



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»



Литературный обзор по теме:
“Корреляционная фемтоскопия в столкновениях Au+Au
при $\sqrt{s_{NN}} = 3$ ГэВ в эксперименте STAR”

Аспирант гр. А23-121:
Краева А.Ю.

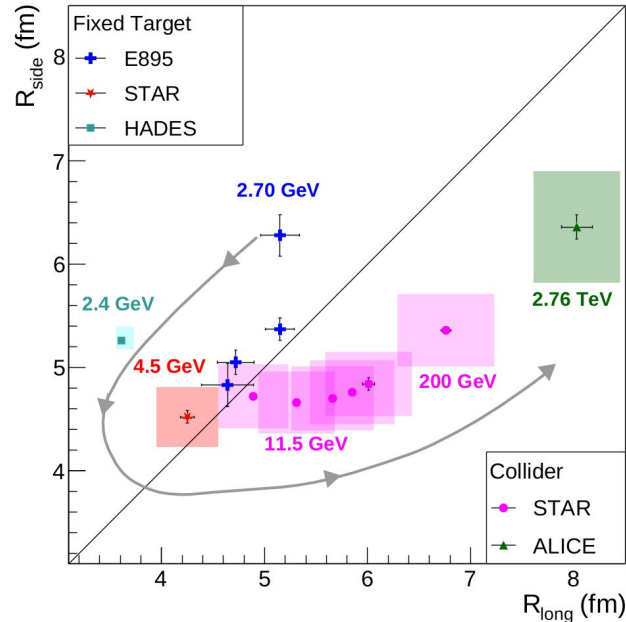
Научный руководитель:
к.ф.-м.н. Нигматкулов Г.А.

Москва, 2026 г.

Мотивация

- Метод корреляционной фемтоскопии позволяет определить структуру области испускания частиц
- Энергетическая зависимость размеров источника испускания в области низких энергий имеет нетривиальное поведение за счет малой статистики
- Радиусы области испускания при $\sqrt{s_{NN}} = 3$ ГэВ измерены для $\pi^+\pi^-$
- Измерения характеристик области испускания представлены в средних быстротах
- Измерения в передних (задних) быстротах могут дать новую информацию об источнике и позволить определить ограничения на модели столкновений тяжелых ионов
- Оценка влияния остаточного заряда на корреляционные функции при низких энергиях не была проведена

M. S. Abdallah et al. (STAR Collaboration)
[Phys. Rev. C 103, 2021](#)



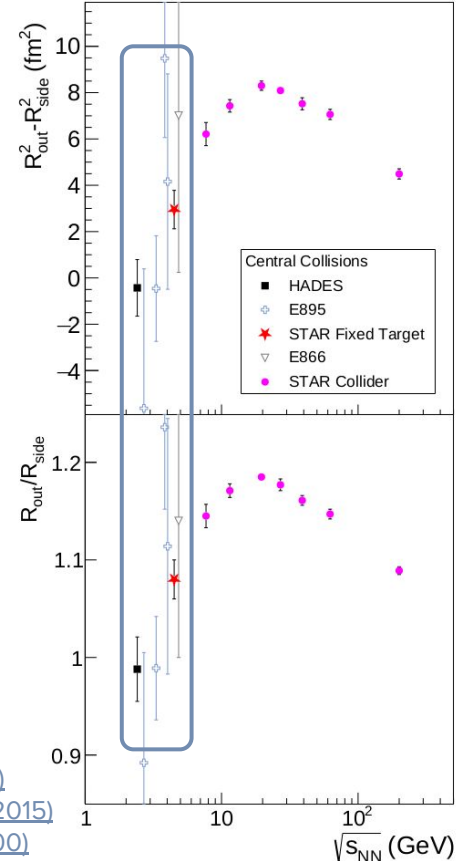
Эксперименты:

[ALICE: A. Aamodt et al., Phys. Lett. B 696, 328 \(2011\)](#)

[STAR: L. Adamczyk et al., Phys. Rev. C 92, 014904 \(2015\)](#)

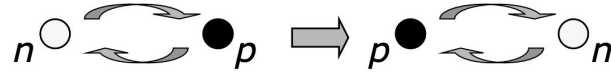
[E895: M. A. Lisa et al., Phys. Rev. Lett. 84, 2798 \(2000\)](#)

[HADES: J. Adamczewski-Musch et al., Eur. Phys. J. A 56, 140 \(2020\)](#)



Статистическая модель Ферми: историческая мотивация

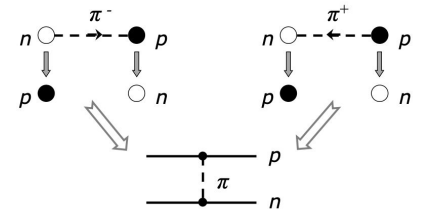
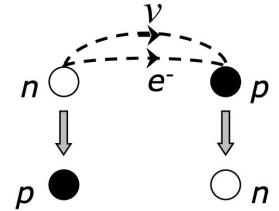
- В 1932–1933 гг. - предположение Д. Иваненко и В. Гайзенберга о том, что атомные ядра состоят из нейтронов и протонов (сразу после открытия нейтрона).
- Гайзенберг предположил, что нейтрон и протон — это фактически одна и та же частица — нуклон, которая может находиться в двух разных зарядовых состояниях
- Далее Гайзенберг предположил [01], что нуклоны в ядре держатся за счет “обмена местами” (нем. “Platzwechsel”).



Каким путем протон может перейти в нейтрон и обратно?

Версии:

1. Энрико Ферми (вскоре после создания теории β -распада в 1933 г.), а также Игорь Тамм и Дмитрий Иваненко (в 1934 г.), по аналогии с процессами β -распада, т.е. слабого взаимодействия, предположили, что нейтрон и протон в ядре взаимодействуют путем излучения и поглощения пары лептонов — нейтрино и электрона [02]
2. Хидеки Юкава (в 1935 г.) предположил, по аналогии с теорией электромагнитных взаимодействий, что нуклоны могут обмениваться квантами «тяжелого» или массивного поля, т.е. частицами, которые несут положительный или отрицательный электрический заряд [03]. Юкава оценил примерную массу таких частиц, которая оказалась в 250–280 раз больше известной массы электрона



[01] W. Heisenberg, *Z. Phys.* 77, 1 (1932)

[02] E. Fermi, *Z. Phys.* 88, 161 (1934); Ig. Tamm, *Nature* 133, 981 (1934); D. Iwanenko, *Nature* 133, 981 (1934).

[03] H. Yukawa, *Proc. Phys. Math. Soc. Japan* 17, 48 (1935)

Статистическая модель Ферми: историческая мотивация

К концу 1940-х годов **мезонная теория Юкавы предсказывала рождение π -мезонов** в нуклон-нуклонных столкновениях, и при достаточно больших энергиях — множественное рождение мезонов. Однако стандартная для квантовой электродинамики техника теории возмущений по константе сильного взаимодействия оказалась непригодной из-за большой величины самой константы

Ряд теории возмущений для сильного взаимодействия расходится в обычном смысле, и для процессов с большой множественностью требуется принципиально иной подход. Ферми предлагает исследовать **статистический подход**.

Ключевая физическая картина [1] сводится к тому, что:

1. при столкновении двух нуклонов с очень высокой энергией в системе центра масс эта энергия «внезапно высвобождается в малом объёме, окружающем оба нуклона»;
2. благодаря большой константе сильного взаимодействия энергия «быстро распределяется между различными степенями свободы, имеющимися в этом объёме, согласно статистическим законам»;
3. после установления статистического равновесия концентрация энергии быстро рассасывается, и образовавшиеся частицы разлетаются во всех направлениях.

Статистическая модель Ферми: геометрия области вз-ия и лоренц-сжатие

В модели Ферми существует лишь один **свободный параметр** — **объём Ω** , в который «сбрасывается» вся энергия двух сталкивающихся нуклонов: *“In the theory here proposed there is only one adjustable parameter, the volume Ω , into which the energy of the two colliding nucleons is dumped”* [1]

Масштаб для линейного размера этого объёма — комптоновская длина π -мезона $\hbar/\mu c$, определяющая протяжённость пионного облака вокруг нуклона.

В системе покоя нуклона **объём** принимается сферическим:

$$\Omega_0 = \frac{4\pi}{3} R^3, \quad R = \frac{\hbar}{\mu c} \approx 1.4 \cdot 10^{-13} \text{ см}$$

При столкновении двух нуклонов с энергией $W \gg Mc^2$ в системе центра масс пионные оболочки лоренц-сжимаются в направлении движения. Гамма-фактор каждого из нуклонов:

$$\gamma = (W/2)/(Mc^2)$$

Продольный размер сферического объёма Ω_0 уменьшается в γ раз, тогда как поперечные размеры остаются прежними. Объём редуцируется к:

$$\Omega = \Omega_0 \cdot \frac{1}{\gamma} = \Omega_0 \cdot \frac{2Mc^2}{W}$$

Подставляем и получаем:

$$\Omega = \frac{4\pi}{3} R^3 \cdot \frac{2Mc^2}{W} \quad \text{— масштаб } \sim 10^{-13} \text{ см, типичный для фемтоскопических радиусов}$$

Полное **сечение взаимодействия** Ферми оценивает геометрически [1] как: $\sigma_{\text{tot}} \approx \pi R^2 \approx 6 \cdot 10^{-26} \text{ см}^2$ что соответствует наблюдаемому масштабу адронных сечений того периода

Статистический вес и принцип расчёта выходов

Главная формула модели Ферми — **статистический вес** $S(n)$ состояния с n частицами в объёме Ω [1]:

$$S(n) = \left(\frac{\Omega}{8\pi^3 \hbar^3} \right)^n \cdot \frac{d\Omega(W)}{dW}$$

где $\Omega(W)$ — объём фазового пространства, соответствующий полной энергии W ,

Ферми перечисляет четыре существенных усложнения статистического веса [1]:

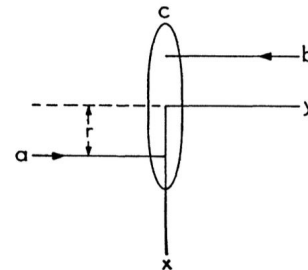
- A. в системе центра масс независимы лишь $n-1$ импульсов из n частиц, что меняет показатель n на $n-1$, а фазовый объём становится $3(n-1)$ -мерным
- B. часть частиц могут быть тождественными, и этот факт должен быть учтён в вычислении $\Omega(W)$ (в последующем развитии метода именно учёт тождественности частиц (симметризации Бозе-Эйнштейна многочастичной волновой функции) превращает грубую статистическую оценку выходов в количественный метод определения геометрии источника (GGLP-эффект))
- C. частицы могут иметь спин, что увеличивает кратность состояний
- D. сохранение углового момента ограничивает статистическое равновесие состояниями с полным угловым моментом, равным моменту двух сталкивающихся нуклонов.

Угловые распределения и сохранение углового момента

В следующей работе [2] Ферми распространил эту схему на расчёт **угловых распределений рождающихся пионов**. Источник анизотропии — большой угловой момент системы из двух сталкивающихся ядер при ненулевом прицельном параметре, которому должен соответствовать большой угловой момент конечного состояния

Геометрия Ферми:

- ось y направлена вдоль импульсов нуклонов,
- ось z — перпендикулярно плоскости столкновения (направление углового момента L)
- лоренц-сжатый объём V в форме эллипсоида плоско лежит в плоскости (x, z)



При $y \rightarrow 0$: z -компонента углового момента частицы, испускаемой из точки с координатой x с импульсом p под углом θ к оси y , равна [2]:
$$L_z = x \cdot p \cdot \cos \vartheta$$

Сохранение L_z приводит к избытку частиц с $\cos \theta \approx \pm 1$ — то есть к небольшой анизотропии конечного состояния с повышенной плотностью частиц вдоль направления столкновения.

Ферми вводит явно бозе-эйнштейновское распределение для среднего числа частиц в квантовом состоянии с энергией W :

$$\langle n(w) \rangle = \frac{1}{e^{\beta w} - 1}$$

Учёт сохранения z -компоненты углового момента приводит к обобщению:

$$\langle n(w, L_z) \rangle = \frac{1}{e^{\beta w - \lambda L_z} - 1}$$

Крайне важный исторический факт: уже в 1951 г. Ферми использует именно

бозе-эйнштейновское распределение для пионов как коллектива тождественных бозонов.

Связь модели Ферми с последующим развитием фемтоскопии

Модель Ферми [1, 2] по существу зафиксировала **три принципиальных утверждения**, развитие которых составит дальнейшую **идеологию корреляционной фемтоскопии**:

1. Существование **«области сильного взаимодействия»** — пространственно ограниченного объёма Ω , в котором достигается локальное статистическое равновесие. Этот объём имеет фундаментальный характерный размер $R \sim 10^{-13}$ см, который в дальнейшем обнаруживается в GGLP-измерениях и определяет порядок величины всех последующих **фемтоскопических радиусов**.
2. **Учёт лоренц-сжатия области** взаимодействия в направлении движения налетающих ядер. Эта простая оценка предполагает более общую лоренц-инвариантную параметризацию корреляционной функции в out-side-long координатах в LCMS-системе.
3. Явное использование **бозе-эйнштейновской статистики** тождественных пионов на термодинамическом уровне. Это шаг, предшествующий выделению квантово-статистических корреляций волнового типа в работах Гольдхабера, Копылова и Подгорецкого.

[1] Fermi E. High energy nuclear events // *Prog. Theor. Phys.* — 1950. — Vol. 5. — P. 570–583.

[2] Fermi E. Angular distributions of the pions produced in high energy nuclear collisions // *Phys. Rev.* — 1951. — Vol. 81. — P. 683–687.

Статистика Бозе-Эйнштейна как основа метода

Квантовая статистика накладывает принципиальное ограничение на возможные многочастичные состояния тождественных частиц:

волновая функция системы тождественных бозонов должна быть симметричной относительно перестановки любых двух частиц, тогда как для тождественных фермионов — антисимметричной

Бозе-Эйнштейновская симметрия лежит в основе всех квантово-статистических эффектов тождественных бозонов, включая **интерференцию тождественных частиц в адронных и ядерных столкновениях**.

Для коллектива невзаимодействующих бозонов в тепловом равновесии при температуре T и химическом потенциале μ среднее число частиц на состояние с энергией ε подчиняется распределению Бозе–Эйнштейна:

$$n_{\text{ВЕ}}(\varepsilon; T, \mu) = \frac{1}{\exp[(\varepsilon - \mu)/T] - 1}$$

Однако в формуле учтена только статистика чисел заполнения — ее «термодинамическое» проявление, и не учтена интерференция бозевой симметризованной волновой функции — ее «волновое» проявление, которое и приводит к двух-частичным корреляциям. На этом различии двух проявлений бозе-эйнштейновской статистики делает акцент Г. Гольдхабер, С. Гольдхабер, В. Ли и А. Пайс [4].

[4] Goldhaber G., Goldhaber S., Lee W., Pais A. Influence of Bose–Einstein statistics on the antiproton–proton annihilation process // Phys. Rev. — 1960. — Vol. 120. — P. 300–312.

Симметризация двух-пионной волновой функции

Механизм, через который **бозе-эйнштейновская симметрия проявляется в импульсных распределениях** пар тождественных частиц, впервые количественно сформулирован в работе Г. Гольдхабер, С. Гольдхабер, В. Ли и А. Пайс [4].

Идея: авторы исходят из «обычной статистической модели» Ферми, в которой вероятность рождения N пионов в данном конечном состоянии в объёме Ω считается через вероятность найти все N свободных пионов одновременно в этом объёме, но выражают эту вероятность через волновые функции, симметризованные относительно тождественно заряженных частиц [4]:

$$P_N(\Omega) = \int_{\Omega} \cdots \int_{\Omega} dr_1 \cdots dr_N |\varphi_N|^2$$

где φ_N — многочастичная волновая функция в большом нормировочном объёме V

В простейшем случае двух тождественных бесспиновых бозонов с импульсами p_1, p_2 и точками испускания x_1, x_2 , симметризованная плоско-волновая функция имеет вид [4]:

$$\Psi_{12}(x_1, x_2; p_1, p_2) = \frac{1}{\sqrt{2}V} [e^{i(p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2)} + e^{i(p_2 \cdot x_1 + p_1 \cdot x_2)}]$$

Вычисляем квадрат модуля: $V^2 \cdot |\Psi_{12}|^2 = 1 + \cos[(p_1 - p_2) \cdot (x_1 - x_2)] = 1 + \cos(q \cdot \Delta x)$

где $q = p_1 - p_2$ — относительный четырёхимпульс пары, $\Delta x = x_1 - x_2$ — разность четырёх-координат точек испускания.

Именно **cos(q · Δx)** является чисто квантово-статистическим следствием симметрии Бозе-Эйнштейна волновой функции и источником наблюдаемой интерференции тождественных пионов

[4] Goldhaber G., Goldhaber S., Lee W., Pais A. Influence of Bose–Einstein statistics on the antiproton–proton annihilation process // Phys. Rev. — 1960. — Vol. 120. — P. 300–312.

Двухчастичная корреляционная функция определяется как нормированное отношение двух- и одночастичных импульсных распределений [16]:

$$C(p_1, p_2) \equiv \frac{dN_{12}/d^3p_1 d^3p_2}{(dN_1/d^3p_1)(dN_1/d^3p_2)}$$

Если точки испускания случайно распределены в источнике с нормированной пространственной плотностью $\rho(x)$ и сами процессы испускания статистически независимы, то двух-частичный выход N_{12} пропорционален усреднению $|\Psi_{12}|^2$ по парам точек испускания, а одночастичный выход N_1 — единице:

$$N_{12}(p_1, p_2) \propto \int \rho(x_1)\rho(x_2)|\Psi_{12}|^2 d^3x_1 d^3x_2, \quad N_1(p) \propto \int \rho(x) d^3x = 1$$

Подставляя и вычисляя двойной интеграл с использованием факторизации $\cos(q \cdot \Delta x) = \frac{1}{2} [e^{iq \cdot x_1} e^{-iq \cdot x_2} + e^{-iq \cdot x_1} e^{iq \cdot x_2}]$ получаем

$$\langle \cos(q \cdot \Delta x) \rangle = \frac{1}{2} \int \rho(x_1) e^{iq \cdot x_1} d^3x_1 \cdot \int \rho(x_2) e^{-iq \cdot x_2} d^3x_2 + \text{к.с.} = \left| \int \rho(x) e^{iq \cdot x} d^3x \right|^2 = |\tilde{\rho}(q)|^2$$

Подстановка в определение двухчастичной к.ф. приводит к корреляционной функции формы $C(q) = 1 + |\tilde{\rho}(q)|^2$

где $\tilde{\rho}(q)$ — пространственный фурье-образ $\rho(x)$. **Конкретный вид к.ф. для гауссовой плотности** был получен в [4], что и составляет «классическую» форму GGLP-эффекта:

$$C(q) = 1 + \exp(-q^2 R^2) \quad \text{для } \rho(x) \propto \exp[-x^2/(2R^2)]$$

Параметр когерентности и его интерпретация

Идеальная корреляционная функция тождественных бозонов имеет амплитуду: $C(q = 0) - 1 = 1$

На практике этот предел не достигается: экспериментально измеренные $C(q)$ дают амплитуды 0.3–0.7 в зависимости от энергии столкновения, способа учёта кулоновской поправки и резонансных вкладов.

Для феноменологической интерпретации амплитуды вводится так называемый **параметр «хаотичности» (chaoticity) $\lambda \in [0, 1]$** , обобщающий формулу к.ф. [4]:

$$C(q) = 1 + \lambda |\tilde{\rho}(q)|^2$$

В предельных случаях:

- $\lambda = 1$ — полностью хаотичный (термальный) источник идентичных бозонов, Бозе-Эйнштейновская симметрия реализуется полностью
- $\lambda = 0$ — отсутствие симметрии Бозе-Эйнштейна, никакой интерференции; этот случай отвечает либо идеально когерентному (лазероподобному) источнику, либо случайному набору пар нетождественных частиц.

[4] Goldhaber G., Goldhaber S., Lee W., Pais A. Influence of Bose–Einstein statistics on the antiproton–proton annihilation process // Phys. Rev. — 1960. — Vol. 120. — P. 300–312.

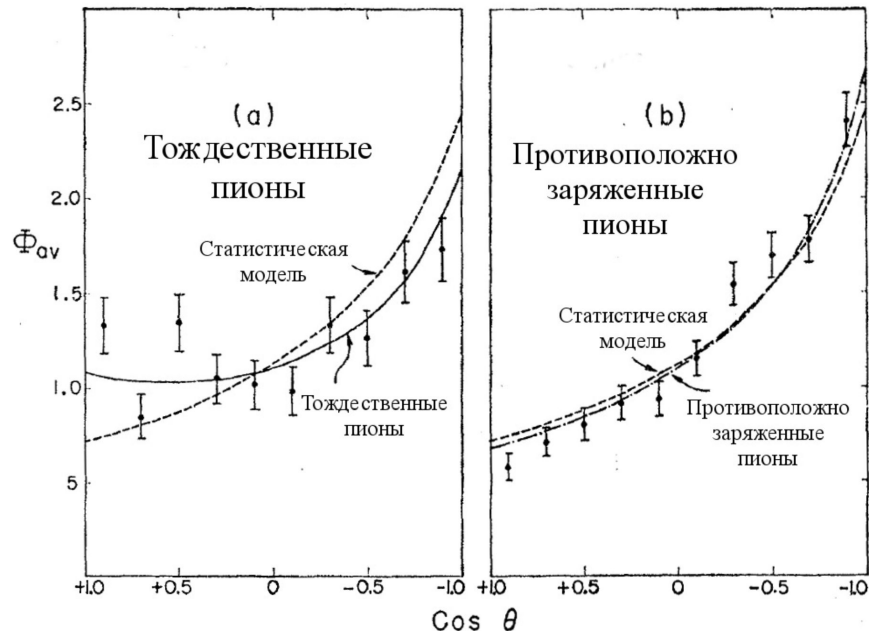
GGLP-эффект: первое наблюдение бозе-эйнштейновской интерференции

Прямое **экспериментальное наблюдение** бозе-эйнштейновской интерференции тождественных бозонов в адронной физике, было выполнено Гольдхабером, Гольдхабер, Ли и Пайсом (GGLP) [3, 4].

Эксперимент: аннигиляция антипротонов на протонах с импульсом 1.02 ГэВ/с в пропановой пузырьковой камере.

Измерение углов разлёта **тождественно заряженных пар** пионов ($\pi^+\pi^+$ и $\pi^-\pi^-$) демонстрирует **систематический избыток событий** при малых относительных углах по сравнению с предсказанием модели [3].

Для нетождественных $\pi^+\pi^-$ пар такого избытка не наблюдалось, что прямо подтверждало квантово-статистическую (а не динамическую) природу корреляции.



Распределения по углам разлета заряженных пар пионов для: а) одного заряда и б) противоположного заряда. Пунктирная линия - статистическая модель, сплошная - статистическая модель с учетом статистики Бозе-Эйнштейна

[3] Goldhaber G., Goldhaber S., Lee W., Pais A. Pion-pion correlations in antiproton annihilation events // Phys. Rev. Lett. — 1959. — Vol. 3. — P. 181–183.

[4] Goldhaber G., Goldhaber S., Lee W., Pais A. Influence of Bose-Einstein statistics on the antiproton-proton annihilation process // Phys. Rev. — 1960. — Vol. 120. — P. 300–312.

GGLP-эффект: первое наблюдение бозе-эйнштейновской интерференции

Наблюдаемое угловое распределение пар $\pi^+\pi^+$ и $\pi^-\pi^-$ количественно описывается, если двухпионная амплитуда симметризована по:

$$\Psi_{12}(x_1, x_2; p_1, p_2) = \frac{1}{\sqrt{2}V} [e^{i(p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2)} + e^{i(p_2 \cdot x_1 + p_1 \cdot x_2)}]$$

$$C(q) = 1 + \exp(-q^2 R^2) \quad \text{для } \rho(x) \propto \exp[-x^2/(2R^2)]$$

и из фита к экспериментальным данным извлекли оценку характерного размера «области сильного взаимодействия» **$R \sim 0.7-0.8$ фм** – **первая экспериментальная оценка** пространственного размера адронной системы, согласующаяся по порядку величины с радиусом протона, и одновременно — **первый случай применения интерферометрии тождественных частиц в адронной физике**

Принципиальные ограничения GGLP-формализма:

1. рассматривается только пространственная плотность $\rho(x)$, без явного учёта временной протяжённости области испускания
2. источник предполагается статичным, без коллективного движения и пространственно-импульсных корреляций;
3. полностью игнорируется взаимодействие в конечном состоянии (FSI)

[3] Goldhaber G., Goldhaber S., Lee W., Pais A. Pion-pion correlations in antiproton annihilation events // Phys. Rev. Lett. — 1959. — Vol. 3. — P. 181–183.

[4] Goldhaber G., Goldhaber S., Lee W., Pais A. Influence of Bose-Einstein statistics on the antiproton-proton annihilation process // Phys. Rev. — 1960. — Vol. 120. — P. 300–312.

Развитие метода для тяжелых ионов: Копылов и Подгорецкий

Копылов и Подгорецкий [5, 6] предложили явный **учёт конечной длительности испускания τ** через введение четырёхмерной функции источника $S(x, p)$, где $x = (t, r)$ — четырёх-координата точки испускания, p — четырёх-импульс.

В приближении хаотичного испускания двух-частичная корреляционная функция тождественных бозонов записывается через свёртку S по парам:

$$C(q, K) = 1 + \frac{|\int S(x, K) e^{iq \cdot x} d^4x|^2}{|\int S(x, K) d^4x|^2}$$

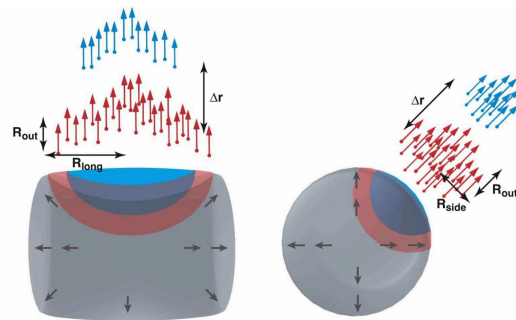
где $K = (p_1 + p_2)/2$ — четырёхимпульс пары; $q = p_1 - p_2$ — относительный импульс.

Подгорецкий [7] впервые ввёл стандартную на сегодня параметризацию относительного импульса q пары на три ортогональные компоненты:

- q_{long} — параллельно оси пучка,
- q_{out} — параллельно поперечному импульсу пары K_T ,
- q_{side} — перпендикулярно q_{long} и q_{out}

Это позволяет отделить продольную (q_{long}) компоненту от поперечной структуры источника и выделить смешанный пространственно-временной вклад:

- $R_{\text{side}} \sim$ геометрический размер области испускания,
- $R_{\text{out}} \sim$ геометрический размер + продолжительность испускания частиц
- $R_{\text{long}} \sim$ среднее время жизни,



$$R_{\text{out}}^2 \approx R_{\text{geom,out}}^2 + \beta^2 \tau^2$$

$$R_{\text{side}}^2 \approx R_{\text{geom,side}}^2$$

[5] Kopylov G. I. Like particle correlations as a tool to study the multiple production mechanism // Phys. Lett. B. — 1974. — Vol. 50. — P. 472–474.

[6] Kopylov G. I., Podgoretsky M. I. Correlations of identical particles emitted by highly excited nuclei // Sov. J. Nucl. Phys. — 1972. — Vol. 15. — P. 219–223.

[7] Podgoretsky M. I. Interference correlations of identical pions: theory // Sov. J. Part. Nucl. — 1989. — Vol. 20. — P. 266–282.

Области однородности и k_T -зависимости радиусов

Аккелин и Синюков [9] рассмотрели гидродинамически расширяющийся термализованный пионный источник и аналитически вычислили все три радиуса R_{out} , R_{side} , R_{long} как функции среднего поперечного импульса k_T (или что то же самое поперечной массы).

Ключевой результат: состоит в том, что **фемтоскопические радиусы** расширяющегося источника не равны полному геометрическому размеру источника, а описывают так называемую “**область однородности**” — ту часть пространства-времени фризаута, где плотность испускания пар с близкими импульсами максимальна.

В простейшем приближении гауссова поперечного профиля плотности и линейного поперечного потока скорости с величиной $\eta_T = v_T/c$ для области однородности выполняется:

$$R_{\text{out}}^2(m_T) \approx R_{\text{side}}^2(m_T) + \beta^2 \Delta\tau^2 \quad R_{\text{side}}^2(m_T) \approx \frac{R_{\text{geom}}^2}{1 + \eta_T^2 (m_T/T)} \quad R_{\text{long}}^2(m_T) \approx \tau_f^2 \frac{T}{m_T}$$

где T — температура замораживания,
 τ_f — собственное время фриз-аута,
 $\beta = k_T / m_T$ — поперечная скорость пары,
 $\Delta\tau$ — характерная длительность испускания.

Формулы объясняют наблюдаемое в экспериментах **падение всех трёх радиусов с ростом m_T** как признак поперечного и продольного коллективного потока, а также показывают, почему именно R_{out} (а не R_{side}) содержит информацию о времени испускания.

Взаимодействие в конечном состоянии (FSI)

Систематическое аналитическое описание корреляций двух частиц с **учётом сильного и кулоновского FSI** развито в серии работ **Ледницкого и Любошица** [10 – 13].

Для двух тождественных бесспиновых заряженных бозонов с относительным импульсом k^* в системе пары и расстоянием испускания $r^* = x_1^* - x_2^*$ пренебрежение сильным взаимодействием приводит к выражению:

$$C(k^*) = \langle |\Psi_C(k^*, r^*)|^2 \rangle$$

где Ψ_C — точная кулоновская волновая функция.

Для протяжённого источника эффект кулоновского отталкивания сводится к [11, 13, 20]:

$$K(q_{\text{inv}}) = \int |\Psi_C(k^*, r^*)|^2 \rho_{\text{pair}}(r^*) d^3 r^* \quad \text{— кулоновская поправка}$$

Размер источника при вычислении $K(q_{\text{inv}})$ выбирается порядка нескольких фм (типично 5 фм). Чувствительность результата к этому выбору используется как один из источников оценки систематической ошибки.

Все эти результаты лежат в основе параметризации **Боулера–Синюкова** [20], используемой в настоящей работе:

$$C(q) = N \cdot [(1 - \lambda) + \lambda K(q_{\text{inv}}) (1 + G(q))]$$

где $G(q)$ — функция гауссова источника,

λ — параметр силы корреляции (доля пар, дающих коррелированный сигнал),

$K(q_{\text{inv}})$ — кулоновская поправка,

N — нормировочный множитель.

[12] Lednický R., Panitkin S., Xu N. // arXiv:nucl-th/0304062. — 2003

[13] Lednický R. // Phys. Part. Nucl. — 2009. — Vol. 40. — P. 307–352.

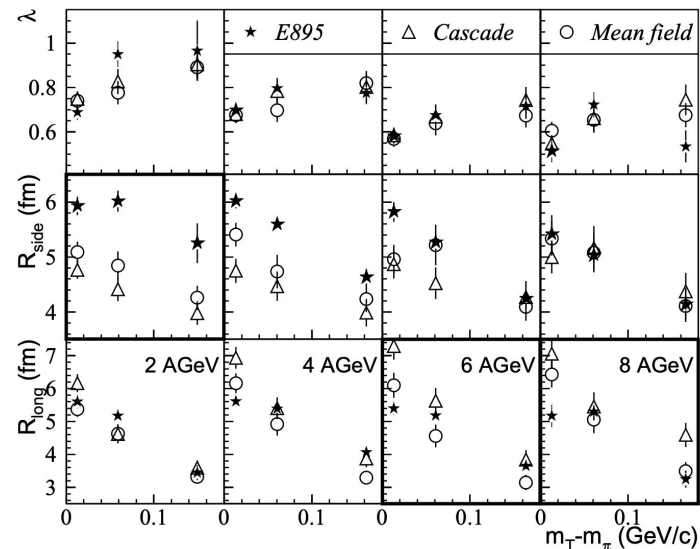
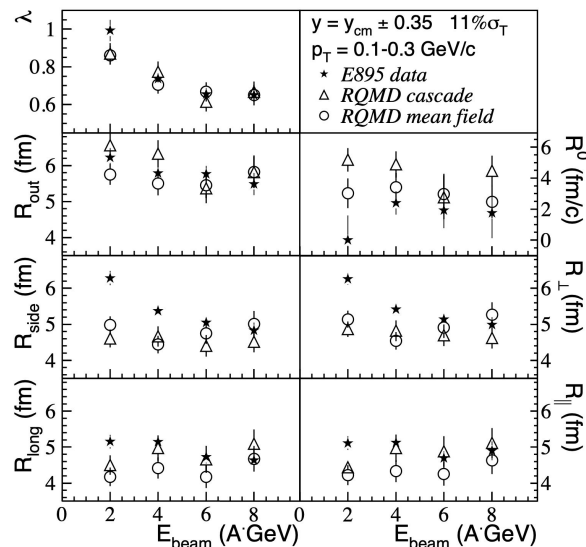
[20] Bowler M. G. // Phys. Lett. B. — 1991. — Vol. 270. — P. 69–74.

[10] Lednický R., Lyuboshits V. L. // Sov. J. Nucl. Phys. — 1982. — Vol. 35. — P. 770.

[11] Lednický R., Lyuboshits V. L., et al. // Phys. Lett. B. — 1996. — Vol. 373. — P. 30–34.

Эксперимент AGS E895 Au+Au при $\sqrt{s_{NN}} = 2.7-4.3$ ГэВ (2000) [28]

Работа **коллораации E895** [28] выполнила впервые систематический энергетический **скан фемтоскопических параметров** в Au+Au при низких энергиях AGS — $\sqrt{s_{NN}} = 2.7, 3.3, 3.8$ и 4.3 ГэВ



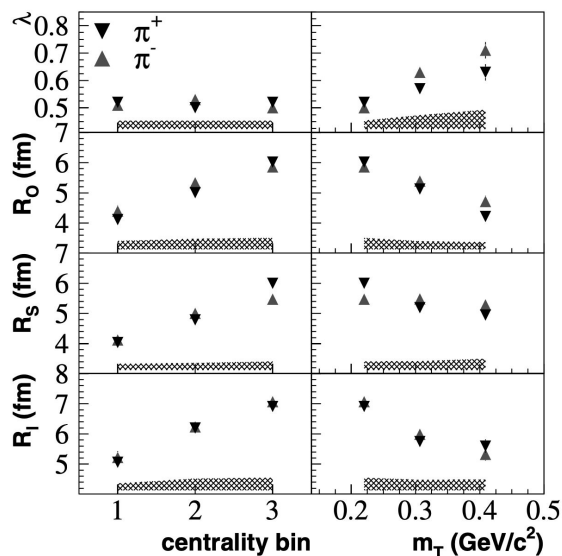
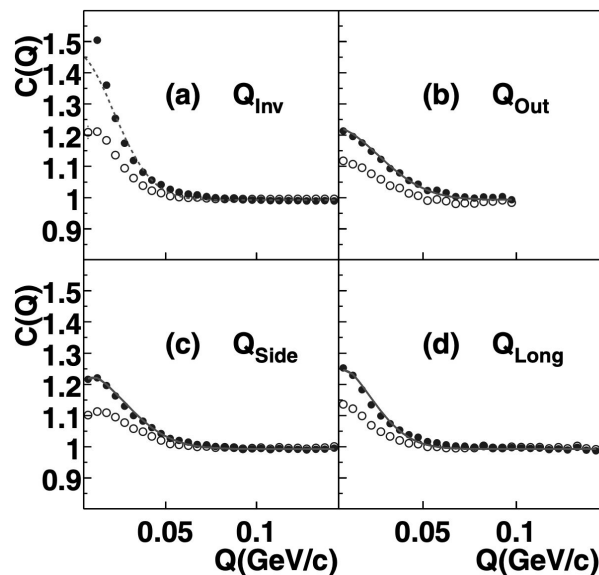
- λ растёт с beam energy (от ≈ 0.6 при 2 А ГэВ до ≈ 0.8 при 8 А ГэВ), что объясняется в [28] увеличением доли π^- от распадов частиц-резонансов при росте энергии;
- R_{side} и R_{out} убывают с ростом beam energy;
- R_{long} почти постоянен в диапазоне 2–8 А ГэВ;

- λ растёт с m_T при всех энергиях; согласие с RQMD хорошее;
- R_{side} в данных слабо зависит от m_T при низких beam energies (2 А ГэВ), но RQMD предсказывает рост R_{side} с m_T , практически независимый от энергии.

Эксперимент STAR Au+Au при $\sqrt{s_{NN}} = 130$ ГэВ (2001) [26]

Работа коллаборации STAR [26] — первое фемтоскопическое измерение на RHIC и, тем самым, первая экспериментальная точка в коллайдерном режиме для Au+Au-системы. Главный физ. вывод:

«Anomalously large sizes or emission durations, which have been suggested as signals of quark-gluon plasma formation and rehadronization, are not observed. The parameters display a weak energy dependence over a broad range in $\sqrt{s_{NN}}$.»



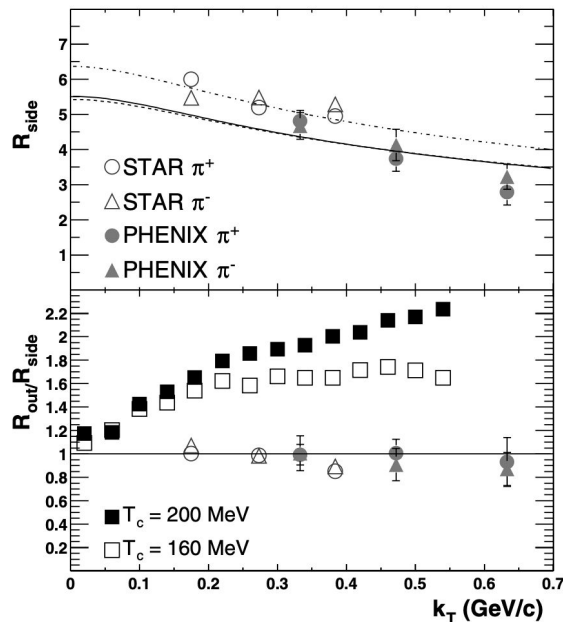
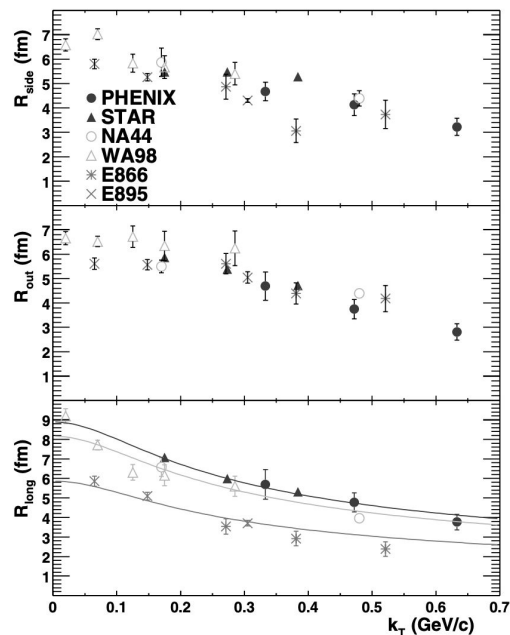
- сравнение с другими энергиями: HBT-параметры показывают «weak energy dependence over a broad range in $\sqrt{s_{NN}}$ »

Физические результаты:

- параметры для $\pi\pi^-$ и $\pi^+\pi^+$ близки
- λ не зависит от центральности
- R_{out} , R_{side} , R_{long} монотонно растут с центральностью. Рост R_{out} , R_{side} интерпретируется как геометрический эффект (и в E895 [28])
- R_{long} — зависимость от центральности в STAR при 130 ГэВ отличается от AGS/SPS: на AGS (E895 [28]) и SPS (NA49) R_{long} не зависит
- R_{out} , R_{side} , R_{long} для убывают с ростом m_T (типичный m_T -скейлинг [9, 16])
- оценка систематических ошибок: ~ 10% на радиусы (кулоновская поправка), 0.1–0.2 фм при изменении Кулоновского радиуса на 1 фм

Эксперимент PHENIX Au+Au при $\sqrt{s_{NN}} = 130$ ГэВ (2002) [27]

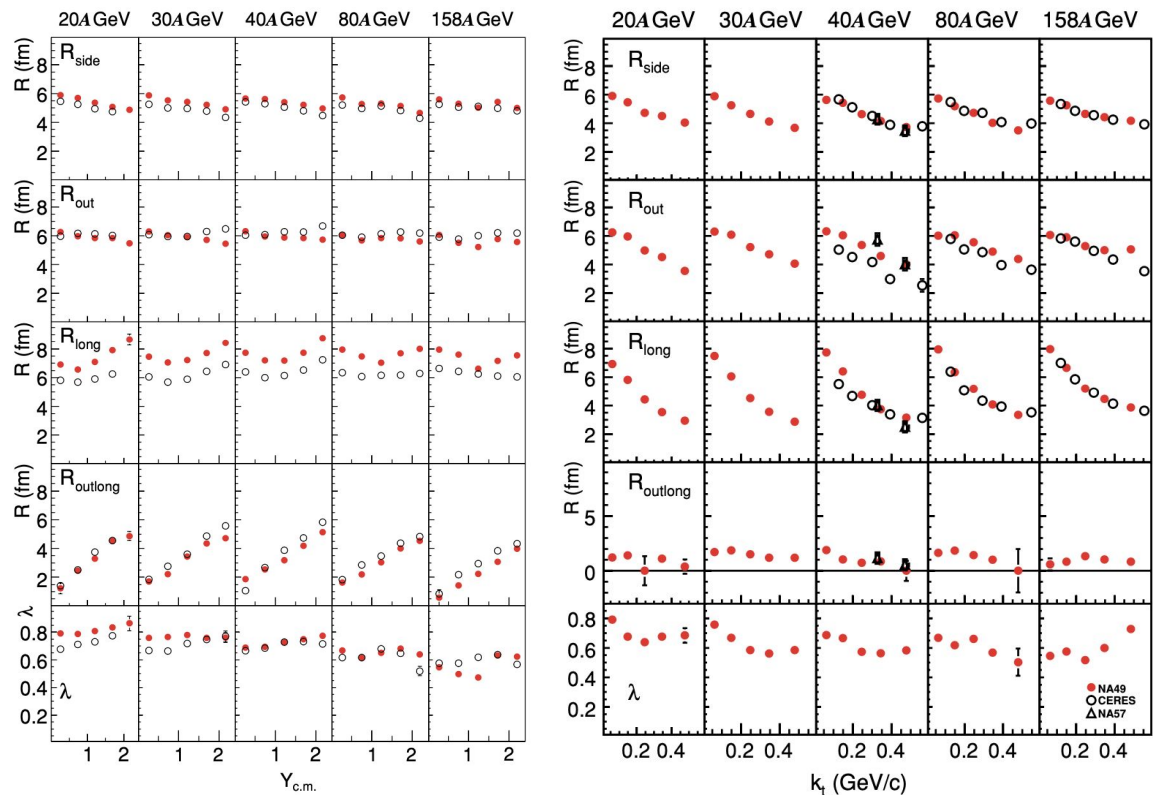
Независимый эксперимент **PHENIX** при той же энергии $\sqrt{s_{NN}} = 130$ ГэВ, что и STAR [26]. Основной фокус — это полная **m_T -зависимость НВТ-радиусов в трёх k_T -бинах** и прямое сравнение извлечённого R_{out}/R_{side} с теоретическим предсказанием для фазового перехода 1-го рода [34]. Главные **физ. выводы** — исключение этого предсказания и определение величины геометрического радиуса источника при freeze-out.



- Независимое подтверждение PHENIX при $\sqrt{s_{NN}} = 130$ ГэВ с численными значениями R_{out} , R_{side} , R_{long} в трёх k_T -бинах для $\pi^+\pi^+$ и $\pi^-\pi^-$
- первое прямое экспериментальное исключение сценариев фазового перехода 1-го рода с $T_c = 160$ и 200 МэВ по форме $R_{out}/R_{side}(k_T)$
- первое количественное определение $R_{geom} \approx 7-9$ фм $\gg 3$ фм — прямое доказательство сильного транс-версального расширения к моменту freeze-out
- первый систематический k_T скейлинг R_{out} , R_{long} на одном графике от AGS (E895) через SPS (NA44, WA98) до RHIC (STAR, PHENIX)

Эксперимент NA49 Pb+Pb при $\sqrt{s_{NN}} = 6.4-17.3$ ГэВ (2008) [27]

Эксперимент **NA49** — наиболее детальный SPS-анализ двух-пионной интерферометрии в Pb+Pb. Авторы выполнили полный 3D-анализ $\pi\text{-}\pi\text{-}$ при $\sqrt{s_{NN}} = 6.4, 7.6, 8.7, 12.4$ и 17.3 ГэВ



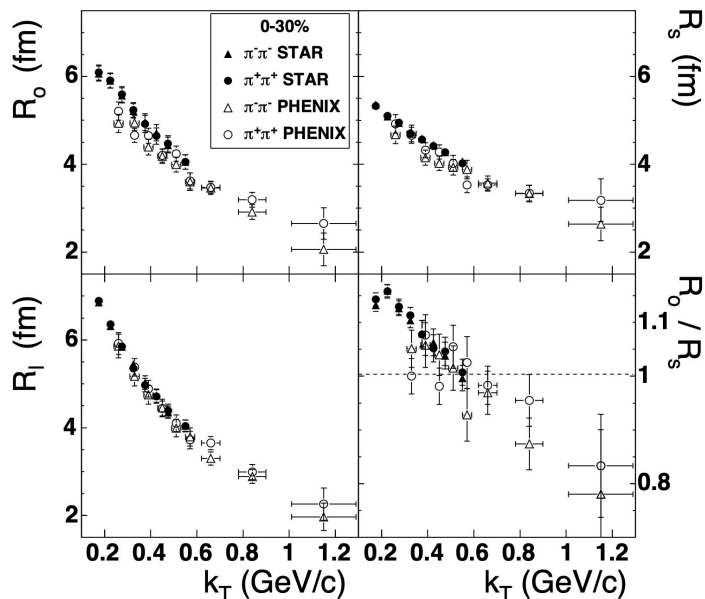
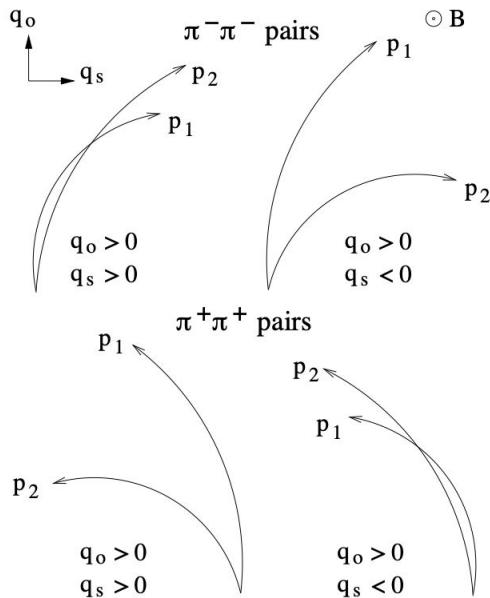
Главные физические выводы [33]:

- R_{out} , R_{side} , R_{long} слабо растут с энергией в SPS-области (от $\sqrt{s_{NN}} = 6.4$ ГэВ до 17.3 ГэВ), значения R остаются в диапазоне 4–6 фм;
- отношение R_{out}/R_{side} остаётся слегка выше единицы ($\sim 1.1\text{--}1.2$) во всём диапазоне SPS и плавно убывает в сторону RHIC
- Y -зависимости радиусов согласуются с приблизительно boost-инвариантным сценарием для центральных Pb+Pb при $\sqrt{s_{NN}} \geq 12$ ГэВ; при более низких энергиях (20 А ГэВ) наблюдаются отклонения от boost-инвариантности — раннее указание на принципиальную необходимость rapidity-зависимостей в самой низкоэнергетической области

Эксперимент STAR Au+Au при $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ (2005) [17]

Систематический анализ двух-пионных корреляций в Au+Au при $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ выполнен **STAR** [17]. Эта статья служит методическим эталоном по двум причинам:

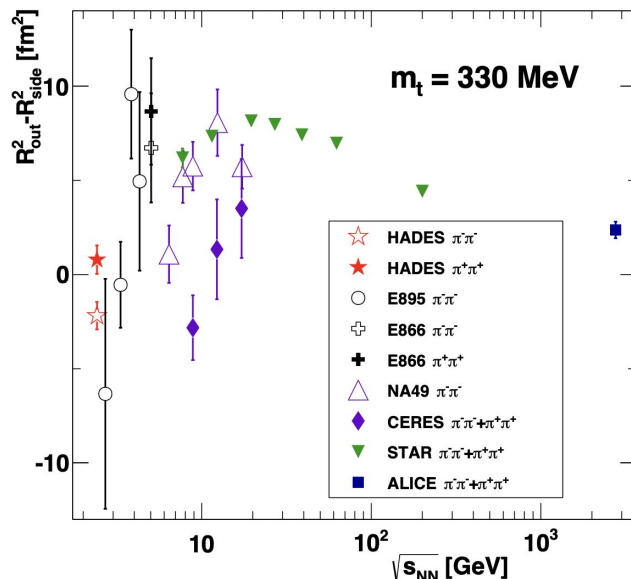
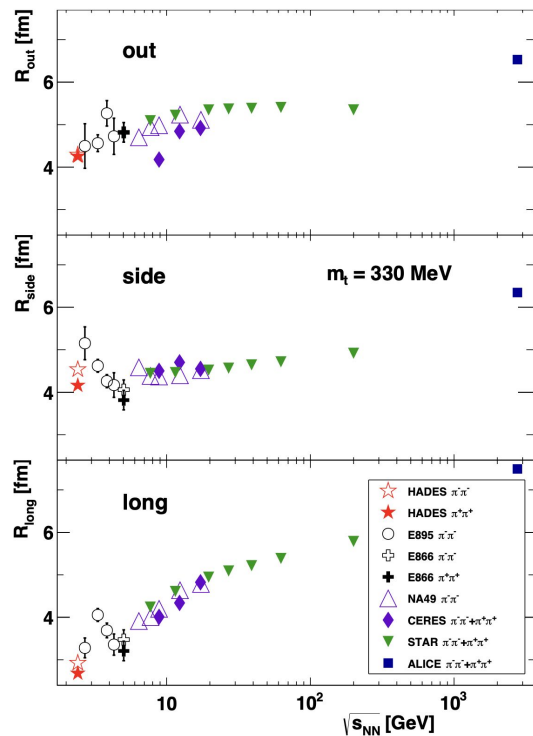
1. дано подробное определение и применение критериев подавления двух-трековых эффектов в TPC STAR — **расщепления** (splitting) и **слияния** (merging) треков
2. детально обсуждаются способы учёта кулоновской поправки, оценки систематических ошибок и фит-процедура



- эталонная для STAR методика подавления двух-трековых эффектов
- первый полный (центральность $\times k_T \times \Phi$) анализ при $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ
- подтверждение и количественная проверка m_T -скейлинга при RHIC
- азимутальные осцилляции $R^2_i(\Phi)$ с известными амплитудами, обосновывающие интерпретацию через начальную геометрию;

Эксперимент HADES Au+Au при $\sqrt{s_{NN}} = 2.4$ ГэВ (2020) [18]

HADES [18] — наиболее детальный на сегодня фемтоскопический анализ в самой низкой по $\sqrt{s_{NN}}$ области, доступной для тяжёлых систем. Авторы выполняют полный трёхмерный анализ для $\pi^+\pi^+$ и $\pi^-\pi^-$ пар с азимутально-чувствительными и центрально-зависимыми фитами.

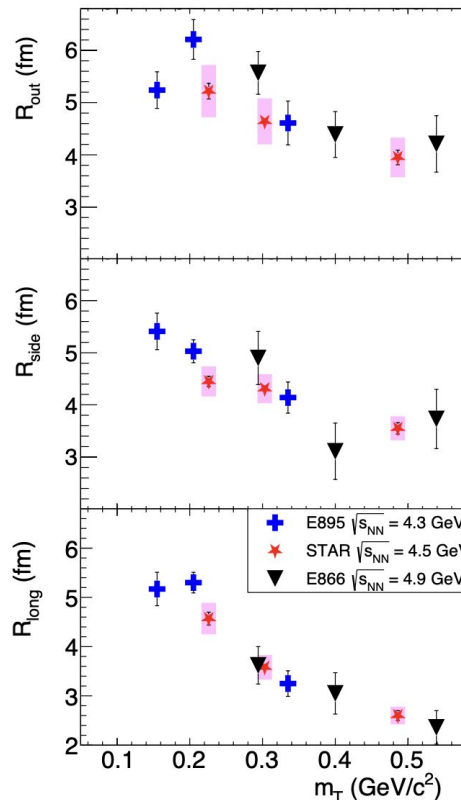
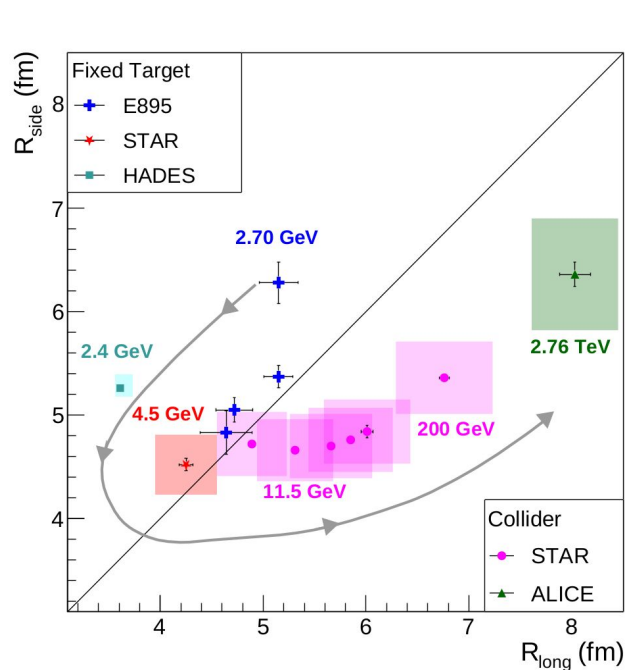


Ключевые **результаты**:

1. Форма источника в плоскости, перпендикулярной пучку, имеет отчётливо эллипсоидальный вид с большей протяжённостью перпендикулярно плоскости реакции
2. Найдено существенное различие радиусов $\pi^+\pi^+$ и $\pi^-\pi^-$ пар, наиболее ярко проявляющееся при малых k_T . Различие: результат кулоновского взаимодействия выходящих пионов с остаточным зарядом в среде с избытком нейтронов ($Z/A \approx 0.4$ для Au)
3. Фемтоскопические радиусы согласованы с энергетической систематикой выше по $\sqrt{s_{NN}}$, за исключением области пика $R_{out}^2 - R_{side}^2$

Эксперимент STAR FXT Au+Au при $\sqrt{s_{NN}} = 4.5$ ГэВ (2021) [19]

Первая публикация STAR в режиме фиксированной мишени. В [19] выполнены измерения направленного и эллиптического потоков идентифицированных адронов, а также фемтоскопические измерения с заряженными пионами.



Главные выводы:

1. Радиусы R_{out} , R_{side} , R_{long} при 4.5 ГэВ согласуются внутри ошибок с интерполяцией между точкой E895 и BES STAR. При этом точки HADES находятся ниже общего тренда
2. Зависимости R_{out} , R_{side} , R_{long} от поперечной массы m_T при $\sqrt{s_{NN}} = 4.5$ ГэВ подтверждают интерпретацию через коллективный поперечный и продольный поток
3. **Главный результат** — обнаружение немонотонной зависимости величин $R_{out}^2 - R_{side}^2$ и R_{out}/R_{side} от $\sqrt{s_{NN}}$ с пиком вблизи $\sqrt{s_{NN}} \approx 20$ ГэВ. Этот пик прямо предсказывался гидродинамическими расчётами с фазовым переходом первого рода [16, 19], в которых длительная фаза смешанной материи приводит к увеличению времени испускания

Цели и задачи научной работы

Цель работы:

Определение пространственных и временных параметров области испускания заряженных пионов в столкновениях ядер золота при $\sqrt{s_{NN}} = 3$ ГэВ.

Задачи:

1. Разработка метода коррекции двухчастичного эффекта “слияния” треков в эксперименте STAR на фиксированной мишени.
2. Модельный расчет фемтоскопических параметров заряженных пионов и их зависимости от центральности, поперечного импульса и быстроты пар частиц при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 3$ ГэВ.
3. Определение фемтоскопических параметров заряженных пионов в зависимости от центральности столкновения, поперечного импульса и быстроты пар частиц при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 3$ ГэВ в эксперименте STAR.

Научная новизна:

1. Первая оценка фемтоскопических параметров (R_{out} , R_{side} , R_{long} , R_{ol}^2 , λ) области испускания положительных пионов для $\sqrt{s_{NN}} = 3$ ГэВ.
2. Первая оценка зависимости фемтоскопических параметров от быстроты пар частиц при энергиях столкновений тяжелых ионов $\sqrt{s_{NN}} < 7$ ГэВ.
3. Разработан метод подавления “слившихся” треков, впервые применённый для низких энергий на фиксированной мишени.
4. Первое наблюдение разницы корреляционных функций и радиусов области испускания для положительных и отрицательных пар пионов.

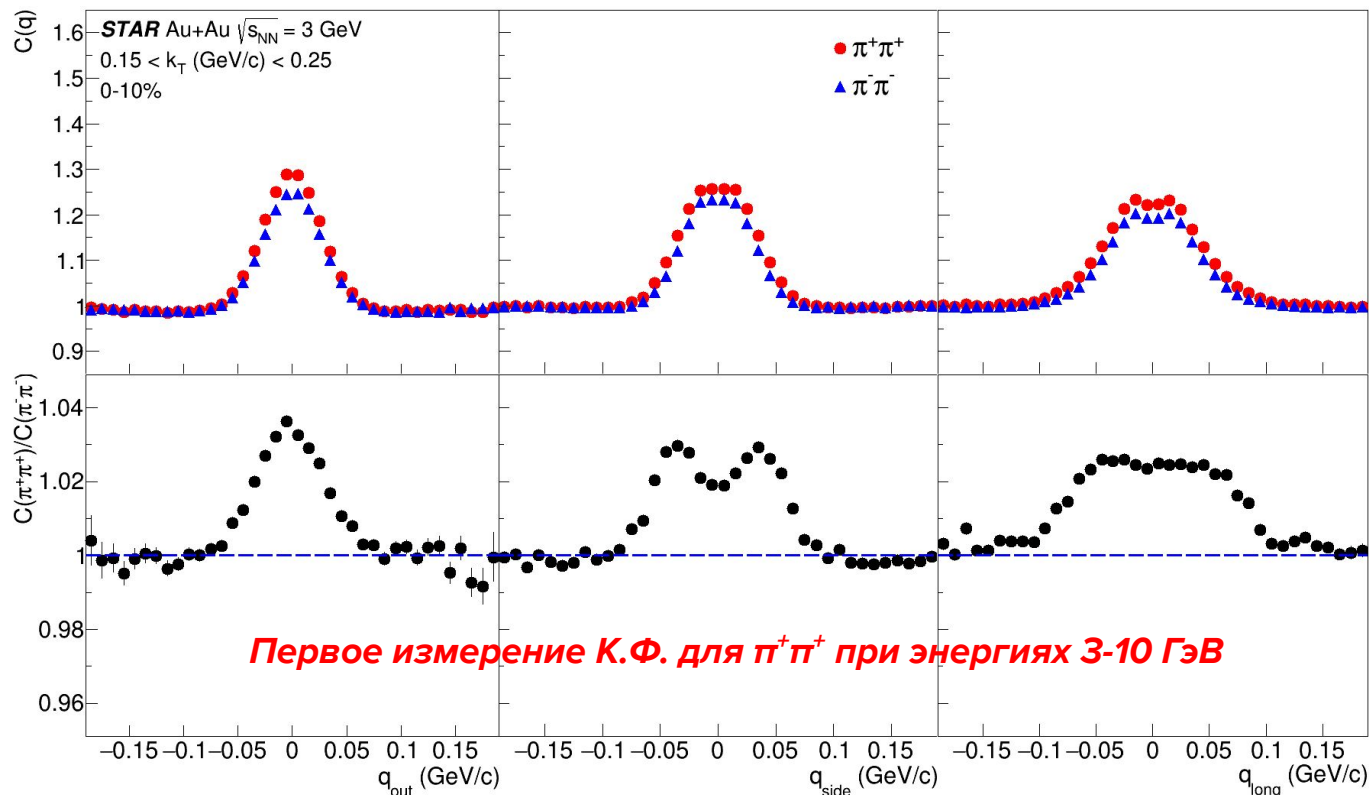
Теоретическая значимость:

Полученные зависимости фемтоскопических параметров будут использованы для усовершенствования существующих теоретических моделей столкновений релятивистских тяжелых ионов.

Практическая значимость:

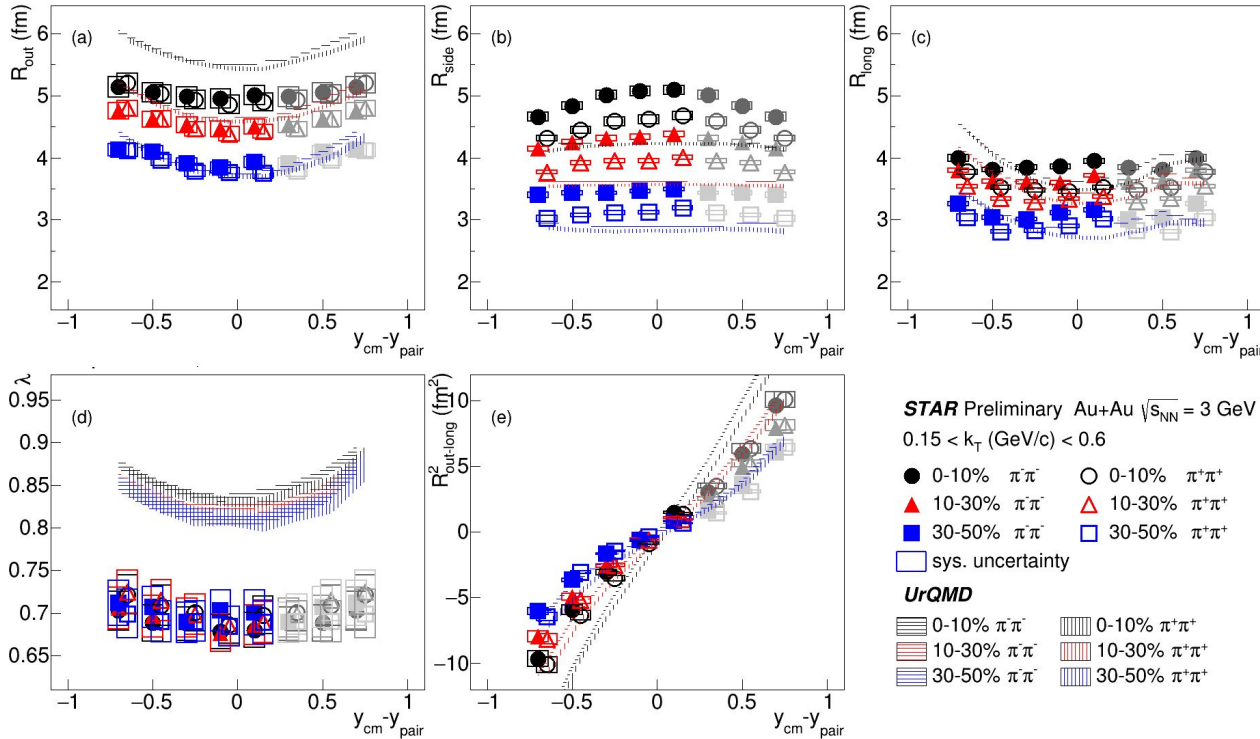
Разработанный метод подавления “слившихся” треков может быть использован в экспериментах на NICA (BM@N, MPD, SPD) и FAIR (CBM).

Построение КФ для $\pi^+\pi^+$ и $\pi^-\pi^-$ в эксперименте STAR



Показано различие корреляционных функций для $\pi^+\pi^+$ и $\pi^-\pi^-$,
что связано с эффектом влияния остаточного заряда

Радиусы области испускания $\pi^+\pi^+$ и $\pi^-\pi^-$ в эксперименте STAR и UrQMD



UrQMD качественно описывает
экспериментальные результаты в STAR

STAR:

- Явная зависимость $R_{out-long}^2$ от быстроты обусловлена симметрией в продольном направлении
- R_{side} уменьшается при отдалении от средних быстрот:
→ Нарушение буст-инвариантности

UrQMD:

- UrQMD переоценивает R_{out} , $R_{out-long}^2$ и λ :
 - переоцененное время испускания
 - вклады от распадов резонансов
- R_{side} , полученный из UrQMD, меньше, чем в STAR, и слабо зависит от быстроты:
 - геометрический размер испускания частиц недооценен

R_{out} , R_{side} и R_{long} увеличиваются от периферийных к центральным столкновениям, отражая геометрию области перекрытия.

Заключение

- Выполнена обработка данных столкновений ядер золота при энергии 3 ГэВ на пару нуклонов в эксперименте STAR
- Разработаны критерии отбора событий, треков частиц и пар заряженных пионов
- Разработан новый метод подавления "слившихся" треков
- Получены зависимости фемтоскопических параметров (радиусов и силы корреляций) от центральности столкновений ядер, поперечного импульса и быстроты пар пионов
- Выполнено сравнение экспериментальных результатов с моделью UrQMD

Планы:

- Публикация результатов (статья в Phys. Rev. C)

Результаты данной работы представлялись:

- На рабочих совещаниях коллаборации STAR
- На международных конференциях:
 1. NUCLEUS-2022 (Москва), “*Pion Femtoscopy in Au+Au Collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 3$ GeV in the STAR Experiment*”;
 2. ICPPA-2022 (Москва), “*Bose–Einstein Correlations of Charged Pions in Au+Au Collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 3$ GeV from UrQMD*”;
 3. 58th meeting of the PAC for Particle Physics (Дубна, 2023), “*Femtoscopy Results in Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 3$ GeV from STAR*”;
 4. ISMD-2023 (Венгрия), “*Two-pion Bose-Einstein correlations in Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 3$ GeV in the STAR experiment*”;
 5. Балдинский международный семинар (Дубна, 2023), “*Two-Pion Femtosopic Correlations in Au+Au Collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 3$ GeV from STAR*”;
 6. Балдинский международный семинар (Дубна, 2023), “*Femtosopic correlations of charged kaons in Au-Au collisions at BES-I STAR energy region with the UrQMD model*”;
 7. NUCLEUS-2023 (Саров), “*Estimation of pion emission source characteristics in Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 3$ GeV in the STAR experiment*”;
 8. 59th meeting of the PAC for Particle Physics (Дубна, 2024), “*Two-pion Femtoscopy in Au+Au Collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 3$ GeV in the STAR Experiment*”;
 9. ICPPA-2024 (Москва), “*Estimation of the isotopic spin influence on femtosopic correlations of identical pions in Au+Au collisions in the UrQMD model*”

Результаты данной работы опубликованы:

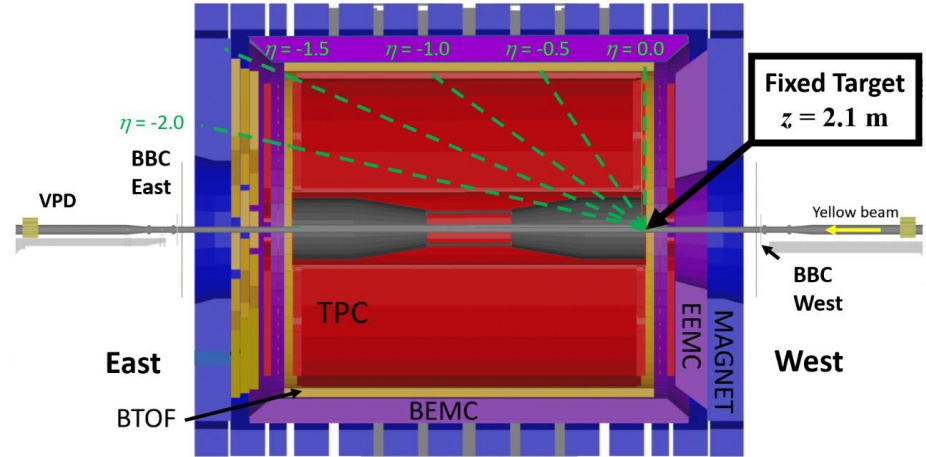
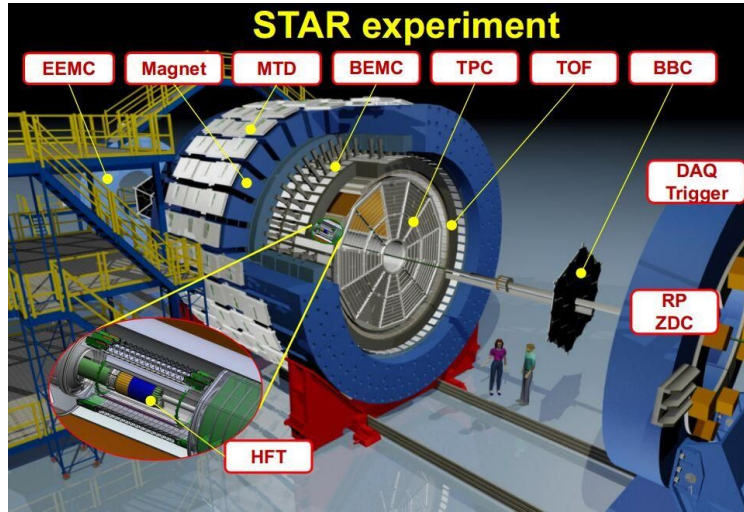
- A. Kraeva (for the STAR Collaboration), “*Pion Femtoscopy in Au+Au Collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 3$ GeV in the STAR Experiment*”, Physics of Atomic Nuclei: v. 85, 988-991 (2022)
<https://doi.org/10.1134/S1063778823010313>
- A. Kraeva and G. Nigmatkulov, “*Bose–Einstein Correlations of Charged Pions in Au+Au Collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 3$ GeV from UrQMD*” Phys. Atom. Nucl. 86, no.5, 854-858 (2023)
<https://doi.org/10.1134/S106377882305023X>
- A. Kraeva (for the STAR Collaboration), “*Two-Pion Bose–Einstein Correlations in Au+Au Collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 3$ GeV in the STAR Experiment*”, MDPI Universe 10(4), 188 (2024)
<https://doi.org/10.3390/universe10040188>
- A. Korobitsyn, A. Kraeva, K. Mikhailov, G. Nigmatkulov, A. Pishchaeva, “*Femtoscopic Correlations of Charged Pions and Kaons in Au+Au Collisions at BES-I STAR Energy Region with the UrQMD Model*” Physics of Particles and Nuclei, 55(4), 879–883 (2024)
<https://doi.org/10.1134/S1063779624700448>
- A. Kraeva, “*Estimation of the Isotopic Spin Influence on Femtoscopic Correlations of Identical Pions in Au+Au Collisions in the UrQMD Model*”, Physics of Atomic Nuclei, 88 (5), 1051–1055 (2025)
<https://doi.org/10.1134/S106377882560143X>

- [1] Fermi E. High energy nuclear events // Prog. Theor. Phys. — 1950. — Vol. 5. — P. 570–583.
- [2] Fermi E. Angular distributions of the pions produced in high energy nuclear collisions // Phys. Rev. — 1951. — Vol. 81. — P. 683–687.
- [3] Goldhaber G., Goldhaber S., Lee W., Pais A. Pion–pion correlations in antiproton annihilation events // Phys. Rev. Lett. — 1959. — Vol. 3. — P. 181–183.
- [4] Goldhaber G., Goldhaber S., Lee W., Pais A. Influence of Bose–Einstein statistics on the antiproton–proton annihilation process // Phys. Rev. — 1960. — Vol. 120. — P. 300–312.
- [5] Kopylov G. I. Like particle correlations as a tool to study the multiple production mechanism // Phys. Lett. B. — 1974. — Vol. 50. — P. 472–474.
- [6] Kopylov G. I., Podgoretsky M. I. Correlations of identical particles emitted by highly excited nuclei // Sov. J. Nucl. Phys. — 1972. — Vol. 15. — P. 219–223.
- [7] Podgoretsky M. I. Interference correlations of identical pions: theory // Sov. J. Part. Nucl. — 1989. — Vol. 20. — P. 266–282.
- [8] Yano F., Koonin S. Determining pion source parameters in relativistic heavy ion collisions // Phys. Lett. B. — 1978. — Vol. 78. — P. 556–559.
- [9] Akkelin S. V., Sinyukov Yu. M. The HBT interferometry of expanding sources // Phys. Lett. B. — 1995. — Vol. 356. — P. 525–530.
- [10] Lednický R., Lyuboshitz V. L. Final state interaction effect on pairing correlations between particles with small relative momenta // Sov. J. Nucl. Phys. — 1982. — Vol. 35. — P. 770.
- [11] Lednický R., Lyuboshits V. L., Erazmus B., Nouais D. How to measure which sort of particles was emitted earlier and which later // Phys. Lett. B. — 1996. — Vol. 373. — P. 30–34.
- [12] Lednický R., Panitkin S., Xu N. Search for delays between unlike particle emissions in relativistic heavy ion collisions // arXiv:nucl-th/0304062. — 2003.

- [13] Lednický R. Finite-size effects on two-particle production in continuous and discrete spectrum // Phys. Part. Nucl. — 2009. — Vol. 40. — P. 307–352.
- [14] Voloshin S. A., Lednický R., Panitkin S., Xu N. Relative space–time asymmetries in pion and nucleon production in noncentral nucleus–nucleus collisions at high energies // Phys. Rev. Lett. — 1997. — Vol. 79. — P. 4766–4769.
- [15] Adams J. et al. (STAR Collaboration) Three-pion Hanbury-Brown–Twiss correlations in relativistic heavy-ion collisions from the STAR experiment // Phys. Rev. Lett. — 2003. — Vol. 91. — P. 262301.
- [16] Lisa M. A., Pratt S., Soltz R., Wiedemann U. Femtoscopy in relativistic heavy ion collisions: two decades of progress // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. — 2005. — Vol. 55. — P. 357–402.
- [17] Adams J. et al. (STAR Collaboration) Pion interferometry in Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV // Phys. Rev. C. — 2005. — Vol. 71. — P. 044906.
- [18] Adamczewski-Musch J. et al. (HADES Collaboration) Identical pion intensity interferometry at $\sqrt{s_{NN}} = 2.4$ GeV // Eur. Phys. J. A. — 2020. — Vol. 56, N° 5. — P. 140.
- [19] Adam J. et al. (STAR Collaboration) Flow and interferometry results from Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 4.5$ GeV // Phys. Rev. C. — 2021. — Vol. 103, N° 3. — P. 034908.
- [20] Bowler M. G. Coulomb corrections to Bose–Einstein correlations have been greatly exaggerated // Phys. Lett. B. — 1991. — Vol. 270. — P. 69–74.
- [21] Bertsch G., Gong M., Tohyama M. Pion interferometry in ultrarelativistic heavy-ion collisions // Phys. Rev. C. — 1988. — Vol. 37. — P. 1896–1900.
- [22] Pratt S. Pion interferometry of quark–gluon plasma // Phys. Rev. D. — 1986. — Vol. 33. — P. 1314–1327.
- [23] Bass S. A., Belkacem M. et al. Microscopic models for ultrarelativistic heavy ion collisions // Prog. Part. Nucl. Phys. — 1998. — Vol. 41. — P. 255–369.
- [24] Bleicher M., Zabrodin E. et al. Relativistic hadron–hadron collisions in the ultra-relativistic quantum molecular dynamics model // J. Phys. G. — 1999. — Vol. 25. — P. 1859–1896.
- [25] Shuryak E. V. Theory of hadronic plasma // Zh. Eksp. Teor. Fiz. — 1978. — Vol. 74. — P. 408–420.

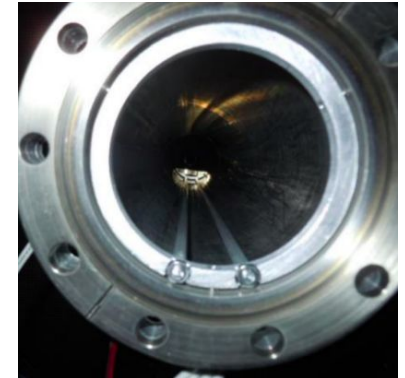
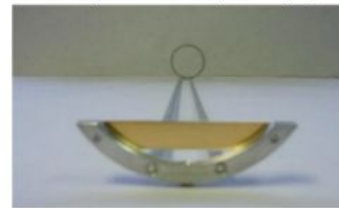
- [26] Adler C. et al. (STAR Collaboration). Pion interferometry of $\sqrt{s_{NN}} = 130$ GeV Au+Au collisions at RHIC // Phys. Rev. Lett. — 2001. — Vol. 87. — P. 082301.
- [27] Adcox K. et al. (PHENIX Collaboration). Transverse mass dependence of two-pion correlations in Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 130$ GeV // Phys. Rev. Lett. — 2002. — Vol. 88. — P. 192302.
- [28] Lisa M.A. et al. (E895 Collaboration). Bombarding energy dependence of π -interferometry at the Brookhaven AGS // Phys. Rev. Lett. — 2000. — Vol. 84. — P. 2798–2802.
- [29] Adamczyk L. et al. (STAR Collaboration). Beam-energy-dependent two-pion interferometry and the freeze-out eccentricity of pions measured in heavy-ion collisions at the STAR detector // Phys. Rev. C. — 2015. — Vol. 92. — P. 014904.
- [30] Rischke D.H., Gyulassy M. The time delay signature of quark-gluon plasma formation in relativistic nuclear collisions // Nucl. Phys. A. — 1996. — Vol. 608. — P. 479–512.
- [31] Bearden I.G. et al. (NA44 Collaboration). Two-kaon correlations in central Pb+Pb collisions at 158 A GeV/c // Phys. Rev. Lett. — 2001. — Vol. 87. — P. 112301.
- [32] Adamova D. et al. (CERES Collaboration). Universal pion freeze-out in heavy-ion collisions // Phys. Rev. Lett. — 2003. — Vol. 90. — P. 022301.
- [33] Alt C. et al. (NA49 Collaboration). Bose–Einstein correlations of π - π pairs in central Pb+Pb collisions at 20A, 30A, 40A, 80A, and 158A GeV // Phys. Rev. C. — 2008. — Vol. 77. — P. 064908.
- [34] Soff S., Bass S.A., Dumitru A. Pion interferometry at RHIC: probing a thermalized quark–gluon plasma // Phys. Rev. Lett. — 2001. — Vol. 86. — P. 3981–3984.

Программа на фиксированной мишени эксперимента STAR



Эксперимент на фиксированной мишени:

- пучок ядер золота сталкивается с золотой мишенью толщиной 1 мм
- плотность фольги составляет 1.93 г/см^2
- мишень установлена в вакуумной трубе на 200 см западнее центра STAR и на 2 см ниже оси пучка.

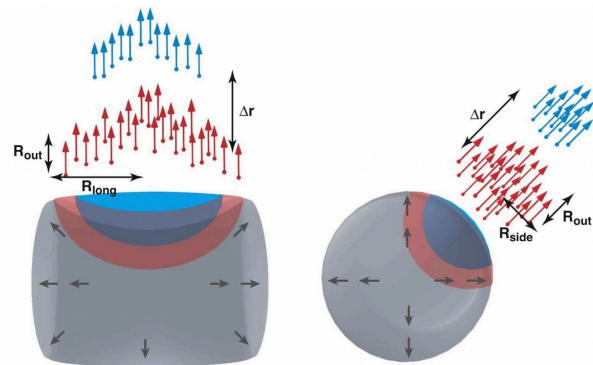


Двухчастичная корреляционная функция (КФ)

$$C(q) = \frac{A(q)}{B(q)}$$

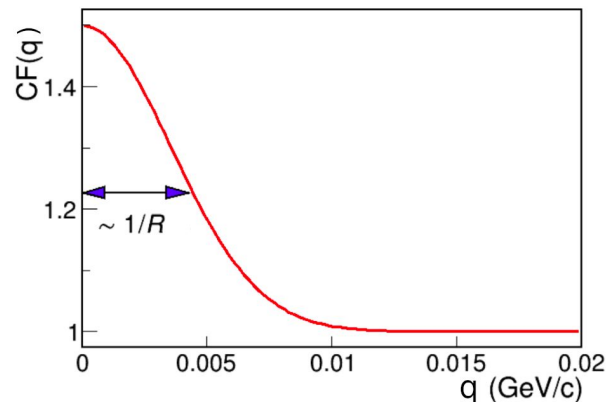
$A(q)$ — строится с использованием пар, где оба трека относятся к одному и тому же событию. Числитель содержит корреляции, обусловленные квантовой статистикой и взаимодействиями в конечном состоянии.

где $q = p_1 - p_2$ (относительный импульс пары частиц) $B(q)$ — знаменатель получен с помощью техники перемешивания событий, где два трека относятся к разным событиям. Фемтоскопические корреляции отсутствуют.



Относительный импульс пары можно разложить в системе координат Берта-Пратта, “out-side-long” система представляет собой:

- q_{long} - по направлению пучка,
- q_{out} - вдоль поперечного импульса пары частиц,
- q_{side} - перпендикулярно продольному и поперечному направлениям



[S. Pratt. Phys. Rev. D 33 \(1986\) 1314](#)
[G. Bertsch. Phys. Rev. C 37 \(1988\) 1896](#)

КФ построены в системе, где $p_{1,z} + p_{2,z} = 0$

Фитирование корреляционной функции

$$C(q) = N[(1 - \lambda) + \lambda K(q)(1 + G(q))] , \text{ где}$$

$$G(q) = \exp(-q_{out}^2 R_{out}^2 - q_{side}^2 R_{side}^2 - q_{long}^2 R_{long}^2 - 2q_o q_l R_{ol}^2)$$

N - нормировочный множитель,

$K(q)$ - Кулоновская поправка,

λ - сила корреляции,

$R_{side} \sim$ геометрический размер области испускания,

$R_{out} \sim$ геометрический размер + продолжительность испускания частиц

$R_{long} \sim$ среднее время жизни,

$R_{out-long}^2$ – поворот КФ в плоскости $q_{out} - q_{long}$, зависящий от степени ассиметрии акцептанса относительно средних быстрых.

Фит использовался с помощью метода максимального правдоподобия: [Phys. Rev. C 66 \(2002\) 054906](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0106011)

$$\chi^2 = -2 \left[A \ln \left(\frac{C(A + B)}{A(C + 1)} \right) + B \ln \left(\frac{A + B}{B(C + 1)} \right) \right], C = \frac{A}{B}$$

[Yu. Sinyukov et al. Phys. Lett. B 432 \(1998\) 248](https://arxiv.org/abs/hep-ex/9802011)

[M. Bowler Phys. Lett. B 270 \(1991\) 69](https://arxiv.org/abs/hep-ex/9102011)

Пример фитирования:

