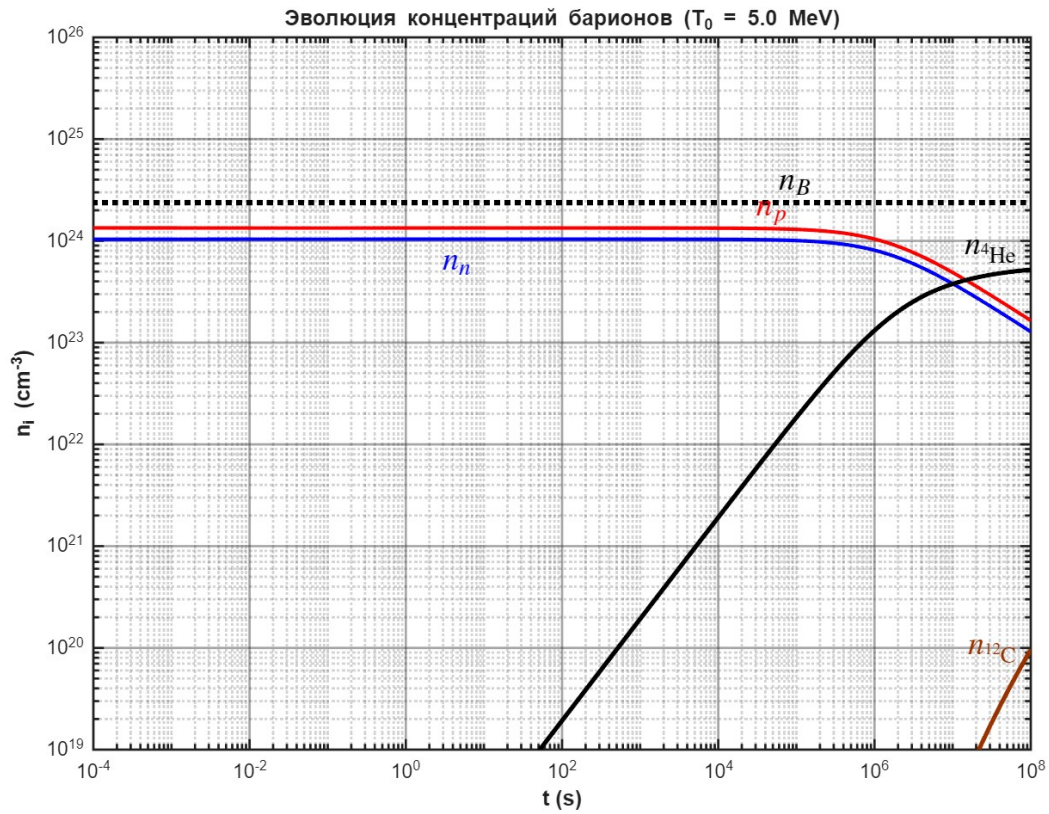
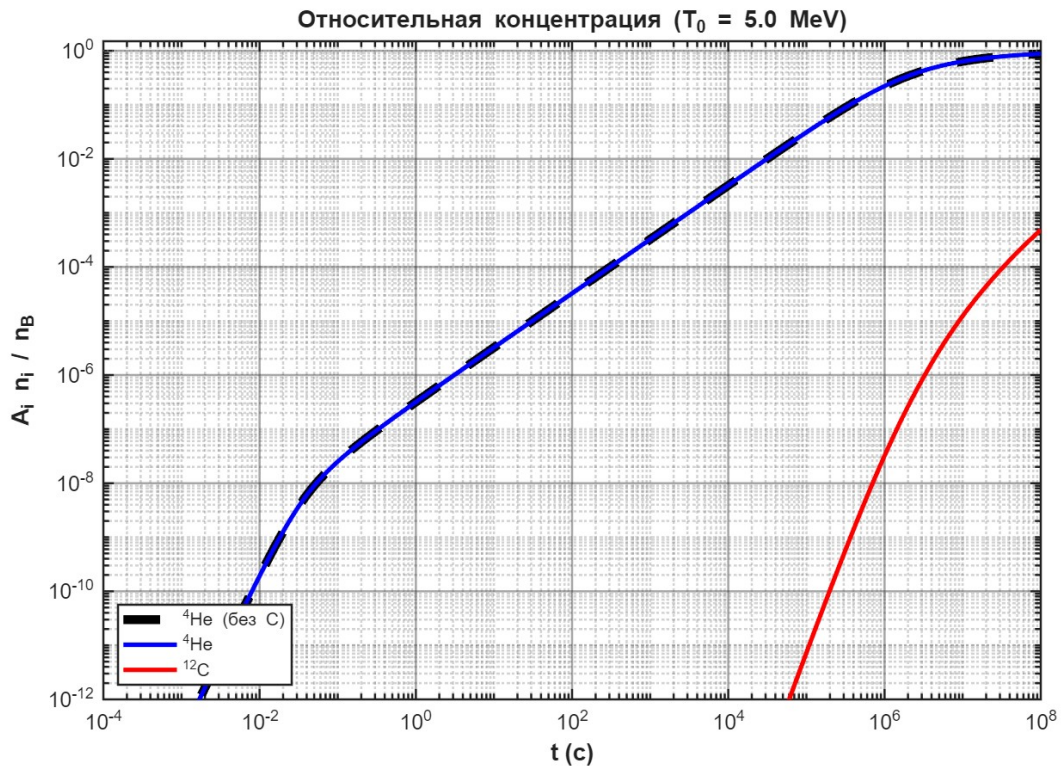
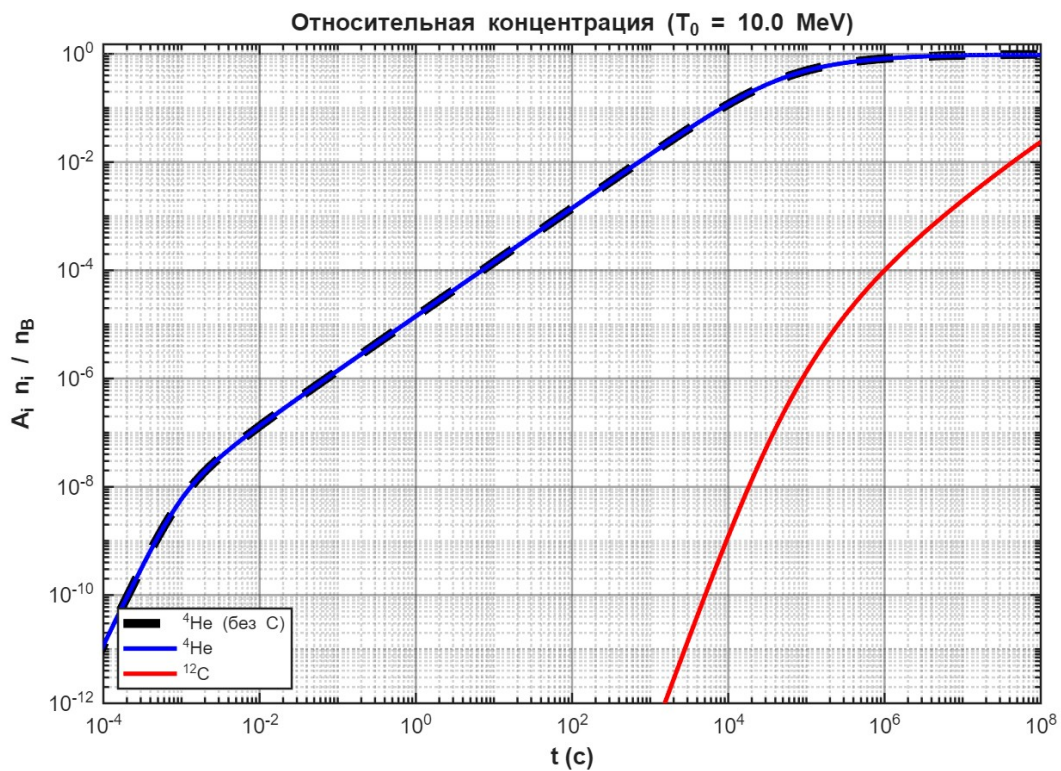


Рис. 5 – Эволюция концентраций  $n$ ,  $p$ ,  ${}^4\text{He}$  и  ${}^{12}\text{C}$  внутри домена



(a)  $T_0 = 5 \text{ MeV}$



(b)  $T_0 = 10 \text{ MeV}$

Рис. 6 – Эволюция содержания  ${}^4\text{He}$  и  ${}^{12}\text{C}$  при различных температурах  $T_0$  внутри домена

словленное тем, что скорости прямых и обратных реакций уравнивают друг друга, сводя производную температуры в системе уравнений к нулю.

2. Формирование аномального безводородного состава. В силу экстремальных температурных условий и высокой плотности плазмы практически все свободные нуклоны (протоны и нейтроны) эффективно связываются в ядра гелия-4 ( ${}^4\text{He}$ ). Таким образом, внутри домена формируется уникальная среда с аномальным безводородным химическим составом, что принципиально отличает данный сценарий как от стандартного первичного нуклеосинтеза (BBN), так и от условий в межзвездной среде.
3. Взрывной синтез углерода-12 при высоких энергиях. Насыщение плазмы гелием-4 запускает интенсивную тройную альфа-реакцию. К концу рассматриваемого временного интервала зафиксировано лавинообразное и быстрое увеличение концентрации  ${}^{12}\text{C}$ , что указывает на высокий потенциал для последующего формирования еще более тяжелых элементов внутри домена.
4. Принципиальное отличие от звездного нуклеосинтеза. В отличие от классического выгорания гелия в недрах звезд, где тройной альфа-процесс протекает при температурах порядка  $T \sim 10^8$  К ( $\sim 10\text{--}100$  кэВ) и критически зависит от резонанса Хойла ( $0^+$ ), в исследуемых нами условиях ( $T > 5$  МэВ  $\approx 5.8 \times 10^{10}$  К) механизм существенно меняется. При таких энергиях резонанс Хойла перестает быть единственным доминирующим фактором, и определяющий вклад начинают вносить высоколежащие возбужденные состояния ядра  ${}^{12}\text{C}$ , корректно описываемые обобщенной формулой Кафлана–Фаулера. Это приводит к качественно иным темпам накопления углерода в безводородной среде.
5. Верификация и физическая корректность численной модели. Разработанный численный алгоритм показал высокую стабильность при решении жестких систем дифференциальных уравнений ядерной кинетики. Строгое сохранение полного барионного числа на протяжении всего времени расчета выступает надежным критерием достоверности полученных численных результатов и полностью подтверждает физическую корректность выбранной методики.

## Литература

1. Kashlinsky, A. и др. Electromagnetic probes of primordial black holes as dark matter. *Bull. Am. Astron. Soc.* (2019).
2. Dolgov, A. D. Massive Primordial Black Holes. *PoS MULTIF2019*, 013. arXiv: 1911.02382 [astro-ph.CO] (2020).
3. Carr, B. J., Kohri, K., Sendouda, Y. & Yokoyama, J. Constraints on primordial black holes from the Galactic gamma-ray background. *Physical Review D* 94. ISSN: 2470-0029 (авг. 2016).
4. Carr, B. & Kuhnel, F. Primordial black holes as dark matter candidates. *SciPost Phys. Lect. Notes* 48, 1. arXiv: 2110.02821 [astro-ph.CO] (2022).
5. Carr, B. & Kühnel, F. Primordial Black Holes as Dark Matter: Recent Developments. *Annual Review of Nuclear and Particle Science* 70, 355–394. ISSN: 1545-4134 (окт. 2020).
6. Carr, B. J. & Green, A. M. в *Primordial Black Holes* 3–33 (Springer Nature Singapore, 2025). ISBN: 9789819788873.
7. Belotsky, K. M., El Kasmi, M. M., Rubin, S. G. & Solovyov, M. L. Hot primordial regions with anomalous hydrogenless chemical composition. arXiv preprint arXiv:2208.05033 (2022).
8. Burbidge, E. M., Burbidge, G. R., Fowler, W. A. & Hoyle, F. Synthesis of the elements in stars. *Reviews of modern physics* 29, 547 (1957).
9. Clayton, D. D. *Principles of stellar evolution and nucleosynthesis* (University of Chicago press, 1983).
10. Shklovskii, I. S. *Stars: Their Birth, Life, and Death* ISBN: 978-0716700241 (W. H. Freeman, San Francisco, 1978).
11. Iliadis, C. *Nuclear physics of stars* (John Wiley & Sons: Hoboken, NJ, USA, 2015).
12. Angulo, C. и др. A compilation of charged-particle induced thermonuclear reaction rates. *Nuclear Physics A* 656, 3–183 (1999).
13. Ivanov, V. V. *Physics of Stars (Fizika zvezd) англ. In Russian* (Department of Astrophysics, Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, 2014).
14. Fowler, W. A., Caughlan, G. R. & Zimmerman, B. A. Thermonuclear reaction rates. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* 5, 525–570 (1967).
15. Lang, K. R. *Astrophysical Formulae: Space, time, matter and cosmology* (Springer: Berlin/Heidelberg, Germany, 2013).
16. Gorbunov, D. S. & Rubakov, V. A. *Introduction to the Theory of the Early Universe: Hot Big Bang Theory англ. In Russian* (LKI Publishers (URSS), Moscow, 2008).

17. Kolb, E. W. & Turner, M. S. *The Early Universe* Capítulo 4: Thermodynamics of the Early Universe (Addison-Wesley, Redwood City, USA, 1990).
18. Workman, R. и др. Review of Particle Physics. *Progress of Theoretical and Experimental Physics* 2022, 083C01 (2022).
19. Salpeter, E. E. Nuclear Reactions in Stars Without Hydrogen. *Physical Review* 88, 547–553 (1952).
20. Hoyle, F. On Nuclear Reactions Occurring in Very Hot Stars. I. The Synthesis of Elements from Carbon to Nickel. *The Astrophysical Journal Supplement Series* 1, 121–146 (1954).