

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА №40 «ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ»

УДК 539.165, 539.123.6

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА
К БАКАЛАВРСКОЙ ДИПЛОМНОЙ РАБОТЕ
РАСЧЁТ СПЕКТРОВ АНТИНЕЙТРИНО И БЕТА-ЧАСТИЦ
ПРОДУКТОВ ДЕЛЕНИЯ ИЗОТОПОВ УРАНА И
ПЛУТОНИЯ В РЕАКТОРАХ НА ТЕПЛОВЫХ И БЫСТРЫХ
НЕЙТРОНАХ**

Студент _____ В. Н. Зайцев

Научный руководитель _____ Д. В. Попов

Москва 2026

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА БАКАЛАВРА

**РАСЧЁТ СПЕКТРОВ АНТИНЕЙТРИНО И БЕТА-ЧАСТИЦ
ПРОДУКТОВ ДЕЛЕНИЯ ИЗОТОПОВ УРАНА И
ПЛУТОНИЯ В РЕАКТОРАХ НА ТЕПЛОВЫХ И БЫСТРЫХ
НЕЙТРОНАХ**

Студент

_____ В. Н. Зайцев

Научный руководитель

_____ Д. В. Попов

Рецензент,

д.ф.-м.н.

_____ В. И. Копейкин

Секретарь ГЭК,

к.ф.-м.н.

_____ А. А. Кириллов

Зав. каф. №40,

д.ф.-м.н., проф.

_____ М. Д. Скорохватов

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
1 Теоретическое обоснование модели	7
1.1 Расчет вероятности β -распада	7
1.2 Функция Ферми	8
1.3 Построение суммарного спектра изотопа	9
1.4 Построение кумулятивного спектра изотопа	10
1.5 Реконструирование позитронного спектра	11
2 Учет поправок к спектрам β-частиц и антинейтрино	14
2.1 Поправка на конечный размер дочернего ядра	14
2.2 Поправка на конечный размер родительского ядра	15
2.3 Радиационные поправки	16
2.4 Учет экранирования	17
2.5 Слабый магнетизм	18
2.6 «Эффект обмена»	18
2.7 Запаздывание перестройки электронной оболочки	19
2.8 Учет запрещенности переходов	20
2.9 Влияние поправок на форму спектров	22
3 Расчет ошибок модельных спектров	25
3.1 Расчет ошибок спектров отдельных изотопов	25
3.2 Расчет ошибок кумулятивных спектров	25
3.3 Расчет ошибок позитронных спектров	26
4 Восстановление неизвестных схем распадов	27
5 Анализ полученных спектров	28
5.1 Сравнение спектров отдельных изотопов с экспериментальными данными	28

5.2	Сравнение кумулятивных спектров с экспериментальными данными и другими моделями	30
5.3	Сравнение выходов ОБР с экспериментальными данными и другими моделями	32
6	Расчет кумулятивных спектров продуктов деления урана и плутония быстрыми нейтронами	35
	Заключение	37
	Список использованных источников	38

ВВЕДЕНИЕ

Фундаментальной теоретической основой современной физики является Стандартная модель (СМ), описывающая электромагнитное, слабое и сильное взаимодействия всех элементарных частиц. Завершающим этапом формирования современной СМ стало открытие бозона Хиггса на Большом адронном коллайдере в 2012 году. Тем не менее, экспериментальные данные указывают на существование физики за пределами этой модели. Наиболее однозначным свидетельством этого является открытие нейтринных осцилляций [1], которые доказывают наличие у нейтрино ненулевой массы, тогда как в исходной формулировке СМ нейтрино являются строго безмассовыми частицами. Исследования свойств нейтрино, механизмов генерации их масс и характера взаимодействия с веществом остаются одними из приоритетных задач современной физики.

Существование нейтрино было предложено Паули еще в 1930 году для решения актуальной на тот момент проблемы несохранения энергии и углового момента при ядерном β -распаде. Однако экспериментальное обнаружение нейтрино требовало наличия интенсивного источника этих частиц. Лишь в 1953-1959 годах Фредерик Райнес и Клайд Коуэн смогли обнаружить электронное антинейтрино, источником которого выступил ядерный реактор [2; 3]. В реакторах в процессе деления изотопов урана и плутония, используемых в качестве топлива, образуются β -радиоактивные изотопы, в результате распада которых $\bar{\nu}_e$ возникают в больших количествах.

Существует еще несколько источников нейтрино, включая космические и естественные радиоактивные источники на Земле, однако именно ядерные реакторы дают наиболее высокоинтенсивный поток $\bar{\nu}_e$, изучение свойств которых может быть использовано как для фундаментальных исследований (определение иерархии масс нейтрино [4], поиск стерильных состояний [5]), так и для прикладных задач (мониторинг ядерного топлива в активной зоне [6; 7]).

Несмотря на значительный прогресс в исследовании нейтрино, теоретические предсказания для этой частицы все еще имеют значительное

расхождение с экспериментальными наблюдениями. Наиболее известными и актуальными проблемами физики реакторных антинейтрино в настоящее время являются:

- Реакторная антинейтринная аномалия (РАА) [8] – систематическое расхождение ($\sim 5\%$) между предсказываемым и измеренным потоком реакторных антинейтрино;
- «Бамп-эффект» [9] – выраженный избыток событий в области энергий 5-6 МэВ относительно предсказаний теории.

Эти аномалии ставят под вопрос правильность наших представлений о нейтрино и могут указывать как на неправильный учёт физических эффектов в теоретических расчётах, так и на возможные проявления новой физики. Для правильной интерпретации необходимо иметь надёжную модель, по которой можно получить ожидаемые спектры нейтрино от ядерного реактора.

В настоящее время для предсказания спектров реакторных антинейтрино применяются два основных подхода: метод конверсии и метод прямого суммирования (*ab initio* – «из первых принципов»).

Метод конверсии был сформулирован и впервые применен в работах [10–12]. В моделях такого типа для получения спектра антринейтрино используются спектры бета-частиц, измеренные путем облучения ^{235}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu тепловыми нейтронами на реакторе Института Лауэ–Ланжевена (ILL, Франция) и ^{238}U быстрыми нейтронами на реакторе Технического университета Мюнхена (МП, Германия). Эти экспериментальные спектры описываются некоторым количеством виртуальных бета-переходов, парциальный спектр каждого из которых по отдельности конвертируется в парциальный спектр антинейтрино, после чего суммированием восстанавливаются изначальные кумулятивные антинейтринные спектры. Наиболее известные модели конверсии описаны в работах [13–15]. Несмотря на широкое применение, данный метод обладает рядом недостатков: сильной зависимостью от устаревших экспериментальных данных, использованием нефизичных виртуальных переходов, а также невозможностью гибкого учёта индивидуальных физических поправок. Вышеописанные факторы осложняют предсказания спектров антинейтрино в рамках метода конверсии.

Второй метод – метод прямого суммирования – заключается в последовательном сложении вкладов нескольких тысяч бета-переходов от всех продуктов деления с учётом полной физики процесса β -распада. Такой подход позволяет контролировать учет каждого перехода, вводить необходимые поправки физической природы и проводить расчёты для изотопов с неизмеренными экспериментальными бета-спектрами. На данный момент существует несколько *ab initio* моделей, наиболее известные из которых описаны в работах [16–18], однако ни в одной из них не был учтен полный набор факторов, которые могут повлиять на процесс β -распада, что приводит к расхождению предсказаний этих моделей с экспериментальными данными.

Таким образом, **актуальность** исследования обусловлена необходимостью развития новой теоретической модели расчета спектров бета-частиц и антинейтрино для правильной интерпретации проблем современной физики реакторных антинейтрино.

Цель настоящей работы заключается в определении и развитии теоретической модели, по которой можно построить спектр бета-частиц и антинейтрино продуктов деления изотопов в активной зоне реактора методом прямого суммирования.

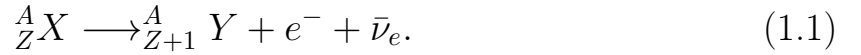
В рамках работы можно выделить следующие основные **задачи**:

- 1) Разработать модель расчета спектров бета-частиц и антинейтрино отдельных изотопов с учетом набора физических эффектов, имеющих наибольшее влияние на процесс β -распада;
- 2) Предложить и реализовать способ восстановления неизвестных схем распадов в библиотеках ядерных баз данных;
- 3) Получить кумулятивные спектры β -частиц и $\bar{\nu}_e$ продуктов деления урана и плутония в реакторах на тепловых нейтронах;
- 4) Провести валидацию разработанной модели путем сравнения с экспериментально полученными спектрами и предсказаниями конкурентных моделей;
- 5) Рассчитать ожидаемые спектры антинейтрино от реакторов на быстрых нейтронах.

1 ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ МОДЕЛИ

1.1 РАСЧЕТ ВЕРОЯТНОСТИ β -РАСПАДА

Общая формула β -распада ядра с зарядовым числом Z и массовым числом A имеет следующий вид:



В связи с тем, что взаимодействие в этом процессе достаточно слабое (гораздо слабее электромагнитного [19]), для расчета вероятности β -распада можно применять методы теории возмущений.

Согласно золотому правилу Ферми вероятность перехода системы из начального состояния $|i\rangle$ с энергией E_i в некоторое конечное состояние $|f\rangle$ с энергией E_f в единицу времени при условии $E_0 = E_f - E_i$ равна

$$dW_{if} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle f|H'|i\rangle|^2 d\rho|_{E=E_0}, \quad (1.2)$$

где H' – гамильтониан малого возмущения, приводящего к переходу, а $d\rho$ – плотность конечных состояний (статистический множитель).

Для β -распада в пренебрежении малой энергией отдачи ядра (~ 15 кэВ [20]) полная энергия распределяется между электроном и антинейтрино:

$$E_0 = E_e + E_{\bar{\nu}}. \quad (1.3)$$

Тогда статистический множитель можно представить в виде:

$$d\rho|_{E=E_0} = \left. \frac{d\tilde{N}}{dE} \right|_{E=E_0} = \frac{1}{dE} \frac{V d^3 \mathbf{p}_e V d^3 \mathbf{q}_{\bar{\nu}}}{(2\pi\hbar)^3 (2\pi\hbar)^3}, \quad (1.4)$$

где $V d^3 \mathbf{p}_e / (2\pi\hbar)^3$ – число состояний электрона для значений импульса в

интервале от \mathbf{p}_e до $\mathbf{p}_e + d\mathbf{p}_e$, $V d^3\mathbf{q}_{\bar{\nu}} / (2\pi\hbar)^3$ – число состояний антинейтрино для значений импульса в интервале от $\mathbf{q}_{\bar{\nu}}$ до $\mathbf{q}_{\bar{\nu}} + d\mathbf{q}_{\bar{\nu}}$.

Представив дифференциалы в виде

$$d^3\mathbf{p}_e = p_e^2 dp_e d\Omega_e, \quad (1.5a)$$

$$d^3\mathbf{q}_{\bar{\nu}} = q_{\bar{\nu}}^2 dq_{\bar{\nu}} d\Omega_{\bar{\nu}}, \quad (1.5b)$$

с учетом релятивистских соотношений, получим

$$p_e^2 dp_e = p_e E_e dE_e / c^2, \quad (1.6a)$$

$$q_{\bar{\nu}}^2 dq_{\bar{\nu}} = q_{\bar{\nu}} E_{\bar{\nu}} dE_{\bar{\nu}} / c^2. \quad (1.6b)$$

Интегрирование выражения (1.2) по угловым переменным с учетом соотношений (1.5, 1.6) приводит к следующим формулам для дифференциальной вероятности распада:

$$dW_{if} = \frac{1}{2\pi^3 \hbar^7 c^5} |\langle f | H | i \rangle|^2 \sqrt{E_e^2 - m^2 c^4} E_e (E_0 - E_e)^2 dE_e, \quad (1.7a)$$

$$dW_{if} = \frac{1}{2\pi^3 \hbar^7 c^5} |\langle f | H | i \rangle|^2 \sqrt{(E_0 - E_{\bar{\nu}})^2 - m^2 c^4} (E_0 - E_{\bar{\nu}})^2 E_{\bar{\nu}}^2 dE_{\bar{\nu}}. \quad (1.7b)$$

1.2 ФУНКЦИЯ ФЕРМИ

Корректный расчет спектров β - и $\bar{\nu}$ -частиц невозможен без учета влияния поля ядра. В выражениях (1.7a, 1.7b) это влияние учтено посредством множителя $F(Z, E)$, входящего в матричный элемент и известного как функция Ферми. Этот множитель учитывает кулоновское взаимодействие дочернего ядра с β -электроном и формально определяется как [20]

$$F(Z, E_e) = \frac{|\Psi_U|^2}{|\Psi_0|^2}, \quad (1.8)$$

где Ψ_U – решение уравнения Дирака в электрическом поле ядра, Ψ_0 – решение свободного уравнения Дирака.

В приближении точечного ядра функция Ферми представима в явном виде: [20]:

$$F_0(Z, E_e) = 2(\gamma + 1) \left(\frac{2 p_e c R}{\hbar c} \right)^{2(\gamma-1)} e^{\left(\frac{\pi \alpha Z E_e}{p_e c} \right)} \frac{|\Gamma(\gamma + \frac{i \alpha Z E_e}{p_e c})|^2}{|\Gamma(2\gamma + 1)|^2}, \quad (1.9)$$

где $\alpha = 1/137$ – постоянная тонкой структуры, p_e – импульс электрона, E_e – полная энергия вылетевшего электрона, R – радиус родительского ядра, Z – заряд дочернего ядра, $\gamma = \sqrt{1 - (\alpha Z)^2}$, $\Gamma(z)$ – гамма-функция Эйлера комплексной переменной.

Таким образом, форма спектра электронов в результате β -распада может быть представлена в следующем виде [21]:

$$S_e(E_e; E_0, Z) = K p_e E_e (E_0 - E_e)^2 F_0(Z, E_e) C(Z, E_e, E_0), \quad (1.10)$$

где K – нормировочный множитель, E_0 – энергия перехода, $C(Z, E_e, E_0)$ – фактор формы, включающий в себя ядерный матричный элемент гамильтониана возмущения H' между конечным и начальным состояниями. Для разрешенных β -переходов $C(Z, E_e, E_0) = 1$ [22].

Спектр антинейтрино $S_{\bar{\nu}}(E_{\bar{\nu}}; E_0, Z)$ получается заменой E_e в формуле (1.10) на $E_0 - E_{\bar{\nu}}$:

$$S_{\bar{\nu}}(E_{\bar{\nu}}; E_0, Z) = S_e(E_0 - E_{\bar{\nu}}; E_0, Z). \quad (1.11)$$

1.3 ПОСТРОЕНИЕ СУММАРНОГО СПЕКТРА ИЗОТОПА

При построении суммарного спектра бета-частиц и антинейтрино при β -распаде конкретного изотопа необходимо учитывать вероятностный характер самого распада (рисунок 1.1). Для большинства изотопов характерно наличие большого количества возможных β -переходов с разной степенью запрета и разной энергией перехода. Каждый такой переход может

произойти с некоторой вероятностью, определяемой его матричным элементом.

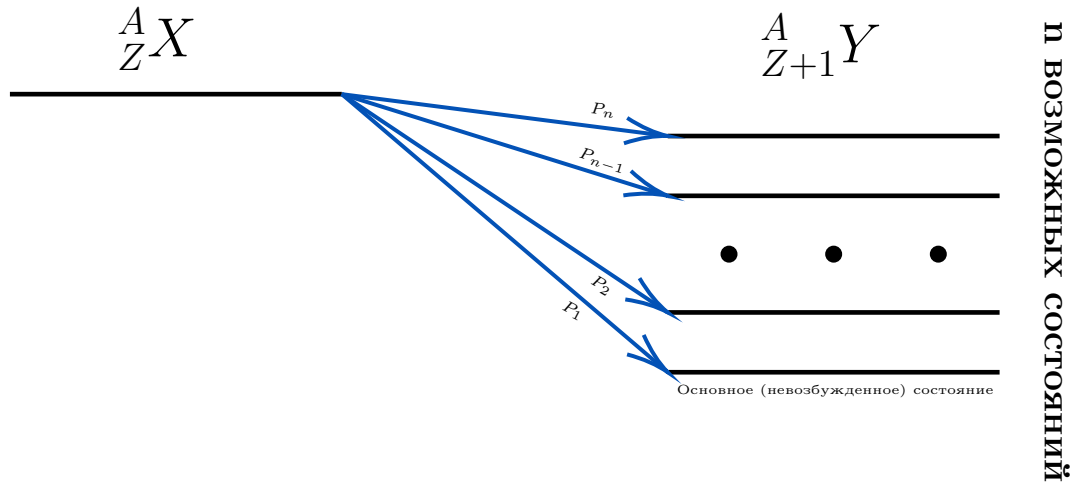


Рисунок 1.1 — Схема возможных β -переходов изотопа.

Для получения суммарного спектра изотопа необходимо просуммировать все одиночные спектры его возможных переходов с учетом вероятностей их реализации.

Таким образом, форма спектра бета-частиц и антинейтрино от распада изотопа представима в следующем виде:

$$S_e^{iso} = \sum_{k=1}^n P_k S_{ek}, \quad (1.12)$$

$$S_{\bar{\nu}}^{iso} = \sum_{k=1}^n P_k S_{\bar{\nu}k}, \quad (1.13)$$

где n — количество возможных переходов, P_k — вероятность k -го перехода, S_{ek} и $S_{\bar{\nu}k}$ — одиночные спектры k -го перехода (1.10, 1.11).

1.4 ПОСТРОЕНИЕ КУМУЛЯТИВНОГО СПЕКТРА ИЗОТОПА

Для получения кумулятивного спектра продуктов деления изотопа необходимо просуммировать спектры всех возможных дочерних ядер с учетом их кумулятивных выходов. Кумулятивный выход представляет собой

суммарную вероятность того, что определенное дочернее ядро образуется либо в результате непосредственно деления материнского ядра, либо как продукт деления одного из его осколков.

Форма кумулятивных спектров бета-частиц и антинейтрино представлена в следующем виде:

$$S_e^{tot} = \sum_j CY(Z, A) S_{ej}^{iso}, \quad (1.14)$$

$$S_{\bar{\nu}}^{tot} = \sum_j CY(Z, A) S_{\bar{\nu}j}^{iso}, \quad (1.15)$$

где $CY(Z, A)$ — кумулятивный выход изотопа с зарядовым числом Z и массовым числом A , а суммирование проводится по всем продуктам деления.

1.5 РЕКОНСТРУИРОВАНИЕ ПОЗИТРОННОГО СПЕКТРА

С момента открытия в экспериментах на ядерном реакторе, детектирование антинейтрино осуществляется, в основном, по реакции обратного бета-распада (ОБР):



Энергетический спектр позитронов реакции (1.16) получается сверткой спектральной плотности потока антинейтрино с дифференциальным сечением ОБР [23]:

$$\frac{dN_{e^+}}{dE_{e^+}}(E_{e^+}) = \epsilon N_p \int_{E_{\bar{\nu}} \min}^{E_{\bar{\nu}} \max} \Phi_{\bar{\nu}}(E_{\bar{\nu}}) \cdot \frac{d\sigma_{\text{IBD}}}{dE_{e^+}}(E_{e^+}, E_{\bar{\nu}}) dE_{\bar{\nu}}, \quad (1.17)$$

где ϵ — эффективность регистрации, зависящая от детектора, N_p — число протонов мишени, $\Phi_{\bar{\nu}}$ — спектральная плотность потока реакторных антинейтрино, σ_{IBD} — сечение реакции ОБР.

Связь спектральной плотности потока реакторных антинейтрино с

кумулятивным спектром антинейтрино представима в следующем виде:

$$\Phi_{\bar{\nu}}(E_{\bar{\nu}}) = \frac{1}{4\pi L^2} \sum_i N_{fis}^{(i)} S_{\bar{\nu}i}^{tot}(E_{\bar{\nu}}), \quad (1.18)$$

где $N_{fis}^{(i)}$ – число делений i -го изотопа в реакторе ($i = {}^{235}\text{U}, {}^{238}\text{U}, {}^{239}\text{Pu}, {}^{241}\text{Pu}$) в единицу времени, L – расстояние от детектора до реактора, $S_{\bar{\nu}i}^{tot}$ – кумулятивный спектр антинейтрино (1.15) продуктов деления i -го изотопа.

Число делений связано с тепловой мощностью реактора следующим образом:

$$P_{th} = \sum_i N_{fis}^{(i)} \varepsilon_i = N_{fis} \sum_i \alpha_i \varepsilon_i = N_{fis} \langle \varepsilon \rangle, \quad (1.19)$$

где N_{fis} – полное число делений в реакторе в единицу времени, α_i – доля делений i -го изотопа в смеси, ε_i – тепловая энергия, выделяемая при делении i -го изотопа, $\langle \varepsilon \rangle$ – средняя тепловая энергия, выделяемая при одном делении в реакторе.

Выражение для спектра позитронов реакции ОБР с учетом (1.18) и (1.19) представимо в следующем виде:

$$\frac{dN_{e^+}}{dE_{e^+}}(E_{e^+}) = \frac{\epsilon N_p P_{th}}{4\pi L^2 \langle \varepsilon \rangle} \sum_i \alpha_i \int_{E_{\bar{\nu} \min}^{E_{\bar{\nu} \max}}} S_{\bar{\nu}i}^{tot}(E_{\bar{\nu}}) \cdot \frac{d\sigma_{IBD}}{dE_{e^+}}(E_{e^+}, E_{\bar{\nu}}) dE_{\bar{\nu}}, \quad (1.20)$$

Нормировка на множитель, вынесенный за знак интеграла, позволяет перейти к более универсальной форме спектра, не зависящей от характеристик экспериментальной установки и конкретного реактора-источника:

$$S_{e^+}(E_{e^+}) = \sum_i \alpha_i \int_{E_{\bar{\nu} \min}^{E_{\bar{\nu} \max}}} S_{\bar{\nu}i}^{tot}(E_{\bar{\nu}}) \cdot \frac{d\sigma_{IBD}}{dE_{e^+}}(E_{e^+}, E_{\bar{\nu}}) dE_{\bar{\nu}}. \quad (1.21)$$

Такое представление спектра наиболее удобно для анализа и сравнения с экспериментальными данными, при этом $S_{e^+}(E_{e^+})$ имеет размерность $[\text{см}^2 / (\text{деление} \cdot \text{МэВ})]$.

Методы расчета дифференциального сечения ОБР представлены в работах [23; 24]. В системе покоя протона эта величина может быть выра-

жена в явном виде:

$$\frac{d\sigma_{\text{IBD}}}{dE_{e^+}}(E_{e^+}, E_\nu) = 2m_p \frac{G_F^2 |V_{ud}|^2}{2\pi(s - m_p^2)^2} |\mathcal{M}|^2 \quad (1.22)$$

при условии, что

$$E_{\bar{\nu}} \geq \frac{(m_n + m_e)^2 - m_p^2}{2m_p} \approx 1.806 \text{ МэВ}, \quad (1.23)$$

где G_F — постоянная Ферми слабого взаимодействия, V_{ud} — ud -элемент СКМ-матрицы смешивания, $s = (p_p^i + p_{\bar{\nu}}^i)^2 = 2m_p E_{\bar{\nu}}$ — мандельштамовская переменная, p^i — 4-импульс, m_p, m_n, m_e — массы протона, нейтрона и электрона соответственно. Явный вид функции \mathcal{M} представлен в работе [24].

Расчет ожидаемого спектра позитронов позволяет проводить сравнение теоретической модели с экспериментальными данными (эксперименты RENO [25], DayaBay [26], PROSPECT [27] и др.).

2 УЧЕТ ПОПРАВКОВ К СПЕКТРАМ β -ЧАСТИЦ И АНТИНЕЙТРИНО

Выражения (1.10) и (1.11) для формы спектров электронов и антинейтрино не учитывают всех тонкостей процесса β -распада. Для увеличения точности модели необходимо ввести к этим выражениям поправки, учитывающие те или иные физические факторы, влияющие на соответствующие спектры. В целях соответствия литературе и упрощения вида формул все выводы и выражения, представленные в этой главе, приведены в рациональной системе единиц ($\hbar = c = 1$).

2.1 ПОПРАВКА НА КОНЕЧНЫЙ РАЗМЕР ДОЧЕРНЕГО ЯДРА

Функция Ферми $F_0(Z, E_e)$, задаваемая выражением (1.9), получена в предположении о точечном характере распределения заряда в дочернем ядре. Учёт конечных размеров ядра приводит к тому, что уравнение Дирака для электрона в соответствующем кулоновском поле не имеет аналитического решения.

В работе [28] для согласования с известным аналитическим выражением для $F_0(Z, E_e)$ предложена модель, в которой дочернее ядро представляется в виде сферы радиуса R с равномерно распределённым зарядом, при этом величина R подбирается таким образом, чтобы воспроизводить экспериментальное значение среднеквадратичного радиуса заряда $\langle r^2 \rangle^{1/2}$. На основе численного решения уравнения Дирака в рамках данной модели в той же работе получена поправочная функция $L_0(Z, E)$, определяемая через соотношение

$$F(Z, E_e) = F_0(Z, E_e) \cdot L_0(Z, E_e), \quad (2.1)$$

где $F(Z, E_e)$ – функция Ферми, учитывающая конечный размер дочернего ядра.

Функция $L_0(Z, E)$, полученная в работе [28], имеет следующий вид:

$$L_0(Z, E) = 1 + \frac{13}{60}(\alpha Z)^2 - \frac{\alpha ZER(41 - 26\gamma)}{[15(2\gamma - 1)]} - \frac{\alpha ZR\gamma(17 - 2\gamma)}{[30E(2\gamma - 1)]} + a_{-1}\frac{R}{E} + \sum_{n=0}^5 a_n(ER)^n + 0.41(R - 0.0164)(\alpha Z)^{4.5}, \quad (2.2)$$

где $\gamma = \sqrt{1 - (\alpha Z)^2}$, $a_n = \sum_{j=1}^6 b_{j,n}(\alpha Z)^j$, а значения коэффициентов $b_{j,n}$ для электронов даны в таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Коэффициенты $b_{j,n}$ функции $L_0(Z, E)$ для электронов [28].

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6
a_{-1}	0.115	-1.8123	8.2498	-11.223	-14.854	32.086
a_0	-0.00062	0.007165	0.01841	-0.53736	1.2691	-1.5467
a_1	0.02482	-0.5975	4.84199	-15.3374	23.9774	-12.6534
a_2	-0.14038	3.64953	-38.8143	172.1368	-346.708	288.7873
a_3	0.008152	-1.15664	49.9663	-273.711	657.6292	-603.7033
a_4	1.2145	-23.9931	149.9718	-471.2985	662.1909	-305.6804
a_5	-1.5632	33.4192	-255.1333	938.5297	-1641.2845	1095.358

2.2 ПОПРАВКА НА КОНЕЧНЫЙ РАЗМЕР РОДИТЕЛЬСКОГО ЯДРА

Поправка на конечный размер родительского ядра связана с неточечностью слабого взаимодействия и, соответственно, необходимостью учитывать конечность длин волн лептонов и распределение нуклонов внутри ядра. Явный вид такой поправки зависит от разрешенности и типа перехода. В случае разрешенных переходов гамов–теллеровского типа она представляется в следующем виде [29]:

$$C(Z, E) \simeq 1 + C_0 + C_1E + C_2E^2 + C_{-1}/E, \quad (2.3)$$

где

$$C_0 = -\frac{1}{5}(E_0 R)^2 + \frac{4}{9}R^2 + \frac{2}{35}\alpha Z E_0 R - \frac{233}{630}(\alpha Z)^2 \quad (2.3a)$$

$$C_1 = \frac{4}{9}E_0 R^2 - \frac{4}{7}\alpha Z R \quad (2.3b)$$

$$C_2 = -\frac{4}{9}R^2 \quad (2.3c)$$

$$C_{-1} = -\frac{2}{45}E_0 R^2 - \frac{\alpha Z R}{70} \quad (2.3d)$$

2.3 РАДИАЦИОННЫЕ ПОПРАВКИ

Радиационные поправки связаны с тем, что заряженные частицы, участвующие в процессе распада, неизбежно взаимодействуют с квантовым электромагнитным полем, испуская и поглощая как виртуальные, так и реальные фотоны, что приводит к перераспределению энергии между продуктами распада и изменяет форму спектра. Аналитический вид для функций $g(E, E_0)$ и $h(E, E_0)$, описывающих радиационные поправки к спектрам электронов и антинейтрино соответственно, был получен в работах [30–32]:

$$\begin{aligned} g(E, E_0) = & \left\{ 1 + \frac{\alpha}{2\pi} \left[3 \ln m_p - \frac{3}{4} + \frac{4}{\beta} L_s \left(\frac{2\beta}{1+\beta} \right) + \right. \right. \\ & + 4 \left(\frac{\tanh^{-1} \beta}{\beta} - 1 \right) \left(\frac{E_0 - E}{3E} - \frac{3}{2} + \ln \left[\frac{2(E_0 - E)}{m_e} \right] \right) + \\ & + \frac{\tanh^{-1} \beta}{\beta} \left(2(1 + \beta^2) + \frac{(E_0 - E)^2}{6E^2} - 4 \tanh^{-1} \beta \right) - \\ & \left. \left. - 3 \ln \frac{m_p m_e}{2E_0} \right] \right\} \times \left\{ 1.026725 \left[1 - \frac{2\alpha}{3\pi} \ln \frac{2E_0}{m_e} \right]^{\frac{9}{4}} \right\}, \quad (2.4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h(E, E_0) = & 1 + \frac{\alpha}{2\pi} \left\{ 3 \ln \left(\frac{m_p}{m_e} \right) + \frac{23}{4} + \right. \\ & + \frac{8}{\hat{\beta}} L_s \left(\frac{2\hat{\beta}}{1+\hat{\beta}} + 8 \left(\frac{\tanh^{-1} \hat{\beta}}{\hat{\beta}} - 1 \right) \ln \left(\frac{2\hat{E}\hat{\beta}}{m_e} \right) + \right. \end{aligned}$$

$$+ 4 \frac{\tanh^{-1} \hat{\beta}}{\hat{\beta}} \left[\frac{7 + 3\hat{\beta}^2}{8} - 2 \tanh^{-1} \hat{\beta} \right] \Bigg\}, \quad (2.5)$$

где $\hat{E} = E_0 - E_\nu$, $\hat{\beta} = \frac{\hat{p}}{\hat{E}}$, $\hat{p} = \sqrt{\hat{E}^2 - m_e^2}$, а $L_s(x)$ – функция Спенса, также известная как дилогарифм:

$$L_s(x) = \int_0^x \frac{\ln(1-t)}{t} dt = -\text{Li}_2(x). \quad (2.6)$$

2.4 УЧЕТ ЭКРАНИРОВАНИЯ

Для корректного описания формы β -спектра необходимо учесть влияние атомной электронной оболочки на динамику испускаемых частиц. Электроны оболочки частично экранируют кулоновское поле дочернего ядра, вследствие чего эффективный потенциал, действующий на вылетающую бета-частицу, ослабевает. Данный эффект наиболее существенно проявляется в низкоэнергетической области β -спектра.

Несмотря на существование различных моделей экранирующего потенциала, их предсказания согласуются между собой в пределах нескольких процентов [29]. Для расчетов была выбрана модель, предложенная в работе [33]:

$$S(Z, E) = \begin{cases} \left(\frac{\bar{E}}{E} \right) \left(\frac{\bar{p}}{p} \right)^{(2\gamma-1)} e^{\pi(\bar{y}-y)} \frac{|\Gamma(\gamma+i\bar{y})|^2}{|\Gamma(\gamma+iy)|^2}, & \bar{E} > m_e; \\ 1, & \bar{E} < m_e, \end{cases} \quad (2.7)$$

где $\bar{E} = E - V_0$, $\bar{p} = \sqrt{\bar{E}^2 - m_e^2}$, $y = \frac{\alpha ZE}{p}$, $\bar{y} = \frac{\alpha Z \bar{E}}{\bar{p}}$, а V_0 – потенциал экранирования, заданный в виде:

$$V_0 = \alpha^2 (Z-1)^{\frac{4}{3}} N(Z-1). \quad (2.8)$$

В этом выражении $N(Z)$ – линейная интерполяция значений из таблицы (2.2).

Таблица 2.2 — Узлы сеточной функции $N(Z)$ для параметризации поправки на учет экранирования [33].

Z	1	8	13	16	23	27	29	49	84	92
$N(Z)$	1.000	1.420	1.484	1.497	1.520	1.544	1.561	1.637	1.838	1.907

2.5 СЛАБЫЙ МАГНЕТИЗМ

Поправка на слабый магнетизм вызвана интерференцией между вкладом гамов-теллеровского механизма и вкладом, обусловленным разностью электромагнитных форм-факторов нуклонов, в слабое взаимодействие, что эффективно можно воспринимать, как взаимодействие магнитного момента ядра и β -частицы. В случае разрешенных переходов гамма-теллеровского типа выражение для этой поправки представимо в следующем виде [34]:

$$\mathcal{W}(E, E_0) = 1 + \delta_{WM} = 1 + \frac{2\mu_\nu - 1/2}{3 M_N g_A} (E_e \beta^2 - (E_0 - E_e)), \quad (2.9)$$

где M_N — масса нуклона, μ_ν — изовекторный магнитный момент нуклона, g_A — постоянная аксиально-векторного взаимодействия.

2.6 «ЭФФЕКТ ОБМЕНА»

Неортогональность волновых функций атомов в начальном и конечном состояниях при β -распаде допускает дополнительные косвенные процессы, посредством которых могут испускаться электроны. В случае «эффекта обмена» эта неортогональность оставляет возможность испускания β -частицы непосредственно в связанное состояние дочернего атома, тем самым вытесняя первоначально связанный с этим атомом электрон. Экспериментально невозможно отличить этот непрямой процесс от обычного β -распада, поэтому вводится дополнительная коррекция для экспериментально полученных спектров. В теоретической модели, в свою очередь, необходимо учесть обратную коррекцию для лучшего сходства с экспери-

ментальными данными.

В настоящей работе для учета этого эффекта используется эмпирическая формула, полученная в работе [29]:

$$X(Z, E) \approx 1 + a/W' + b/W'^2 + c \cdot \exp(-dW') + e \cdot \sin[(W - f)^g + h]/W^i, \quad (2.10)$$

где $W' = W - 1$, $W = \frac{E}{m_e}$, а параметры (a, b, \dots, i) протабулированы для каждого значения Z и представлены в приложении к работе [29].

2.7 ЗАПАЗДЫВАНИЕ ПЕРЕСТРОЙКИ ЭЛЕКТРОННОЙ ОБОЛОЧКИ

«Атомная несогласованность» (в англоязычной литературе – «Atomic mismatch») — это эффект, возникающий при β -распаде, когда внезапное изменение заряда ядра происходит гораздо быстрее, чем электронная оболочка атома успевает перестроиться в новое основное состояние, что приводит к тому, что атом оказывается в возбуждённом состоянии с электронной конфигурацией, соответствующей исходному ядру. Это временное несоответствие между изменением заряда ядра и перераспределением электронов затем компенсируется через процессы перестройки оболочки — внутренней конверсией, испусканием Оже-электронов или рентгеновского излучения — что влияет на полную энергию, выделяющуюся при распаде.

Аналитическое выражение для учета описанного эффекта было получено в работе [35]:

$$r(Z, E, E_0) = 1 - \frac{2}{E_0 - E} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial Z^2} B(Z) + 2(C_0 + C_1) \right), \quad (2.11)$$

где C_0 и C_1 — поправочные коэффициенты, подробно описанные в работе [35], а $B(Z)$ — энергия связи для нейтрального атома с $(Z + 1)$ протонами.

Вторая производная, входящая в выражение (2.11), может быть параметризована как функция от параметра Z [36]:

$$\frac{\partial^2}{\partial Z^2} B(Z) = 44.200Z^{0.41} + 2.3196 \cdot 10^{-7} \cdot Z^{4.45} \quad [\text{эВ}]. \quad (2.12)$$

2.8 УЧЕТ ЗАПРЕЩЕННОСТИ ПЕРЕХОДОВ

Запрещёнными называют β -переходы, при которых в силу значительного различия начального и конечного ядерных состояний (изменение спина $\Delta J \geq 2$ или противоположная чётность $\pi = -1$) лептонная пара вынуждена уносить с собой ненулевой орбитальный угловой момент ($L \geq 1$). В таком случае в разложении полного матричного элемента перехода доминируют высшие мультипольные компоненты, причем они подавлены пропорционально $(pR)^{2L}$. Такие переходы классифицируются по степени запрещенности L и делятся на уникальные (с одним доминирующим ядерным матричным элементом) и неуникальные (со сложной интерференцией ядерных матричных элементов). Каждой степени и типу запрета соответствует свой набор требований к изменению спина и чётности ядра, а также характерная форма энергетического спектра испускаемых электронов.

В настоящей работе был проведен анализ отношения вкладов переходов различных типов и степеней запрещенности в кумулятивные спектры исследуемых изотопов. Полученные относительные вклады приведены в таблице 2.3. Тип «А» соответствует разрешенным переходам, тип «S» – суперразрешенным переходам (с изменением спин-четности $0^+ \rightarrow 0^+$), типы «XU» и «XNU» – переходам уникального и неуникального типа соответственно со степенью запрещенности X.

Таблица 2.3 — Относительные вклады различных типов переходов в кумулятивные спектры исследуемых изотопов.

	A	1U	1NU	2U	2NU	3U
^{235}U	40.16%	12.69%	27.67%	0.07%	3.79%	<0.01%
^{238}U	43.77%	8.87%	24.88%	0.07%	3.57%	<0.01%
^{239}Pu	48.06%	8.50%	23.51%	0.07%	4.38%	<0.01%
^{241}Pu	47.82%	7.09%	23.52%	0.07%	3.72%	<0.01%

	3NU	4U	4NU	5NU	S	Неизвестный тип
^{235}U	0.47%	<0.01%	0.01%	0.03%	<0.01%	15.09%
^{238}U	0.29%	<0.01%	0.02%	0.06%	<0.01%	18.46%
^{239}Pu	0.20%	<0.01%	0.03%	0.02%	<0.01%	15.22%
^{241}Pu	0.15%	<0.01%	0.04%	0.03%	0.01%	17.55%

Из приведенных данных следует, что учётом специфики формы переходов первой степени запрещенности нельзя пренебречь ввиду большого количества таких переходов. Однако, в силу малости суммарного вклада в кумулятивный спектр, можно пренебречь отдельным учетом переходов старших степеней запрещенности.

Выражения для фактора формы и поправок на слабый магнетизм для разрешенных переходов и переходов первой степени запрещенности были получены в работе [37]:

$$\text{Allowed : } \begin{cases} C(E, E_\nu) = 1 \\ \delta_{WM} = \frac{2}{3} \frac{\mu_\nu - 1/2}{MNgA} (E_e \beta^2 - (E_0 - E_e)) \end{cases} \quad (2.13a)$$

$$\text{1st Unique : } \begin{cases} C(E, E_\nu) = \frac{R^2}{9} (E_\nu^2 + p_e^2 \tilde{F}_{p_{1/2}}) \\ \delta_{WM} = \frac{3}{5} \frac{\mu_\nu - 1/2}{MNgA} \frac{(E_e \beta^2 - E_\nu)(p_e^2 + E_\nu^2) + 2\beta^2 E_e E_\nu (E_\nu - E_e)/3}{p_e^2 + E_\nu^2} \end{cases} \quad (2.13b)$$

$$\text{1st NonUnique : } \begin{cases} C(E, E_\nu) = \frac{R^2}{9} (E_\nu^2 + p_e^2 \tilde{F}_{p_{1/2}} + 2p_e E_\nu \tilde{F}_{sp_{1/2}}) \\ \delta_{WM} = 0 \end{cases} \quad (2.13c)$$

$$\text{1st NonUnique : } \begin{cases} C(E, E_\nu) = \frac{R^2}{9} (E_\nu^2 + \frac{2}{3} p_e^2 \tilde{F}_{p_{1/2}} + \frac{1}{3} p_e^2 \tilde{F}_{p_{3/2}} - \frac{4}{3} E_\nu p_e \tilde{F}_{sp_{1/2}}) \\ \delta_{WM} = \frac{\mu_\nu - 1/2}{MNgA} \frac{(E_e \beta^2 - E_\nu)(p_e^2 + E_\nu^2) + 2\beta^2 E_e E_\nu (E_\nu - E_e)/3}{p_e^2 + E_\nu^2 - 4\beta^2 E_\nu E_e/3} \end{cases} \quad (2.13d)$$

Функции $\tilde{F}_{p_{3/2}}, \tilde{F}_{p_{1/2}}, \tilde{F}_{sp_{1/2}}$ в приведенных выражениях – Ферми-подобные функции, определенные следующим образом [37]:

$$\tilde{F}_{p_{3/2}}(E_e, Z) \simeq F_1(E, Z)/F_0(E, Z), \quad (2.14a)$$

$$\tilde{F}_{p_{1/2}}(E_e, Z, R) \simeq \left[\left(\frac{\alpha Z}{2} + \frac{E_e R}{3} \right)^2 + \left(\frac{m_e R}{3} \right)^2 - \frac{2m_e^2 R}{3E_e} \left(\frac{\alpha Z}{2} + \frac{E_e R}{3} \right) \right] / j_1^2(p_e R), \quad (2.14b)$$

$$\tilde{F}_{sp_{1/2}}(E_e, Z, R) \simeq \left[\left(\frac{\alpha Z}{2} + \frac{E_e R}{3} \right) - \frac{m_e^2 R}{3E_e} \right] / (j_0(p_e R) j_1(p_e R)), \quad (2.14c)$$

где $j_0(x), j_1(x)$ – сферические функции Бесселя, а F_0 и F_1 – функции Ферми нулевого и первого порядка, описанные в работе [38].

2.9 ВЛИЯНИЕ ПОПРАВОК НА ФОРМУ СПЕКТРОВ

Вклад каждой из описанных в настоящей главе поправок приведен в таблице 2.4 и проиллюстрирован на рисунках 2.1 и 2.2. Как можно видеть, вклад поправок в мягкой области составляет порядка 10% для бета-спектра и порядка 5% для спектра антинейтрино. В жесткой области вклады составляют порядка 15% и 6% соответственно.

Влияние уровня и типа запрещенности переходов на одиночный спектр проиллюстрировано на рисунке 2.3. Наиболее сильно от разрешенных переходов отличаются переходы неуникального типа первой степени запрета с изменением спин-четности 1^- . Переходы того же типа с изменением спин-четности 0^- , в свою очередь, наиболее близки к разрешенным и отличаются от них менее чем на 0.1%.

Таблица 2.4 — Сводная таблица используемых в настоящей работе поправок к спектрам β -частиц и антинейтрино

Обозначение	Учитываемый физический фактор	Вклад в спектр	Формула
$L_0(Z, E)$	Поправка на конечный размер дочернего ядра	$\approx 4\%$	2.2
$C(Z, E)$	Поправка на конечный размер родительского ядра	$\approx 2.5\%$	2.3
$g(E, E_0)$	Радиационные поправки (β)	$\approx 6\%$ (β)	2.4
$h(E, E_0)$	Радиационные поправки ($\bar{\nu}$)	$\approx 1\%$ ($\bar{\nu}$)	2.5
$S(Z, E)$	Учет экранирования	$\approx 2.5\%$	2.7
$\mathcal{W}(E, E_0)$	Слабый магнетизм	$\approx 2\%$	2.9
$X(Z, E)$	«Эффект обмена»	$\approx 2.5\%$	2.10
$r(Z, E, E_0)$	Запаздывание перестройки электронной оболочки	$\approx 2\%$	2.11

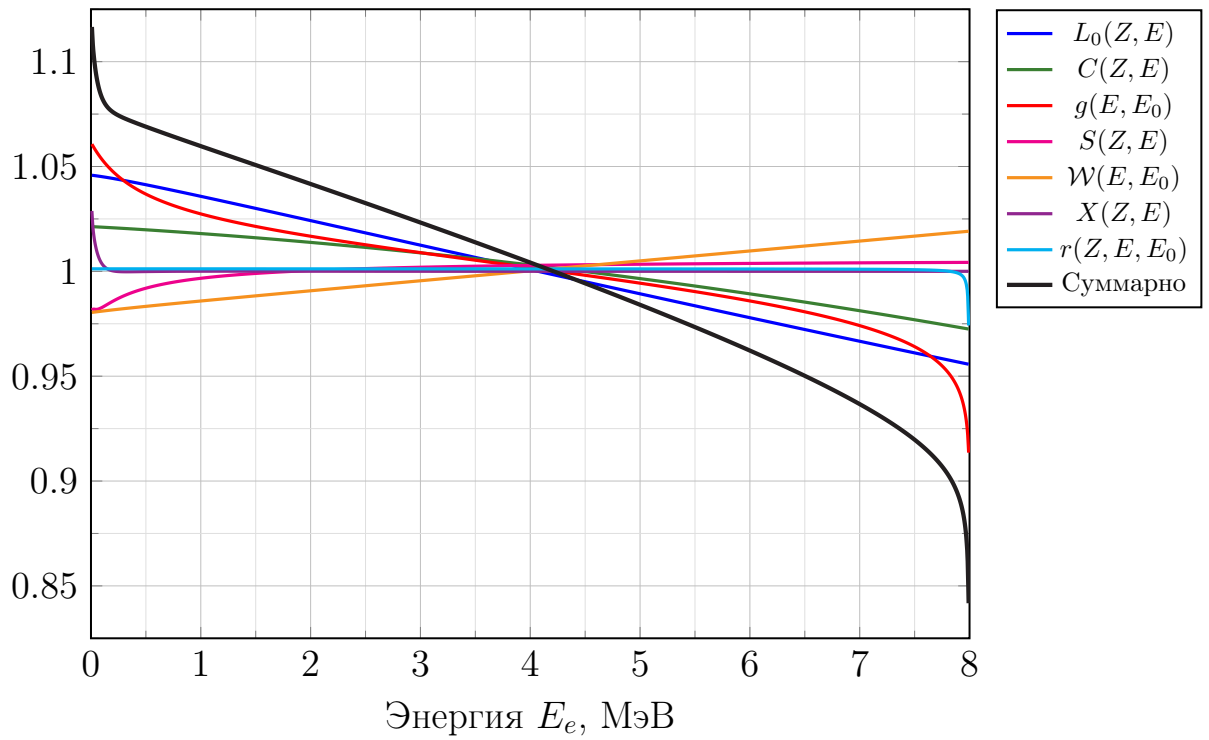


Рисунок 2.1 — Вклад поправок в форму одиночного синтетического бета-спектра ($Z=46$, $E_0 - m_e = 8$ МэВ, переход полагается разрешенным)

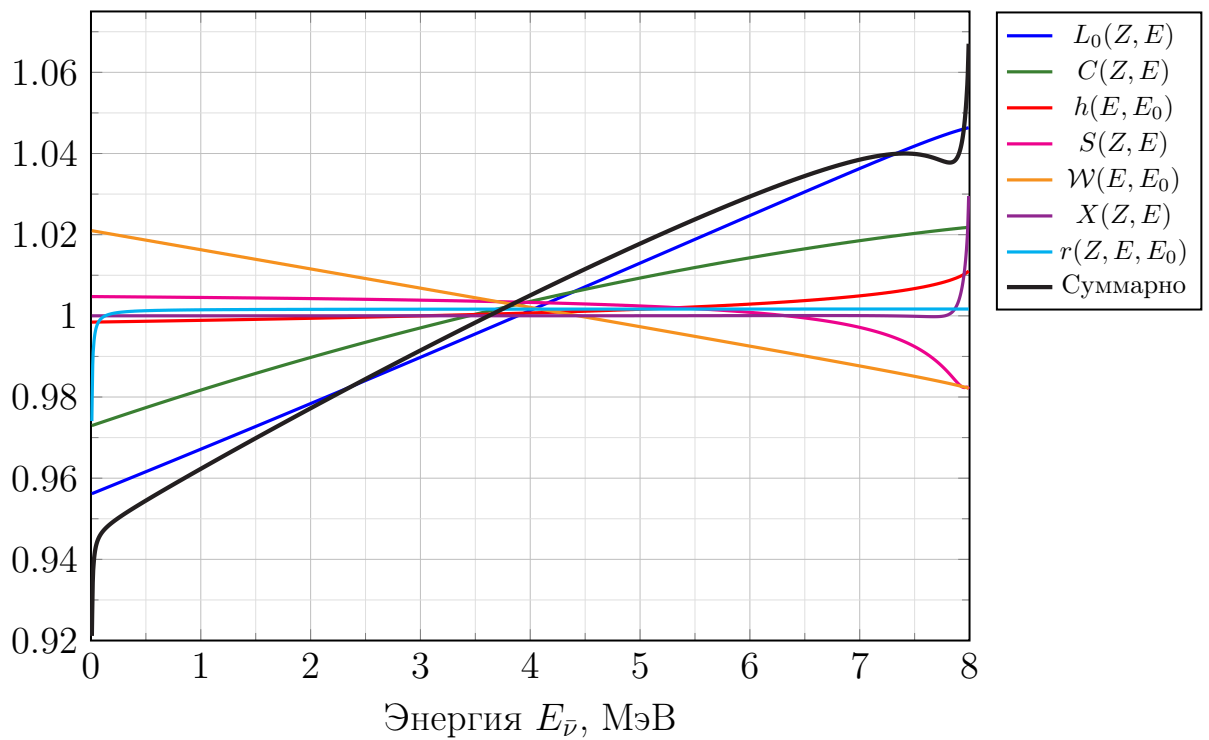


Рисунок 2.2 — Вклад поправок в форму одиночного синтетического спектра антинейтрино ($Z=46$, $E_0 - m_e = 8$ МэВ, переход полагается разрешенным)

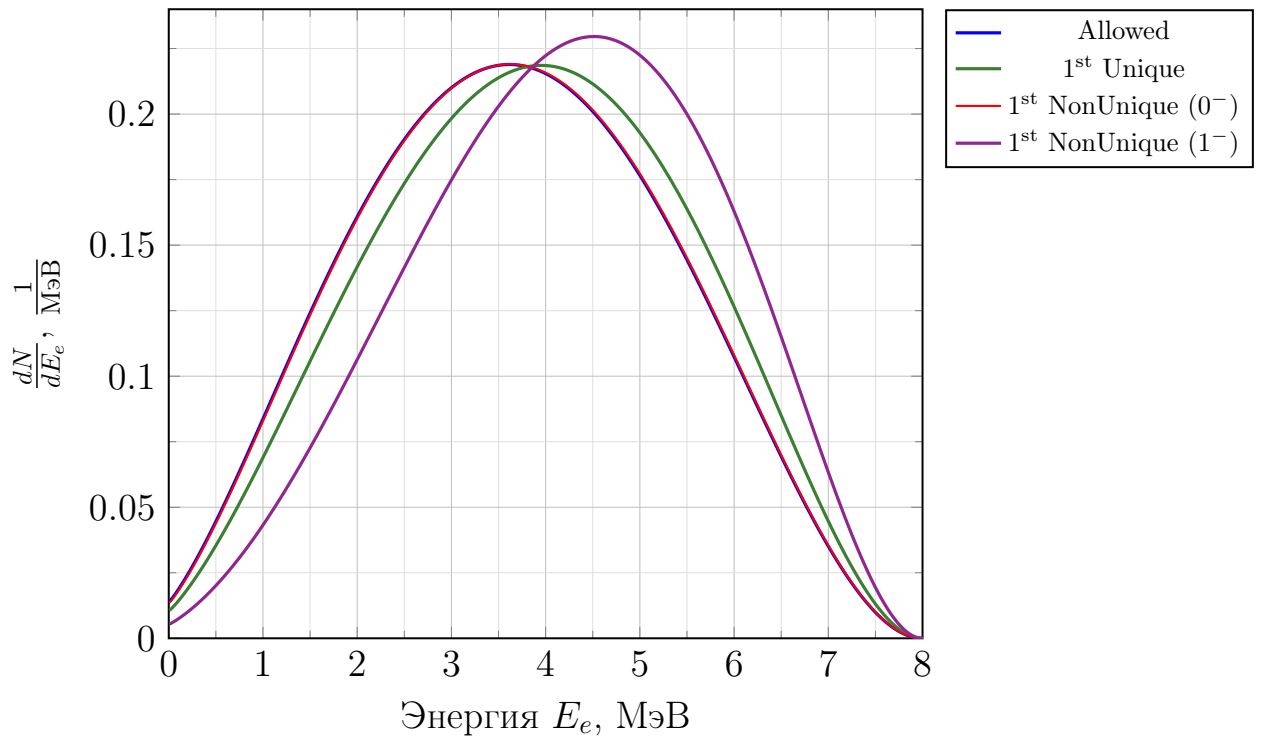


Рисунок 2.3 — Влияние степени и типа запрещенности на одиночный синтетический бета-спектр ($Z=46$, $E_0 - m_e = 8$ МэВ)

3 РАСЧЕТ ОШИБОК МОДЕЛЬНЫХ СПЕКТРОВ

3.1 РАСЧЕТ ОШИБОК СПЕКТРОВ ОТДЕЛЬНЫХ ИЗОТОПОВ

Для каждого одиночного распада изотопа случайно варьировались значения вероятности перехода P и энергии перехода E_0 :

$$P_j \sim \mathcal{N}(P_j, \sigma_{P_j}), \quad (3.1a)$$

$$E_{0,j} \sim \mathcal{N}(E_{0,j}, \sigma_{E_{0,j}}), \quad (3.1b)$$

где σ_{P_j} и $\sigma_{E_{0,j}}$ – погрешности соответствующих величин, взятые из экспериментальных баз данных.

Для каждой итерации k строился спектр $S_{(k)}^{iso}$ согласно выражениям (1.12, 1.13). После N итераций для каждого энергетического бина E_i были рассчитаны среднее значение и ошибка:

$$S^{iso}(E_i) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N S_{(k)}^{iso}(E_i), \quad (3.2a)$$

$$\sigma_{S^{iso}}(E_i) = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N \left(S_{(k)}^{iso}(E_i) - S^{iso}(E_i) \right)^2}. \quad (3.2b)$$

3.2 РАСЧЕТ ОШИБОК КУМУЛЯТИВНЫХ СПЕКТРОВ

Для каждого изотопа, дающего вклад в кумулятивный спектр, случайно варьировались значения кумулятивного выхода Y и значения S^{iso} в

энергетическом бине E_i :

$$Y_j^{(k)} \sim \mathcal{N}(Y_j, \sigma_{Y_j}), \quad (3.3a)$$

$$S_{(k)}^{iso} \sim \mathcal{N}(S^{iso}, \sigma_{S^{iso}}), \quad (3.3b)$$

где σ_{Y_j} – погрешность кумулятивного выхода из используемой библиотеки ядерных данных.

Для каждой итерации k строился спектр $S_{(k)}^{tot}$ согласно выражениям (1.14, 1.15). После N итераций для каждого энергетического бина так же были рассчитаны среднее значение и ошибка:

$$S^{tot} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N S_{(k)}^{tot}, \quad (3.4a)$$

$$\sigma_{S^{tot}} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N \left(S_{(k)}^{tot} - S^{tot} \right)^2}. \quad (3.4b)$$

3.3 РАСЧЕТ ОШИБОК ПОЗИТРОННЫХ СПЕКТРОВ

Позитронный спектр S_{e^+} рассчитывается согласно выражению (1.21). Множитель $\frac{d\sigma_{IBD}}{dE_{e^+}}$ как функция от аргумента $E_{\bar{\nu}}$ при фиксированном значении E'_{e^+} приближённо представляется дельта-функцией $\delta((E'_{e^+} - \Delta) - E_{\bar{\nu}})$, где Δ – разность масс нейтрона и протона. Таким образом, вклад в погрешность позитронного спектра в некоторой точке E'_{e^+} дает только погрешность кумулятивного спектра антинейтрино в точке $E_{\bar{\nu}}^* = E'_{e^+} - \Delta$ и погрешность самого сечения ОБР:

$$\sigma_{S_{e^+}}(E'_{e^+}) = \sqrt{\sigma_{S_{\bar{\nu}}}^2(E_{\bar{\nu}}^*) + \sigma_{\sigma_{IBD}}^2}. \quad (3.5)$$

4 ВОССТАНОВЛЕНИЕ НЕИЗВЕСТНЫХ СХЕМ РАСПАДОВ

В настоящей работе все необходимые для расчета модельных спектров экспериментально полученные данные (вероятности в схемах переходов, кумулятивные выходы) брались из библиотеки ядерных экспериментальных данных JENDL (Japanese Evaluated Nuclear Data Library) и из библиотеки ядерных баз данных ENSDF (Nuclear Data Services).

Из ~ 800 изотопов, дающих вклад в кумулятивные спектры продуктов деления ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu , для ~ 300 изотопов нет никакой информации об их схемах распада. Их суммарный вклад в кумулятивный спектр составляет порядка 3-6%, поэтому пренебречь ими нельзя. В связи с этим возникает необходимость определения недостающих параметров.

В настоящей работе восстановление неизвестных схем распадов проводилось на основе следующих предположений:

- Чем выше энергия распада – тем большим числом переходов предполагается описывать спектр;
- При особенно высоких энергиях распада у нейтрон-избыточных ядер учитывается наличие конкурентного канала – испускание нейтрона;
- У близких по заряду, массе и энергии распада ядер схемы распада полагаются схожими;
- В случае значительной неопределенности предполагаемых параметров для изотопа выбирается та конфигурация распада, которая дает наилучшее соответствие с экспериментальными данными.

5 АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ СПЕКТРОВ

5.1 СРАВНЕНИЕ СПЕКТРОВ ОТДЕЛЬНЫХ ИЗОТОПОВ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

Для валидации полученных с использованием изложенной теоретической модели спектров было проведено сравнение с экспериментальными данными и данными, полученными с помощью других методов расчета. На рисунках 5.1, 5.2 приведено сравнение модельных спектров изотопов ^{92}Rb и ^{142}Cs с экспериментальными данными, полученными в работе [39]. На рисунке 5.3 приведено сравнение модельного спектра ^{36}Cl с данными, полученными с использованием ПО FLUKA [40].

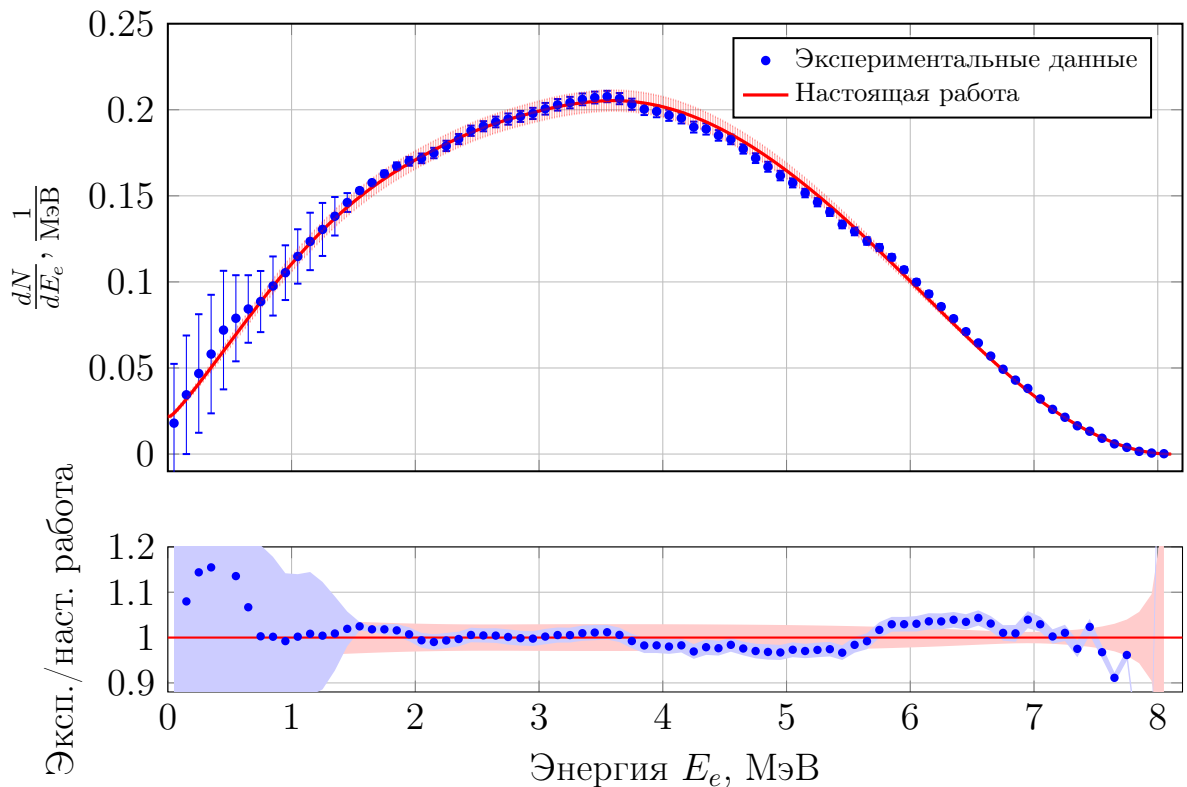


Рисунок 5.1 — Спектр бета-частиц от распада ^{92}Rb .

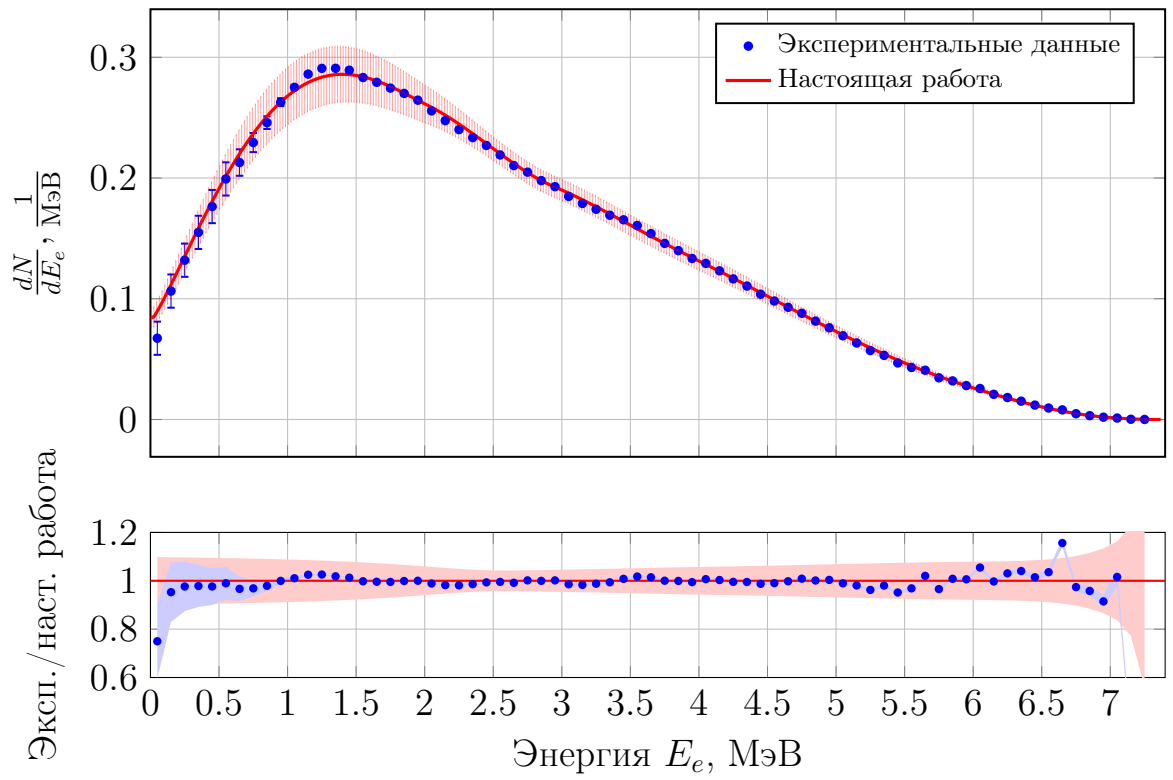


Рисунок 5.2 — Спектр бета-частиц от распада ^{142}Cs .

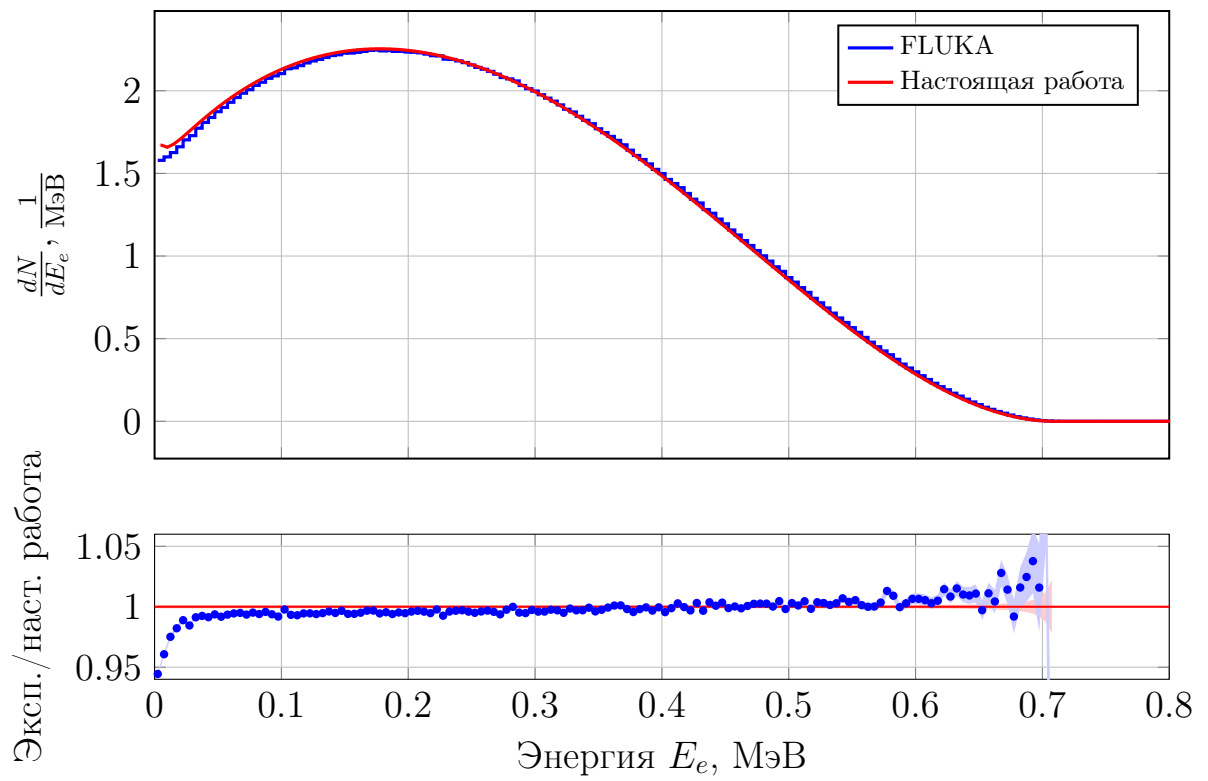


Рисунок 5.3 — Спектр бета-частиц от распада ^{36}Cl .

Полученные модельные значения хорошо согласуются с экспериментальными и расчетными данными, из чего можно сделать вывод, что модель правильно описывает спектры отдельных изотопов.

5.2 СРАВНЕНИЕ КУМУЛЯТИВНЫХ СПЕКТРОВ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ И ДРУГИМИ МОДЕЛЯМИ

Для дальнейшей валидации модели были использованы полученные согласно (1.14, 1.15) кумулятивные спектры антинейтрино продуктов деления ^{235}U , ^{239}Pu , ^{241}Pu тепловыми нейтронами и деления ^{238}U быстрыми нейтронами. По ним были реконструированы позитронные спектры согласно выражению (1.21).

Сравнение модельных позитронных спектров с экспериментально полученными в работах [25; 26] значениями приведены на рисунках 5.4, 5.5. На тех же рисунках приведено сравнение с другой моделью BESTIOLE (Beta Energy Spectrum Tool for an Improved Optimal List of Elements) [16]. Данная модель была выбрана для сравнения по следующим причинам:

- Данная модель, как и модель в настоящей работе, построена на методе прямого суммирования;
- Данная модель является одной из последних на момент написания настоящей работы.

Также на рисунках приведено сравнение с еще одной *ab initio* моделью EF [18], которая считалась лучшей до публикации модели BESTIOLE.

Из сравнения можно сделать вывод, что модельные спектры, полученные в настоящей работе, имеют лучшее соответствие с экспериментальными данными, чем спектры конкурентных моделей.

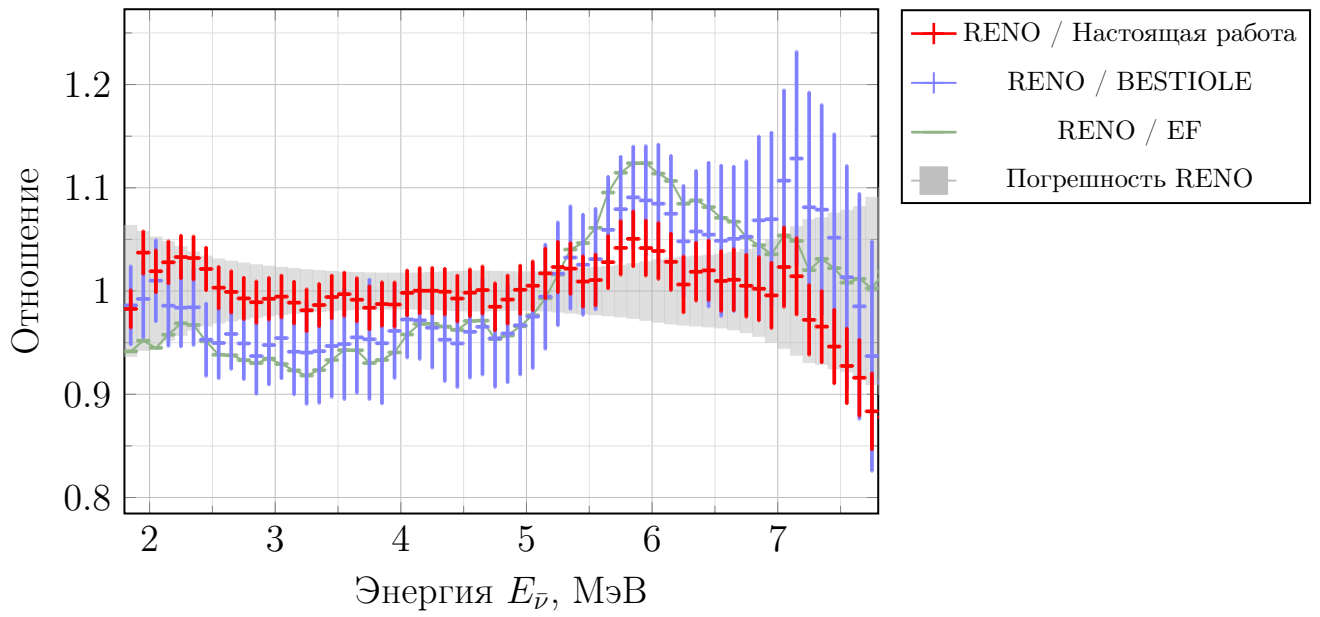


Рисунок 5.4 — Отношение экспериментального позитронного спектра (RENO [25]) от деления смеси изотопов к модельным позитронным спектрам.

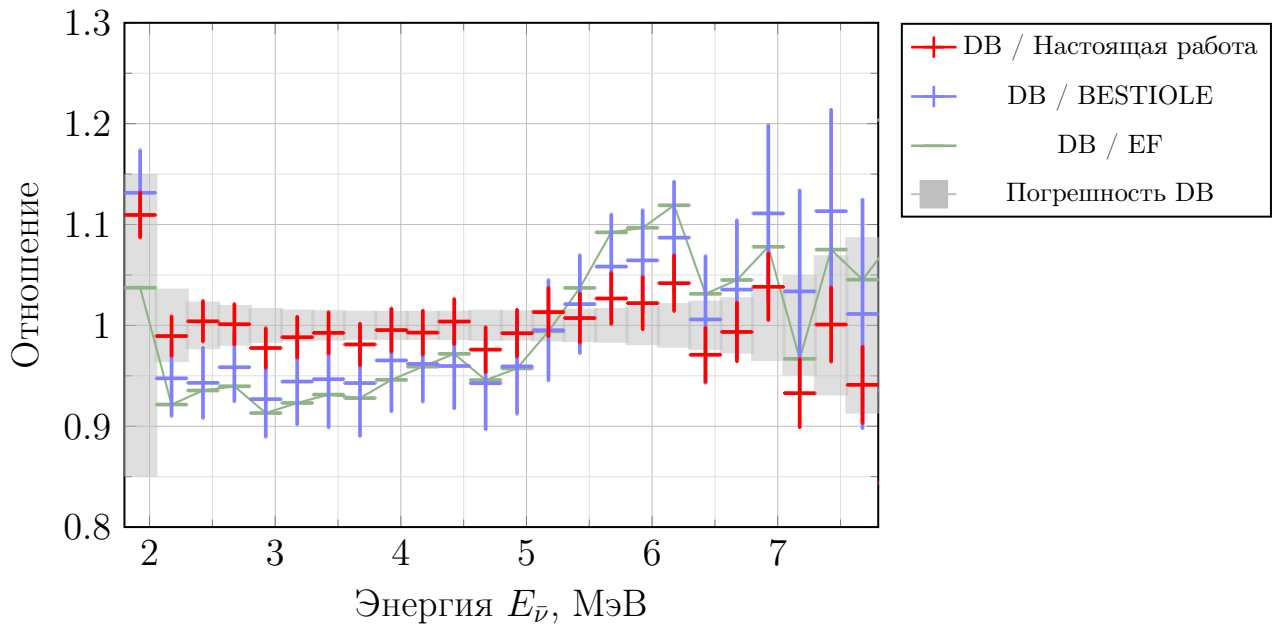


Рисунок 5.5 — Отношение экспериментального позитронного спектра (Daya Bay [26]) от деления смеси изотопов к модельным позитронным спектрам.

5.3 СРАВНЕНИЕ ВЫХОДОВ ОБР С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ И ДРУГИМИ МОДЕЛЯМИ

Модель была дополнительно провалидирована сравнением получаемых с ее помощью выходов ОБР с данными от различных реакторных экспериментов. Измеренные в них выходы $\sigma_{IBD} = \int_{E_{\bar{\nu}}^{min}}^{E_{\bar{\nu}}^{max}} S_{\bar{\nu}}(E_{\bar{\nu}})\sigma_{IBD}(E_{\bar{\nu}})dE_{\bar{\nu}}$ и доли изотопов урана и плутония в топливе приведены в таблице 5.1.

Рассчитанные отношения экспериментальных выходов ОБР к модельным для наиболее известных реакторных экспериментов приведены на рисунке 5.6. Среднее по перечисленным экспериментам отношение составило $\bar{R} = 1.00 \pm 0.07$, что указывает на то, что в настоящей модели реакторная антинейтринная аномалия не наблюдается.

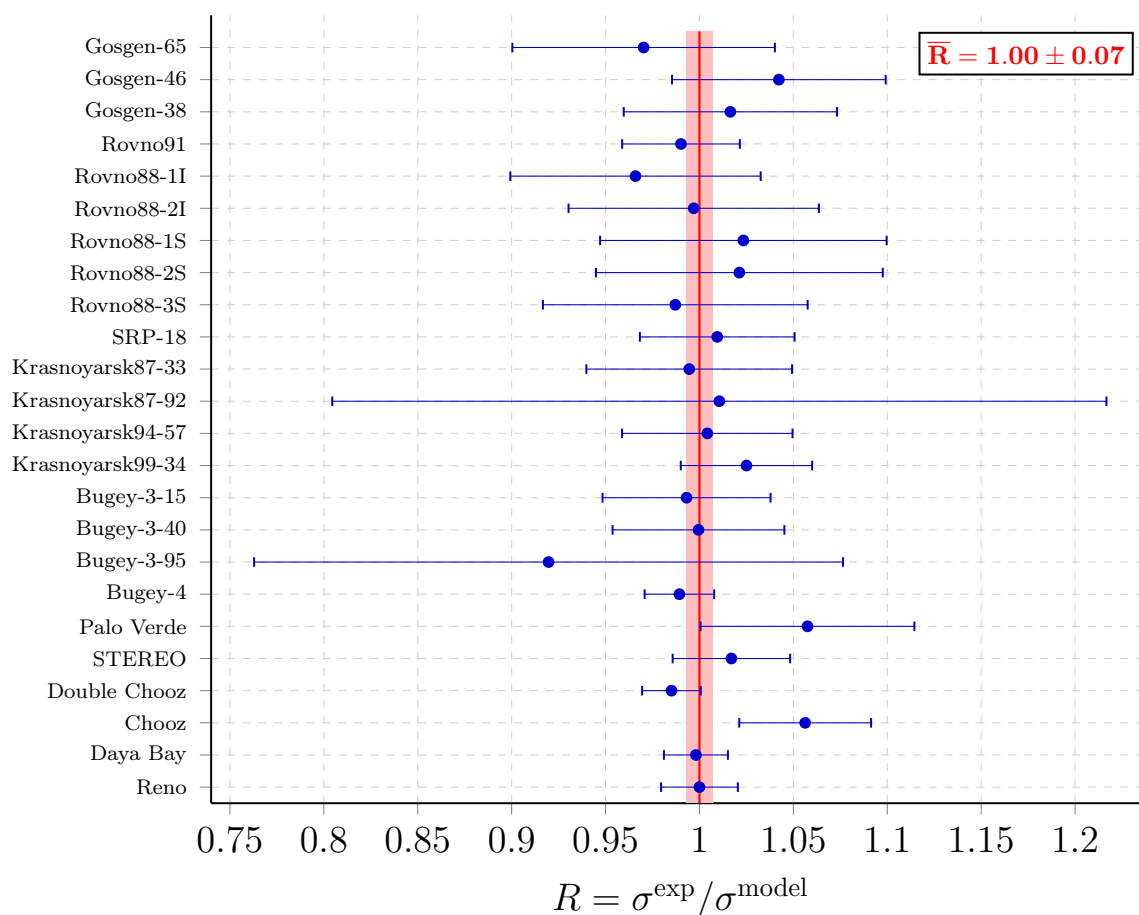


Рисунок 5.6 — Отношение экспериментального выхода ОБР к модельному для различных экспериментов.

Таблица 5.1 — Список полученных на реакторных экспериментах выходов ОБР.

Эксперимент	α_{235}	α_{238}	α_{239}	α_{241}	$\sigma^{\text{exp}}, 10^{-43} \frac{\text{см}^2}{\text{деление}}$
Gosgen-65 [41]	0.543	0.070	0.329	0.058	5.615 ± 0.399
Gosgen-46 [41]	0.584	0.068	0.298	0.050	6.090 ± 0.324
Gosgen-38 [41]	0.619	0.067	0.272	0.042	5.989 ± 0.326
Rovno91 [42]	0.614	0.074	0.274	0.038	5.850 ± 0.170
Rovno88-1I [43]	0.607	0.074	0.277	0.042	5.700 ± 0.387
Rovno88-2I [43]	0.603	0.076	0.276	0.045	5.890 ± 0.387
Rovno88-1S [43]	0.606	0.074	0.277	0.043	6.040 ± 0.444
Rovno88-2S [43]	0.557	0.076	0.313	0.054	5.960 ± 0.440
Rovno88-3S [43]	0.606	0.074	0.274	0.046	5.830 ± 0.410
SRP-18 [44]	1.000	0.000	0.000	0.000	6.293 ± 0.231
Krasnoyarsk87-33 [45]	1.000	0.000	0.000	0.000	6.200 ± 0.323
Krasnoyarsk87-92 [45]	1.000	0.000	0.000	0.000	6.300 ± 1.280
Krasnoyarsk94-57 [46]	1.000	0.000	0.000	0.000	6.260 ± 0.260
Krasnoyarsk99-34 [47]	1.000	0.000	0.000	0.000	6.390 ± 0.186
Bugey-3-15 [48]	0.538	0.078	0.328	0.056	5.772 ± 0.251
Bugey-3-40 [48]	0.538	0.078	0.328	0.056	5.809 ± 0.257
Bugey-3-95 [48]	0.538	0.078	0.328	0.056	5.345 ± 0.909
Bugey-4 [49]	0.538	0.078	0.328	0.056	5.750 ± 0.084
Palo Verde [50]	0.600	0.070	0.270	0.060	6.253 ± 0.327
STEREO [51]	1.000	0.000	0.000	0.000	6.340 ± 0.159
Double Chooz [52]	0.520	0.087	0.333	0.060	5.710 ± 0.063
Chooz [53]	0.496	0.087	0.351	0.066	6.117 ± 0.191
Daya Bay [26]	0.564	0.076	0.304	0.056	5.840 ± 0.072
RENO [25]	0.571	0.073	0.300	0.056	5.852 ± 0.097

Также на рисунке 5.7 приведено сравнение выходов ОБР для изотопов урана и плутония, рассчитанных с использованием различных моделей:

- Модель конверсии Huber-Mueller (HM) [13; 14];
- Модель конверсии НИЦ «Курчатовский институт» (KI) [54];
- *ab initio* модель BESTIOLE [16];
- *ab initio* модель EF [18];
- Модель, полученная в настоящей работе.

Как видно из сравнения, настоящая модель лучше всего согласуется с предсказаниями модели конверсии НИЦ «Курчатовский институт».

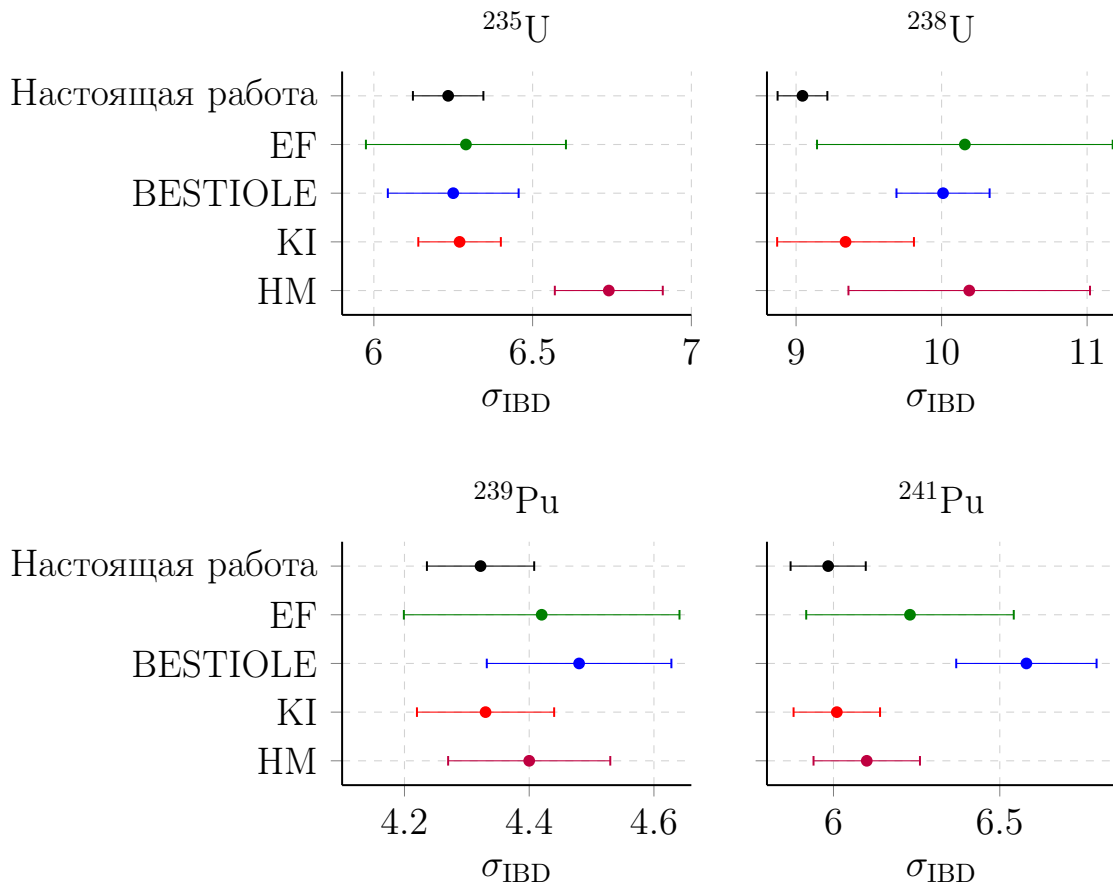


Рисунок 5.7 — Выходы ОБР для изотопов урана и плутония, рассчитанные с использованием различных моделей.

6 РАСЧЕТ КУМУЛЯТИВНЫХ СПЕКТРОВ ПРОДУКТОВ ДЕЛЕНИЯ УРАНА И ПЛУТОНИЯ БЫСТРЫМИ НЕЙТРОНАМИ

После валидации модели ее можно использовать для расчета кумулятивных спектров любых изотопов, для продуктов деления которых известны кумулятивные выходы. В том числе становится возможен расчет спектров продуктов деления урана и плутония быстрыми нейтронами (как, например, на реакторах БН-600 и БН-800).

Полученные с использованием настоящей модели спектры антинейтрино представлены на рисунке 6.1.

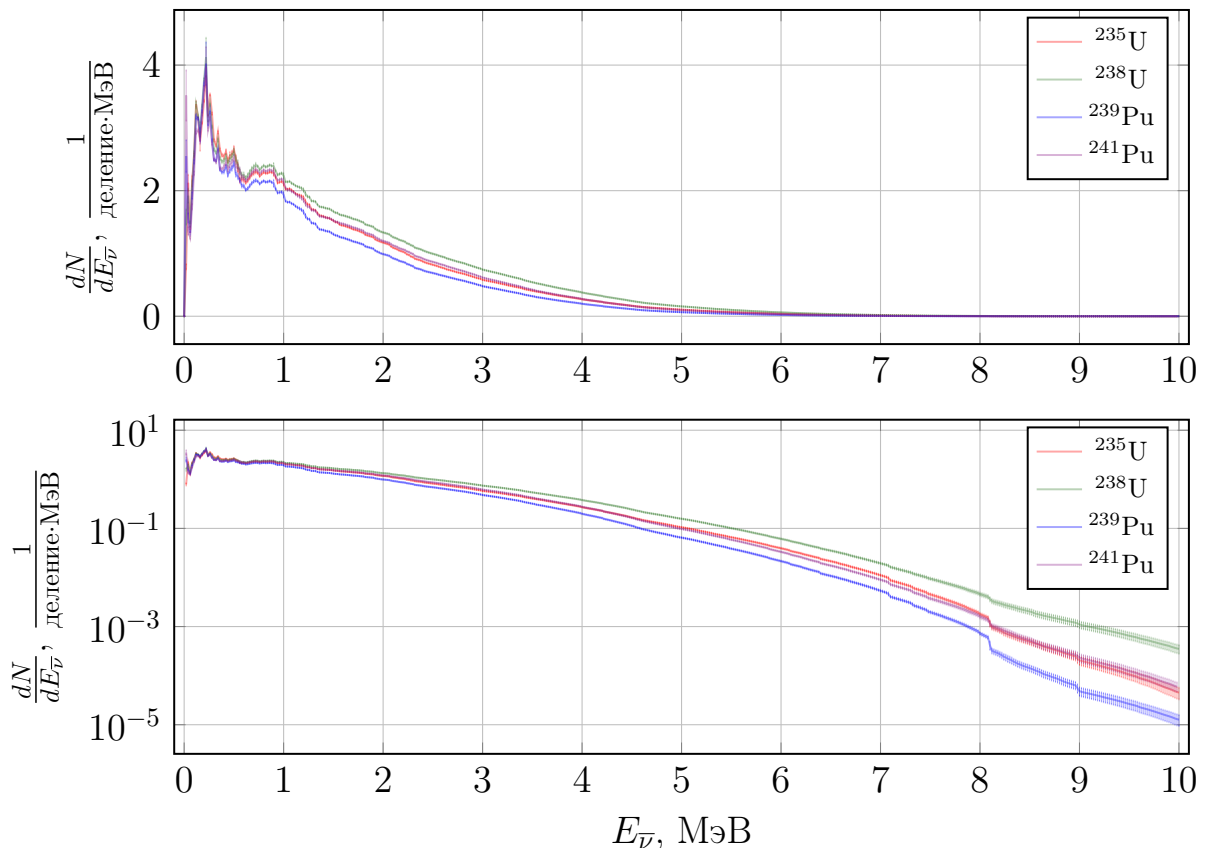


Рисунок 6.1 — Кумулятивные спектры антинейтрино продуктов деления изотопов урана и плутония быстрыми нейтронами.

По рассчитанным кумулятивным спектрам были рассчитаны ожидаемые спектры позитронов реакции ОБР, представленные на рисунке 6.2. Соответствующие им выходы ОБР приведены в таблице 6.1.

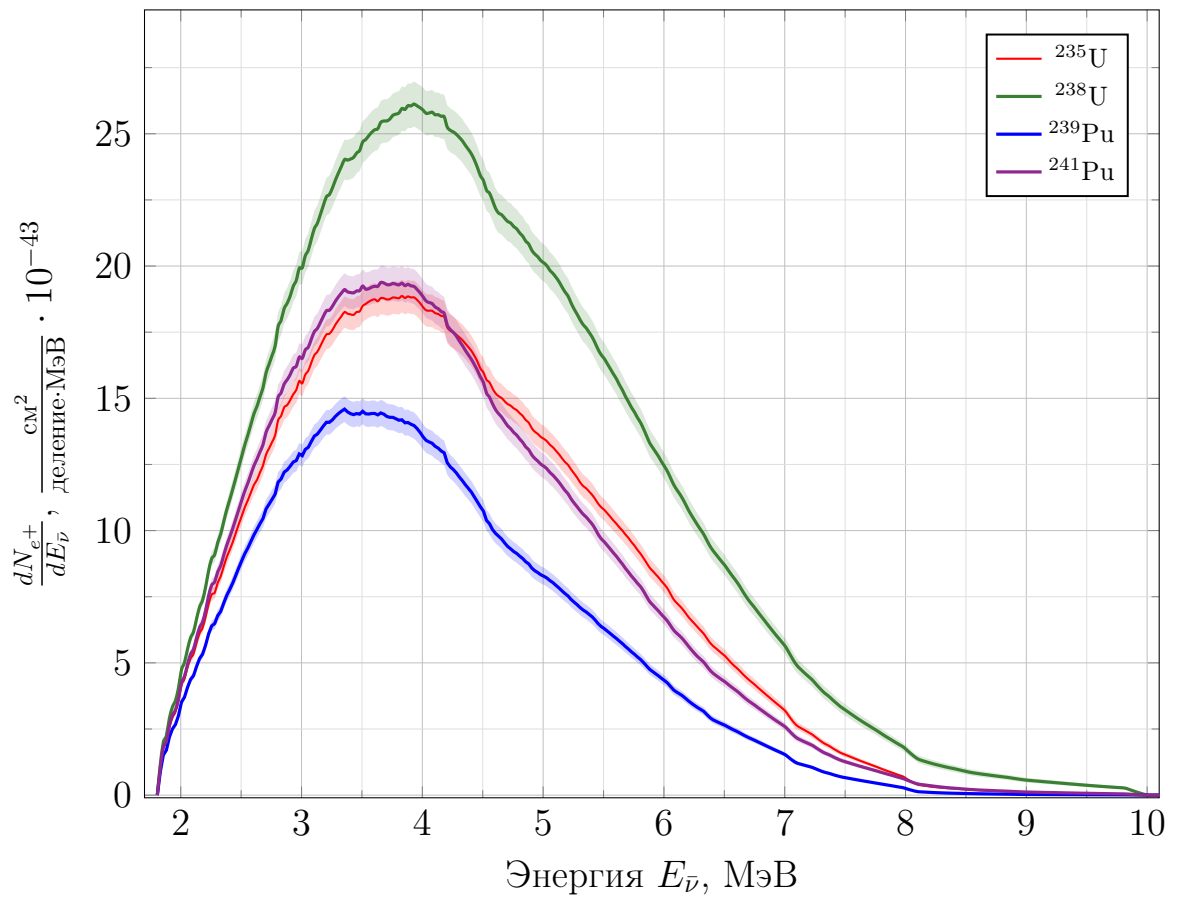


Рисунок 6.2 — Предсказываемые моделью спектры позитронов реакции ОБР для изотопов урана и плутония в реакторе на быстрых нейтронах

Таблица 6.1 — Предсказываемые моделью выходы ОБР для изотопов урана и плутония в реакторе на быстрых нейтронах.

Изотоп	$\sigma^{\text{model}}, 10^{-43} \frac{\text{см}^2}{\text{деление}}$
^{235}U	6.30 ± 0.12
^{238}U	9.05 ± 0.17
^{239}Pu	4.38 ± 0.09
^{241}Pu	6.15 ± 0.12

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе была разработана и верифицирована теоретическая модель расчета спектров бета-частиц и антинейтрино продуктов деления изотопов урана и плутония методом прямого суммирования.

В модели был учтен набор физических поправок к форме спектра: поправки на конечные размеры родительского и дочернего ядер, радиационные эффекты, экранирование атомной оболочкой, слабый магнетизм, «эффект обмена», запаздывание перестройки электронной оболочки, а также учтена специфика формы переходов первой степени запрещенности. Для изотопов с неизвестными схемами распада была разработана и применена процедура восстановления недостающих параметров. Для всех полученных модельных спектров были рассчитаны погрешности методом Монте-Карло.

Результаты валидации модели показали согласие модельных спектров отдельных изотопов с экспериментальными измерениями. Реконструированные спектры позитронов реакции обратного бета-распада согласуются с данными экспериментов RENO и Daya Bay в пределах экспериментальных и модельных ошибок. Сравнение выходов ОБР с результатами ряда реакторных экспериментов показало отсутствие систематического расхождения: среднее отношение экспериментальных выходов к модельным составило $R = 1.00 \pm 0.07$, что свидетельствует о том, что в рамках настоящей модели реакторная антинейтринная аномалия не наблюдается. Сопоставление полученных выходов ОБР с другими моделями показало согласие настоящей модели с предсказаниями модели конверсии НИЦ «Курчатовский институт».

На основе верифицированной модели были рассчитаны кумулятивные спектры антинейтрино продуктов деления урана и плутония быстрыми нейтронами. Полученные данные могут быть использованы для анализа нейтринных потоков в реакторах на быстрых нейтронах (БН-600, БН-800), планирования реакторных экспериментов и интерпретации данных экспериментов по исследованию осцилляций нейтрино.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. First Results from KamLAND: Evidence for Reactor Antineutrino Disappearance / K. Eguchi [et al.] // Physical Review Letters. — 2003. — Vol. 90, no. 2.
2. *Reines F., Cowan C. L.* Detection of the Free Neutrino // Physical Review. — 1953. — Vol. 92, no. 3. — P. 830–831.
3. *Reines F., Cowan C. L.* Free Antineutrino Absorption Cross Section. I. Measurement of the Free Antineutrino Absorption Cross Section by Protons // Physical Review. — 1959. — Vol. 113, no. 1. — P. 273–279.
4. *Qian X., Vogel P.* Neutrino mass hierarchy // Progress in Particle and Nuclear Physics. — 2015. — Vol. 83. — P. 1–30.
5. *Dasgupta B., Kopp J.* Sterile neutrinos // Physics Reports. — 2021. — Vol. 928. — P. 1–63.
6. Neutrino Control of Reactors for the Implementation of the IAEA Safeguards Regarding Floating Nuclear Power Units / E. P. Velikhov [et al.] // Physics of Atomic Nuclei. — 2022. — Vol. 85, no. 8. — P. 1380–1382.
7. Colloquium : Neutrino detectors as tools for nuclear security / A. Bernstein [et al.] // Reviews of Modern Physics. — 2020. — Vol. 92, no. 1.
8. Reactor antineutrino anomaly / G. Mention [et al.] // Physical Review D. — 2011. — Vol. 83, no. 7.
9. *Huber P.* NEOS Data and the Origin of the 5 MeV Bump in the Reactor Antineutrino Spectrum // Physical Review Letters. — 2017. — Vol. 118, no. 4.

10. Absolute measurement of the beta spectrum from ^{235}U fission as a basis for reactor antineutrino experiments / K. Schreckenbach [et al.] // *Physics Letters B*. — 1981. — Vol. 99, no. 3. — P. 251–256.
11. *Feilitzsch F. von, Hahn A., Schreckenbach K.* Experimental beta-spectra from ^{239}Pu and ^{235}U thermal neutron fission products and their correlated antineutrino spectra // *Physics Letters B*. — 1982. — Vol. 118, no. 1–3. — P. 162–166.
12. Determination of the antineutrino spectrum from ^{235}U thermal neutron fission products up to 9.5 MeV / K. Schreckenbach [et al.] // *Physics Letters B*. — 1985. — Vol. 160, no. 4/5. — P. 325–330.
13. Improved predictions of reactor antineutrino spectra / T. A. Mueller [et al.] // *Physical Review C*. — 2011. — Vol. 83, no. 5.
14. *Huber P.* Determination of antineutrino spectra from nuclear reactors // *Physical Review C*. — 2011. — Vol. 84, no. 2.
15. *Д. В. Попов М. Д. Скорохватов.* Модель конверсии бета-спектров продуктов деления изотопов урана и плутония в спектры антинейтрино // *Письма в ЭЧАЯ*. — 2023. — Т. 20, №1(246). — С. 5–16.
16. A comprehensive revision of the summation method for the prediction of reactor antineutrino fluxes and spectra / L. Perissé [et al.]. — 2023.
17. *Kopeikin V. I.* Flux and spectrum of reactor antineutrinos // *Physics of Atomic Nuclei*. — 2012. — Vol. 75, no. 2. — P. 143–152.
18. Updated Summation Model: An Improved Agreement with the Daya Bay Antineutrino Fluxes / M. Estienne [et al.] // *Physical Review Letters*. — 2019. — Vol. 123, no. 2.
19. *Б. С. Джелепов Л. Н. Зырянова.* Влияние электрического поля атома на Бета-распад // *АН СССР*. — 1956.
20. *В. Г. Алексанкин С. В. Родичев.* Бета- и антинейтринное излучение радиоактивных ядер : Справочник // *Энергоатомиздат*. — 1989.
21. *Hayes A. C., Vogel P.* Reactor Neutrino Spectra // *Annual Review of Nuclear and Particle Science*. — 2016. — Vol. 66, no. 1. — P. 219–244.

22. *Mougeot X., Bé M.-M., Bisch C.* Calculation of beta spectral shapes // Radioprotection. — 2014. — Vol. 49, no. 4. — P. 269–273.
23. *Фаянс С. А.* Радиационные поправки и эффекты отдачи в реакции $\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$ при низких энергиях // Ядерная физика. — 1985. — Т. 42. — С. 929–940.
24. *Strumia A., Vissani F.* Precise quasielastic neutrino/nucleon cross-section // Physics Letters B. — 2003. — Vol. 564, no. 1/2. — P. 42–54.
25. Measurement of reactor antineutrino flux and spectrum at RENO / S. G. Yoon [et al.] // Physical Review D. — 2021. — Vol. 104, no. 11.
26. Comprehensive Measurement of the Reactor Antineutrino Spectrum and Flux at Daya Bay / F. P. An [et al.] // Physical Review Letters. — 2025. — Vol. 134, no. 20.
27. Joint Determination of Reactor Antineutrino Spectra from ^{235}U and ^{239}Pu Fission by Daya Bay and PROSPECT / F. P. An [et al.] // Physical Review Letters. — 2022. — Vol. 128, no. 8.
28. *Wilkinson D.* Evaluation of beta-decay // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. — 1990. — Vol. 290, no. 2/3. — P. 509–515.
29. High precision analytical description of the allowed β spectrum shape / L. Hayen [et al.] // Reviews of Modern Physics. — 2018. — Vol. 90, no. 1.
30. *Sirlin A.* General Properties of the Electromagnetic Corrections to the Beta Decay of a Physical Nucleon // Physical Review. — 1967. — Vol. 164, no. 5. — P. 1767–1775.
31. *Sirlin A., Ferroglia A.* Radiative corrections in precision electroweak physics: A historical perspective // Reviews of Modern Physics. — 2013. — Vol. 85, no. 1. — P. 263–297.
32. *Sirlin A.* Radiative correction to the $\bar{\nu}(\nu)$ spectrum in β decay // Physical Review D. — 2011. — Vol. 84, no. 1.
33. *Behrens H. O., Bühring W.* Electron radial wave functions and nuclear beta-decay //. — 1982.

34. *Li Y.-F., Zhang D.* New realization of the conversion calculation for reactor antineutrino fluxes // *Physical Review D*. — 2019. — Vol. 100, no. 5.
35. *Wilkinson D.* Methodology for superallowed Fermi beta-decay Part. I. Preliminaries and data // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. — 1993. — Vol. 335, no. 1/2. — P. 172–181.
36. *Clark C.* Atomic Reference Data for Electronic Structural Calculations, NIST Standard Reference Database 141. — 1997.
37. *Štefánik D., Dvornický R., Šimkovic F.* Reactor antineutrino spectra and forbidden beta decays // *AIP Conference Proceedings*. Vol. 1892. — Author(s), 2017. — P. 020022.
38. *Doi M., Kotani T., Takasugi E.* Double Beta Decay and Majorana Neutrino // *Progress of Theoretical Physics Supplement*. — 1985. — Vol. 83. — P. 1–175.
39. Study of beta Decay Shape Factors in First-Forbidden Transitions with Spin-Parity = 0- for Reactor Antineutrino Spectra Predictions / G. A. Alcalá [et al.]. — 2026.
40. Latest FLUKA developments / G. Hugo [et al.] // *EPJ Nuclear Sciences and Technologies* / ed. by A. Zoia, C. Diop, C. de Saint Jean. — 2024. — Vol. 10. — P. 20.
41. Neutrino-oscillation experiments at the Gösgen nuclear power reactor / G. Zacek [et al.] // *Physical Review D*. — 1986. — Vol. 34, no. 9. — P. 2621–2636.
42. Precise measurement of the cross section for the reaction $\tilde{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$ at a reactor of the Rovno nuclear power plant / A. A. Kuvshinnikov [et al.] // *JETP Lett.* — 1991. — Vol. 54. — P. 259.
43. A study of the reaction $\tilde{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$ on a nuclear reactor / A. I. Afonin [et al.] // *Sov. Phys. JETP*. — 1988. — Vol. 67. — P. 213.
44. Results of a two-position reactor neutrino-oscillation experiment / Z. D. Greenwood [et al.] // *Physical Review D*. — 1996. — Vol. 53, no. 11. — P. 6054–6064.

45. Detection of anti-neutrinos in the flux from two reactors / G. S. Vidiakin [et al.] // Sov. Phys. JETP. — 1987. — Vol. 66, issue 2. — P. 243.
46. Limitations on the characteristics of neutrino oscillations / G. S. Vidyakin [et al.] // JETP Lett. — 1994. — Vol. 59, issue 6. — P. 364–367.
47. Antineutrino-deuteron experiment at the Krasnoyarsk reactor / Y. V. Kozlov [et al.] // Physics of Atomic Nuclei. — 2000. — Vol. 63, no. 6. — P. 1016–1019.
48. Search for neutrino oscillations at 15, 40 and 95 meters from a nuclear power reactor at Bugey / B. Achkar [et al.] // Nuclear Physics B. — 1995. — Vol. 434, no. 3. — P. 503–532.
49. Study of reactor antineutrino interaction with proton at Bugey nuclear power plant / Y. Declais [et al.] // Physics Letters B. — 1994. — Vol. 338, no. 2/3. — P. 383–389.
50. Final results from the Palo Verde neutrino oscillation experiment / F. Boehm [et al.] // Physical Review D. — 2001. — Vol. 64, no. 11.
51. Accurate Measurement of the Electron Antineutrino Yield of U-235 Fissions from the STEREO Experiment with 119 Days of Reactor-On Data / H. Almazán [et al.] // Physical Review Letters. — 2020. — Vol. 125, no. 20.
52. First Double Chooz θ_{13} Measurement via Total Neutron Capture Detection / H. d. Kerret [et al.] // Nature Physics. — 2020. — Vol. 16, no. 5. — P. 558–564.
53. Search for neutrino oscillations on a long base-line at the CHOOZ nuclear power station / M. Apollonio [et al.] // The European Physical Journal C. — 2003. — Vol. 27, no. 3. — P. 331–374.
54. *Kopeikin V., Skorokhvatov M., Titov O.* Reevaluating reactor antineutrino spectra with new measurements of the ratio between ^{235}U and ^{239}Pu β spectra // Physical Review D. — 2021. — Vol. 104, no. 7.