

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА №40 «ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ»

УДК 004.62, 539.1.03

На правах рукописи

САФРОНОВА МАРИЯ АЛЕКСЕЕВНА

**ЦИКЛ РЕКОНСТРУКЦИИ ТОМОГРАФИЧЕСКОГО
ИЗОБРАЖЕНИЯ ПО ДАННЫМ МАКЕТА МИНИПЭТ**

Направления подготовки:

09.04.04 «Программная инженерия»,

14.04.02 «Ядерная физика и технологии»

Диссертация на соискание степени магистра

Научный руководитель,
к.ф.-м.н.

_____ П. Е. Тетерин

Научный консультант

_____ Ф. А. Дубинин

Москва 2026

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА МАГИСТРА

**ЦИКЛ РЕКОНСТРУКЦИИ ТОМОГРАФИЧЕСКОГО
ИЗОБРАЖЕНИЯ ПО ДАННЫМ МАКЕТА МИНИПЭТ**

Студент _____ М. А. Сафронова

Научный руководитель,
к.ф.-м.н. _____ П. Е. Тетерин

Научный консультант _____ Ф. А. Дубинин

Рецензент 1,
к.ф.-м.н. _____ А. В. Гробов

Рецензент 2,
к.ф.-м.н. _____ Ю. В. Штоцкий

Секретарь ГЭК,
к.ф.-м.н. _____ Е. Ю. Солдатов

Зав. каф. №40,
д.ф.-м.н., проф. _____ М. Д. Скорохватов

Рук. учеб. прог.,
к.ф.-м.н. _____ Е. Ю. Солдатов

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	5
1 Позитронно-эмиссионная томография	7
1.1 Получение радиофармпрепаратов. Принцип меченых атомов . . .	7
1.2 Физика ПЭТ	8
2 Реконструкция и анализ изображений	12
2.1 Фильтрованная обратная проекция	12
2.2 Метод максимального правдоподобия с максимизацией ожидания	13
2.3 Используемые методы сравнения изображений	14
2.3.1 Нормализованная взаимная корреляция (NCC)	14
2.3.2 Индекс структурного сходства (SSIM)	15
3 Методика исследования	16
3.1 Программное обеспечение	16
3.1.1 Язык программирования C++	16
3.1.2 Software for Tomographic Image Reconstruction (STIR) . . .	16
3.1.3 Библиотека OpenCV	17
3.1.4 Пакет ROOT CERN	17
3.2 Экспериментальная установка	17
3.3 Моделирование миниПЭТ в Geant4	19
4 Генерация и реконструкция изображений с помощью встроенных методов STIR	20
4.1 Реконструкция изображений из данных, полученных с помощью миниПЭТ	21
5 Результаты реконструкции изображений с помощью собственного программного обеспечения	24
5.1 Использование билинейной интерполяции в FBP реконструкции .	24
5.2 Сравнение методов реконструкции FBP и MLEM	27

5.3	Исследование зависимости качества реконструкции источника от его расположения от центра экспериментальной установки	29
6	Заключение	32
	Список литературы	33
	ПРИЛОЖЕНИЕ А	35

ВВЕДЕНИЕ

Позитронно-эмиссионная томография (далее ПЭТ) ключевая технология медицины, позволяющая "увидеть" процессы, происходящие в живом организме. Данная разработка имеет много возможностей использования:

- диагностика онкологических заболеваний на ранней стадии;
- оценка жизнеспособности миокарда перед операцией;
- обнаружение нейродегенеративных расстройств до появления явных клинических симптомов;
- наблюдение за зонами головного мозга в процессе медикаментозного лечения.

ПЭТ дает возможность получать функциональные изображения, то есть визуализацию не структуры органов, а их биохимической и физиологической активности (метаболизм глюкозы, поток крови, плотность распределения рецепторов в тканях организма). Рентгеновская и магнитно-резонансная томография показывают изменения структуры органа лишь тогда, когда патология уже сформировалась, тогда как ПЭТ способен уловить нарушения обменных процессов, возникающие до появления морфологических сдвигов, что позволяет выявить заболевание на самой ранней стадии [1]. Подобные исследования возможны не только для людей, но и для животных. Исследования на мелких животных являются важной частью изучения работы лекарственных препаратов, а также наблюдением развития заболеваний с течением времени [2].

Размеры тела мелких лабораторных животных (мыши, крысы) на порядок меньше человеческих. Клинический ПЭТ-сканер не способен визуализировать анатомические структуры или небольшие опухоли у грызунов, что делает невозможным прямое перенесение методов с пациента на животную модель, поэтому важно разрабатывать такие сканеры, которые имеют подходящие параметры, например, миниПЭТ. МиниПЭТ позволяет детектировать и точно локализовать патологические очаги размером в несколько миллиметров, отслеживать метастазирование.

Цель: создать цикл реконструкции томографического изображения по данным макета миниПЭТ, а также разработать методику количественной оцен-

ки качества реконструкции изображений миниПЭТ.

Задачи исследования:

1. Аналитический обзор – изучить принципы реконструкции изображений в ПЭТ, математические основы методов FBP (Filtered Back Projection) и (MLEM Maximum Likelihood Expectation Maximization), а также существующие метрики сравнения изображений (NCC, SSIM).
2. Экспериментальное восстановление – выполнить реконструкцию проекционных данных, полученных с установки миниПЭТ, с использованием пакета STIR, чтобы определить целесообразность использования данного пакета.
3. Оценка качества реконструкции алгоритмов FBP и MLEM на данных GEANT4 модели – провести сравнение полученных изображений с эталонными с помощью выбранных индексов, проанализировать зависимость точности восстановления от положения источника и параметров реконструкции.
4. Выбор оптимального метода – на основе количественных критериев (NCC, SSIM) обосновать, какой из методов (FBP или MLEM) обеспечивает лучшую точность и пригоден для использования в условиях ограниченного числа проекций миниПЭТ.

1 ПОЗИТРОННО-ЭМИССИОННАЯ ТОМОГРАФИЯ

Процесс получения диагностического ПЭТ-изображения представляет собой сложную многоступенчатую цепочку. Традиционно его разделяют на следующие ключевые этапы:

- 1) производство и введение радиофармпрепарата (радиофармацевтический препарат (РФП) является лекарственным препаратом, который содержит в себе один или несколько радионуклидов);
- 2) получение данных - регистрация гамма-квантов;
- 3) реконструкция изображений;
- 4) анализ изображений.

1.1 ПОЛУЧЕНИЕ РАДИОФАРМПРЕПАРАТОВ. ПРИНЦИП МЕЧЕННЫХ АТОМОВ

Фундаментальным принципом, лежащим в основе всей эмиссионной томографии, является принцип меченых атомов, заключающийся в том, что радиоактивные компоненты участвуют в физиологических процессах так же, как и нерадиоактивные вещества, то есть препараты, содержащие в себе радионуклиды, могут служить маркерами для самых разнообразных веществ, участвующих в физиологических процессах в организме.

Для получения радиоактивных изотопов используются:

- 1) ядерный реактор - вследствие работы реактора получают радиоактивные фрагменты от реакции деления, которые могут использоваться в маркерах;
- 2) ядерный генератор - система, которая производит и пополняет образец короткоживущими дочерними ядрами в результате распада долгоживущих родительских ядер;
- 3) циклотрон - ускоритель заряженных частиц, с помощью которого бомбардируют образцы-мишени протонами, дейтронами, в следствие чего проис-

ходит ядерная реакция, порождающая нестабильные изотопы.

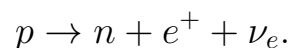
После получения изотопа его связывают с биологической молекулой-переносчиком, которая будет доставлять его к нужной ткани.

Препарат вводят пациенту внутривенно через катетер, после этого РФП распределяется по организму, захватываясь клетками пропорционально интенсивности специфического метаболического процесса.

Патологические очаги (злокачественные опухоли, воспаления) с гиперактивным метаболизмом накапливают РФП в значительно большей степени, создавая необходимую для детектирования концентрацию.

1.2 ФИЗИКА ПЭТ

Радионуклид в составе РФП претерпевает β^+ -распад: протон в ядре превращается в нейтрон, испуская позитрон (e^+) и нейтрино (ν_e):



Испущенный позитрон обладает кинетической энергией до нескольких сотен кэВ и проходит в ткани путь 1–2 мм, теряя энергию. После замедления (энергия порядка 1 кэВ) позитрон взаимодействует с электроном (e^-) среды, и происходит процесс аннигиляции. В подавляющем большинстве случаев (более 99,7 %) рождается два гамма-кванта. В соответствии с законами сохранения энергии и импульса, масса обеих частиц ($2m_e c^2 = 1022$ кэВ) преобразуется в энергию двух γ -квантов с энергией 511 кэВ каждый, разлетающихся в противоположных направлениях (под углом $\sim 180^\circ$).

Детекторная система представляет собой кольцо, состоящее из множества модулей. Каждый модуль включает следующие компоненты:

- 1) Сцинтилляционный кристалл - выполняет функцию преобразователя γ -излучения в видимый свет. Современные системы используют кристаллы с высокой плотностью, высоким световыходом и малым временем сцинтилляции. Гамма-квант с энергией 511 кэВ порождает в сцинтилляторе вспышку света.
- 2) Фотодетектор - преобразует световую вспышку в электрический сигнал. Традиционно использовались вакуумные фотоэлектронные умножители, в современных системах их заменяют твердотельные кремниевые фото-

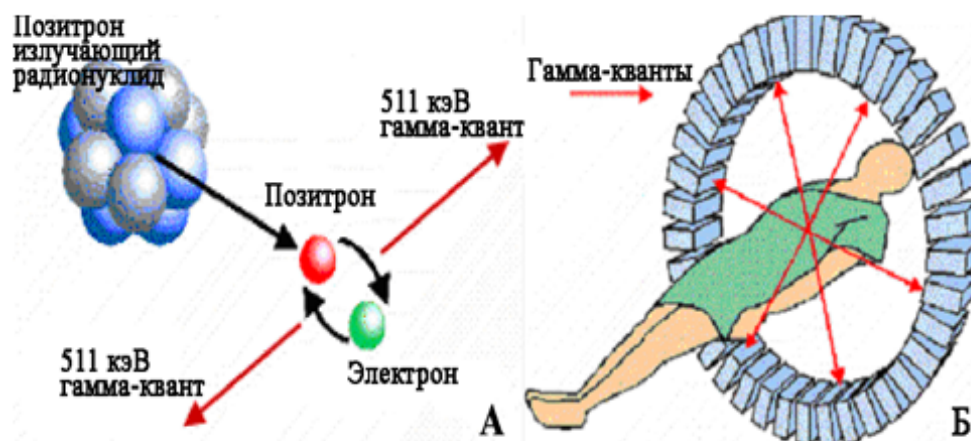


Рисунок 1.1 — Схематичное изображение позитронно-эмиссионной томографии. [3]

умножители (SiPM), которые обладают большей компактностью и высокой эффективностью регистрации света.

Ключевая особенность ПЭТ — регистрация не одиночных, а парных гамма-квантов. Преимущество этого заключается в том, что можно сформировать линию отклика (LOR) между двумя детекторами, которая локализует расположение источника сигнала. Считывающая электроника преобразует сигнал фотодетектора в цифровую форму, измеряя его амплитуду и время регистрации. Для сигналов устанавливаются амплитудные границы, это необходимо для выделения событий, вызванных аннигиляцией позитрона и электрона.

Если два детектора, расположенные приблизительно напротив друг друга, зарегистрировали частицы и разница во времени их регистрации меньше заданного временного окна совпадений, то эта пара сигналов считается совпадением (1.2). Такое совпадение образует линию отклика.

В ПЭТ учитываются линии отклика LOR при двумерной визуализации и объёмный отклик VOR в трехмерном случае.

Линии отклика LOR организуются в проекционные данные. Для каждого фиксированного угла φ рассматриваются интегралы по линии по всем значениям s .

Совокупность всех проекций для углов в диапазоне $0 \leq \varphi < \pi$ образует двумерную функцию $p(s, \varphi)$, называемую **синограммой**. Термин «синограмма» происходит от того, что фиксированная точка в объекте описывает синусоидальную траекторию в пространстве проекций (1.3). Таким образом, синограмм-

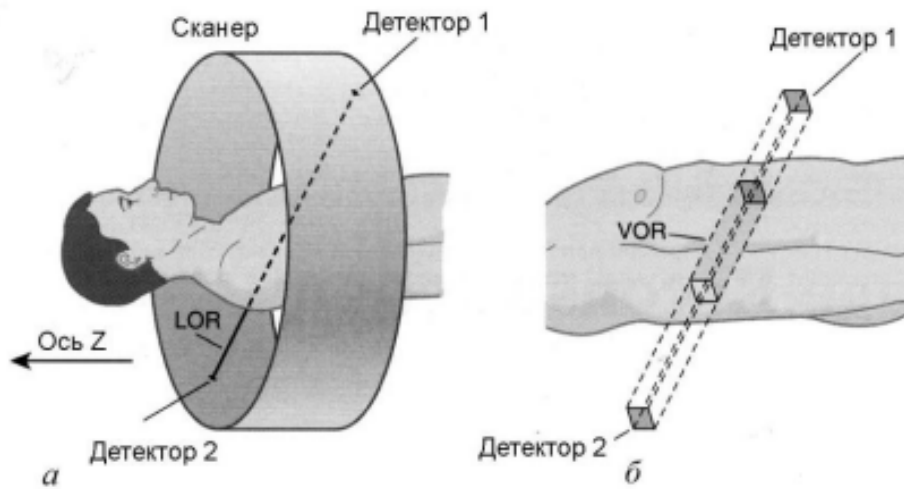


Рисунок 1.2 — Объемный отклик, соответствующий чувствительной области, сканируемой двумя детекторными элементами: а – полное изображение с объемом ответа; б – увеличенное изображение объема ответа [4]

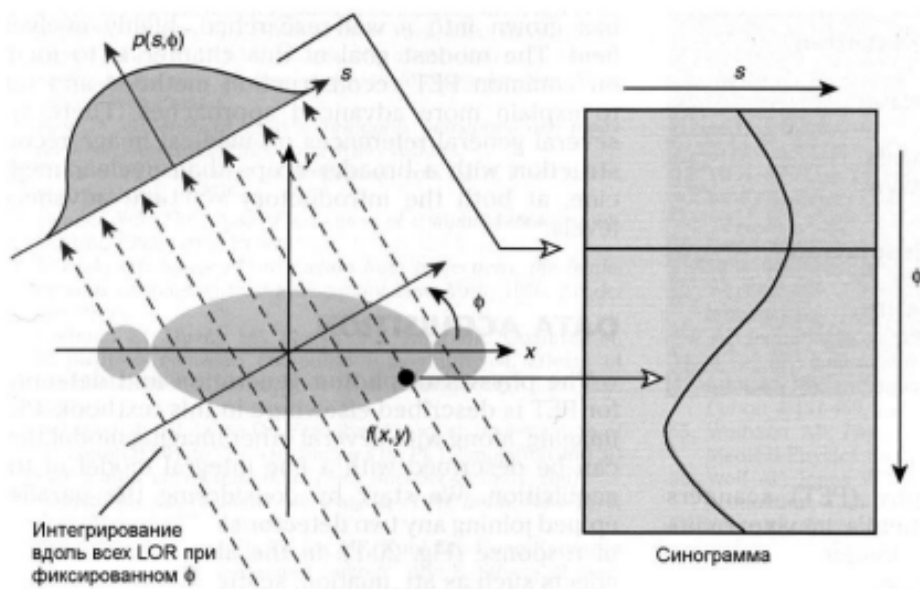


Рисунок 1.3 — Образование проекции $p(s, \phi)$ в результате интегрирования вдоль всех параллельных линий LOR под углом ϕ [4]

ма всего объекта представляет собой суперпозицию синусоид, соответствующих каждой точке исследуемого объекта.

2 РЕКОНСТРУКЦИЯ И АНАЛИЗ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Реконструкция изображений — это математический процесс преобразования синограммы в двухмерное или трехмерное распределение радиоактивности (концентрации РФП) в организме пациента. Это ключевой этап, определяющий качество, точность и количественную достоверность конечного результата ПЭТ-исследования.

2.1 ФИЛЬТРОВАННАЯ ОБРАТНАЯ ПРОЕКЦИЯ

Один из основных методов реконструкции — метод фильтрованной обратной проекции FBP [5]. FBP — математический метод, основанный на идеализированной модели данных ПЭТ.

Для создания полного набора данных ПЭТ для изучаемого объекта измеряются проекции для разных значений угла φ , которые образуют синограмму.

Для получения изображения из синограммы методом FBP используют следующую процедуру — к каждой одномерной проекции в синограмме применяется одномерное преобразование Фурье, это переводит данные из пространственной области (где измерялась интенсивность) в частотную область. В частотной области данные умножаются на специальный фильтр. Для точного восстановления изображения необходим фильтр, усиливающий высокие частоты пропорционально их величине, к примеру, Ram-Lak фильтр. Такая фильтрация компенсирует естественное размытие, возникающее при простой обратной проекции, и позволяет восстановить четкие границы объектов. Однако, усиление высоких частот также усиливает шум. Поэтому на практике часто применяют модифицированные фильтры, которые компенсируют чрезмерное усиление высоких частот, улучшая соотношение сигнал/шум. К отфильтрованным данным применяется обратное преобразование Фурье. Затем эти модифицированные проекции преобразовываются обратно в пространственные изображения под теми же углами, под которыми они были получены. При наложении всех таких

обратных проекций друг на друга и формируется финальное изображение распределения радиоактивности в исследуемом срезе.

ФВР, как аналитический метод, — это исторически первый и очень быстрый инструмент. В современной клинической практике ФВР все чаще уступает место итерационным методам реконструкции [6]. Главное различие заключается в подходе: итерационные алгоритмы не пытаются найти прямое математическое решение, а итеративно улучшают первоначальное предположение о распределении интенсивностей в изображении, сравнивая ее проекции с реальными данными.

2.2 МЕТОД МАКСИМАЛЬНОГО ПРАВДОПОДОБИЯ С МАКСИМИЗАЦИЕЙ ОЖИДАНИЯ

Метод максимального правдоподобия с максимизацией ожидания (Maximum Likelihood Expectation Maximization, MLEM) — это фундаментальный статистический итерационный алгоритм для реконструкции изображений в позитронно-эмиссионной томографии. Преимуществами MLEM перед аналитическим методом ФВР является возможность учитывать физические процессы сканирования (рассеяние гамма-квантов, поглощение излучения в теле пациента), а также отсутствие отрицательных значений яркости.

MLEM представляет собой итеративное равенство:

$$\hat{f}_j^{(n+1)} = \frac{\hat{f}_j^{(n)}}{\sum_{i'} h_{i'j}} \sum_i h_{ij} \frac{p_i}{\sum_k h_{ik} \hat{f}_k^{(n)}}, \quad (2.1)$$

где $\hat{f}_j^{(n)}$ — текущая оценка активности в вокселе (элементарной единице трёхмерного пространства) j на итерации n , p_i — i измерение в пространстве синограммы, h_{ij} — элемент матрицы, обозначающий вероятность того, что событие из вокселя j будет зарегистрировано в LOR i .

Процесс итеративного метода MLEM начинается с некоторой начальной оценки интенсивности пикселей в изображении. Далее вычисляются ожидаемые проекционные данные путём прямой проекции текущей оценки распределения активности. Затем формируются корректирующие коэффициенты как отношение реально измеренных отсчётов к этим ожидаемым значениям. После

обратной проекции полученных поправок, каждый воксель изображения умножается на них. После некоторого количества таких итераций оценка активности приближается к действительным значениям с достаточной точностью. MLEM позволяет получать изображения с существенно меньшим уровнем артефактов и более точным учётом физических факторов по сравнению с аналитическими методами, хотя и ценой значительных вычислительных затрат и постепенного усиления шума при чрезмерном числе итераций.

Алгоритм MLEM схематично представлен на 2.1.

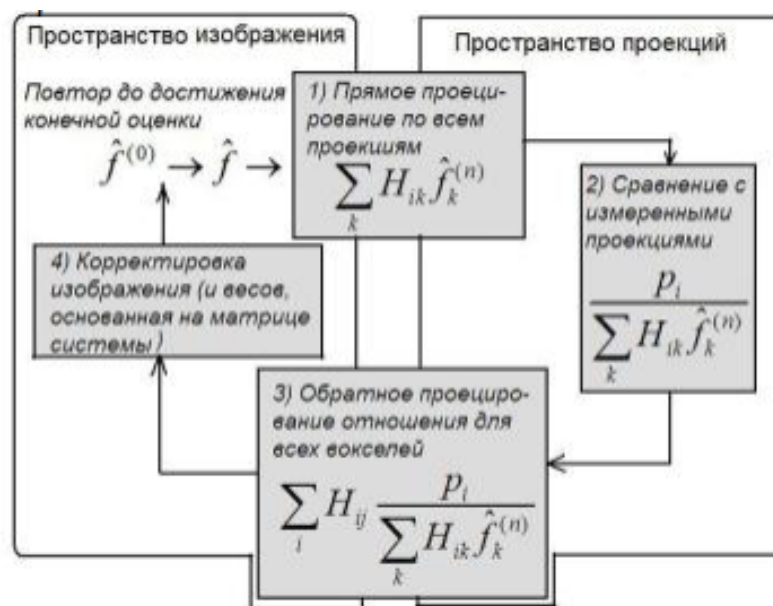


Рисунок 2.1 — Диаграмма MLEM алгоритма. [4]

2.3 ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ МЕТОДЫ СРАВНЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ

2.3.1 Нормализованная взаимная корреляция (NCC)

Нормализованная взаимная корреляция (Normalized Cross Correlation) [7] — это классический статистический метод, который измеряет степень линейной зависимости между интенсивностями пикселей двух изображений. Он показывает, насколько хорошо одно изображение может быть описано с помощью линейного преобразования другого.

$$NCC = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}, \quad (2.2)$$

где σ_x – среднеквадратичное отклонение пикселей в изображении x , σ_y – среднеквадратичное отклонение пикселей в изображении y , $\sigma_{x,y}$ – ковариация между изображениями x и y .

Преимущества данного индекса проявляются в его устойчивости к высокому уровню шума.

2.3.2 Индекс структурного сходства (SSIM)

Индекс структурного сходства (Structural Similarity Index Measure) [8] – метод оценки сходства изображений, который измеряет схожесть между эталонным и искаженным изображением, анализируя потерю структуры, яркость и контраст.

$$\text{SSIM}(x, y) = \frac{(2\mu_x\mu_y + C_1)(2\sigma_{xy} + C_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + C_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C_2)}, \quad (2.3)$$

$$C_1 = (K_1L)^2, \quad (2.4)$$

$$C_2 = (K_2L)^2, \quad (2.5)$$

где μ_x – средняя яркость x , μ_y – средняя яркость y , σ_x – среднеквадратичное отклонение яркости пикселей в изображении x , σ_y – среднеквадратичное отклонение яркости пикселей в изображении y , $\sigma_{x,y}$ – ковариация между изображениями x и y , L – динамический диапазон яркости пикселей (обычно 255 для 8-битных изображений), а $K_1 \ll 1$ и $K_2 \ll 1$ – малые константы (стандартные значения $K_1 = 0.01$, $K_2 = 0.03$).

3 МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

3.1 ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

3.1.1 Язык программирования C++

Язык программирования C++ [9] выбран в данной работе благодаря следующим его характеристикам:

- 1 высокая производительность;
- 2 гибкость при решении различных прикладных задач;
- 3 богатая стандартная библиотека STL, включающая различные контейнеры, алгоритмы и многое другое.

3.1.2 Software for Tomographic Image Reconstruction (STIR)

STIR [10] — это открытая, объектно-ориентированная библиотека на C++, предназначенная для исследования и разработки алгоритмов реконструкции изображений в ядерной медицине (ПЭТ).

Выбор STIR в качестве инструмента обусловлен несколькими причинами:

- 1 STIR предоставляет готовые решения для реконструкции;
- 2 В отличие от коммерческих пакетов, где алгоритмы фиксированы и их параметры ограничены, STIR предоставляет полный доступ к каждому этапу цепочки реконструкции. Это позволяет модифицировать и сравнивать различные математические модели;
- 3 STIR подходит для генерации пар "сырые данные — эталонное изображение" при симуляции. Это позволяет создавать качественные датасеты для машинного обучения.

3.1.3 Библиотека OpenCV

OpenCV [11] (Open Source Computer Vision Library) — библиотека с открытым исходным кодом, предназначенная для решения задач компьютерного зрения, обработки изображений и машинного обучения.

Выбор OpenCV в качестве одного из инструментов обусловлен несколькими причинами:

- 1 OpenCV предоставляет функции для фильтрации;
- 2 данная библиотека поддерживает геометрические трансформации (поворот, масштабирование);
- 3 доступность преобразования цветовых пространств.

3.1.4 Пакет ROOT CERN

ROOT [12] — это модульный фреймворк для анализа данных, разработанный в CERN для обработки больших объёмов информации с экспериментов Большого адронного коллайдера, который предоставляет уникальный набор инструментов, объединённых в единую экосистему: эффективный формат хранения TTree, позволяющий сжимать и быстро извлекать данные из многомерных массивов; обширные библиотеки математической статистики. Вышеперечисленные особенности делают ROOT универсальным и незаменимым инструментом.

3.2 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

На рисунке 3.1 представлен снимок экспериментальной установки - мини-ПЭТ.

Кольцо, на котором располагаются детекторы, состоит из 32 независимых каналов, расположенных с шагом 11.25° . В качестве сцинтиллятора выбран GAGG ($Gd_3Al_2Ga_3O_{12}$), со следующими характеристиками:

- 1) высокий световой выход ($\sim 50\,000$ фотонов/МэВ)
- 2) отсутствие гигроскопичности
- 3) умеренное время сцинтилляции (~ 90 нс)
- 4) хорошее собственное энергетическое разрешение

В качестве фотодетекторов использованы кремниевые фотоумножители -

SiPM, их удобство состоит в том, что они имеют компактные размеры, высокую чувствительность и устойчивость к магнитным полям.

Снимок детектора SiPM представлен на рисунке 3.2.

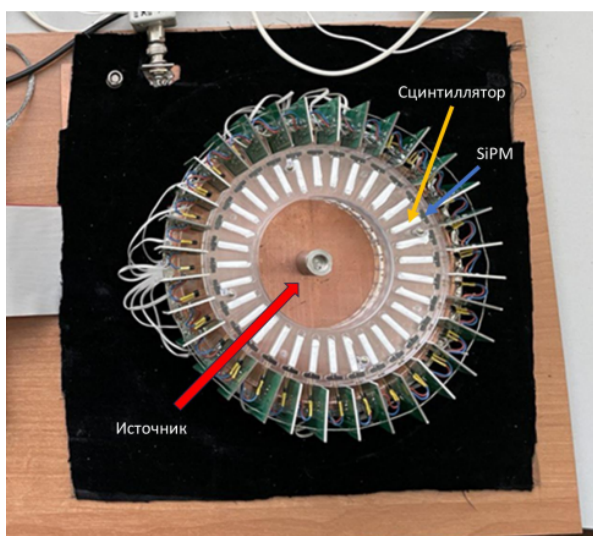


Рисунок 3.1 — Снимок экспериментальной установки

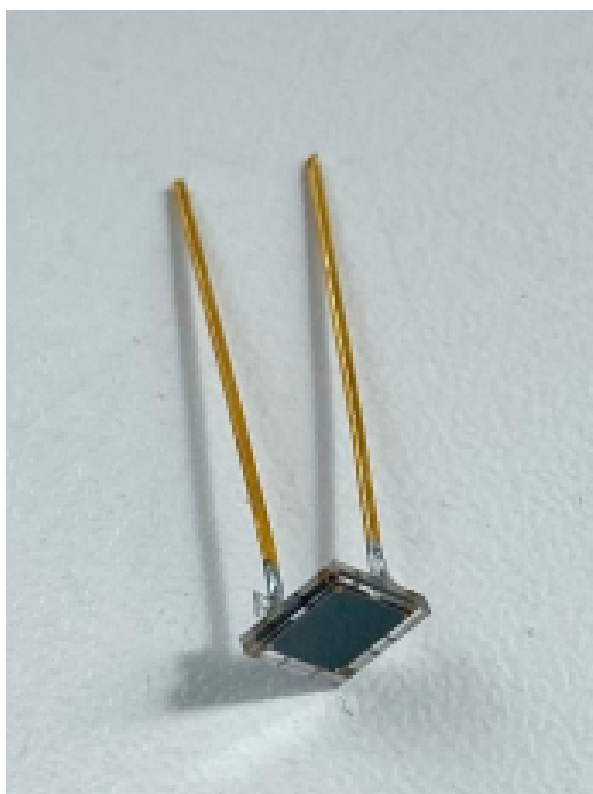


Рисунок 3.2 — SiPM, размером 3×3 мм

3.3 МОДЕЛИРОВАНИЕ МИНИПЭТ В GEANT4

В рамках работы использованы данные моделирования миниПЭТ с использованием GEANT4. При моделировании использовано реалистичное описание процессов взаимодействия излучения с детекторными элементами. Учтены свойства кристаллов GAGG и характеристики кремниевых фотоумножителей.

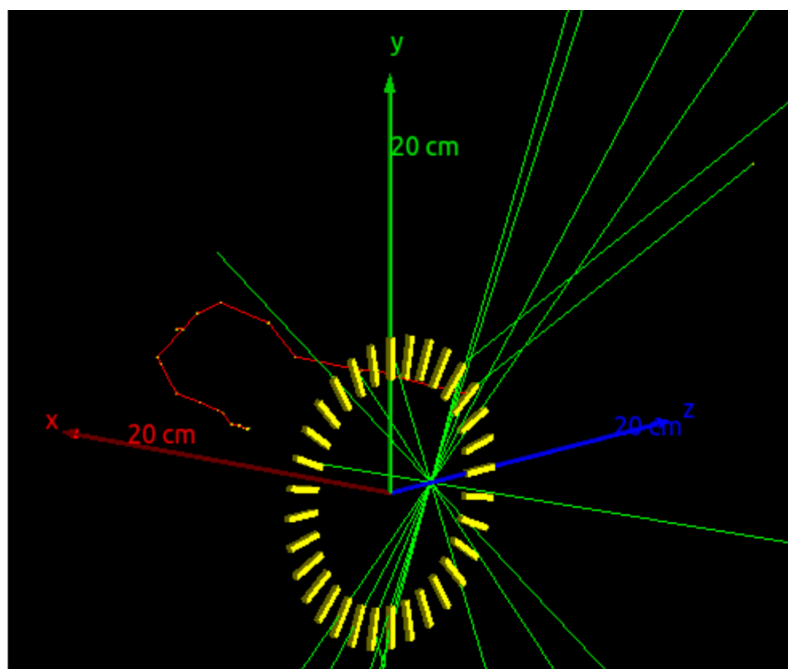
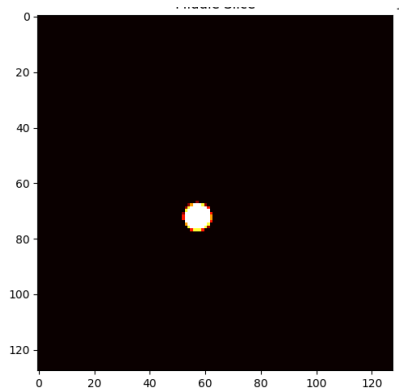


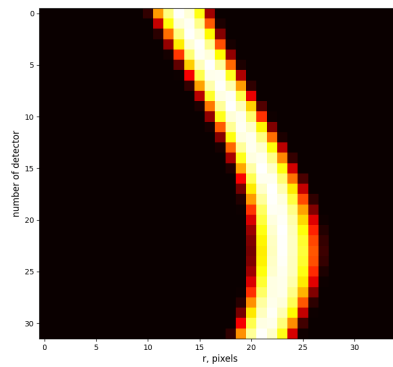
Рисунок 3.3 — Моделированная установка

4 ГЕНЕРАЦИЯ И РЕКОНСТРУКЦИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ ВСТРОЕННЫХ МЕТОДОВ STIR

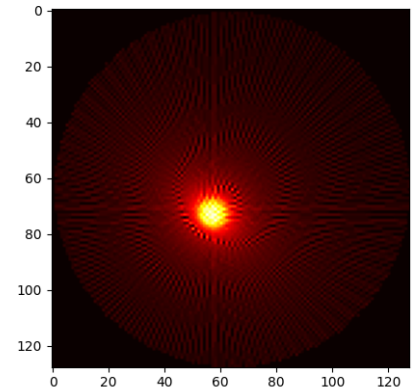
Для освоения функционала восстановления изображений в двухмерной плоскости с помощью библиотеки STIR и оценки возможности её использования в работе с экспериментальными данными был проведен ряд генераций изображений с различными геометрическими формами (4.1 - 4.2). При создании изображений учитывались размеры экспериментального макета.



(а) Сгенерированное изображение

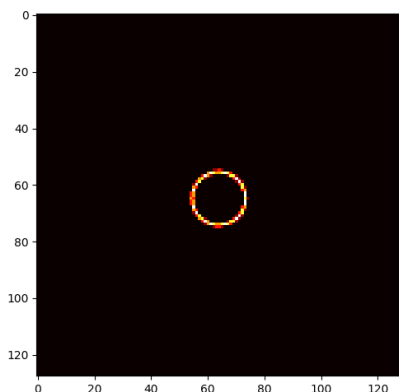


(б) Синограмма

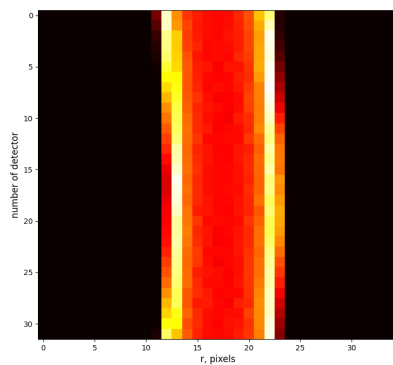


(в) Реконструкция изображения

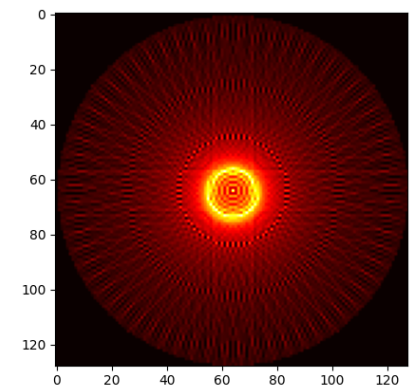
Рисунок 4.1 — Реконструкция сгенерированного источника в форме круга.



(а) Сгенерированное изображение



(б) Синограмма



(в) Реконструкция изображения

Рисунок 4.2 — Реконструкция сгенерированного источника в форме кольца.

На данном этапе работы использовалась визуальная оценка качества реконструкции. Оценивалось сходство исходного изображения с восстановленным, сохранение геометрических форм, наличие или отсутствие артефактов. На приведенных изображениях (4.1 - 4.2) видно, что качество реконструкции удовлетворительное, объект начальный не отличается от конечного, но присутствует небольшое размытие, которое не влияет существенно на определение контуров и размеров фигур.

Приведенные результаты показывают, что восстановленные изображения соответствуют изначально сгенерированным, из чего можно сделать вывод, что библиотека STIR подходит для реконструкции из данных экспериментально полученных синогамм.

4.1 РЕКОНСТРУКЦИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ ИЗ ДАННЫХ, ПОЛУЧЕННЫХ С ПОМОЩЬЮ МИНИПЭТ

Для реконструкции использована синограмма 4.3.

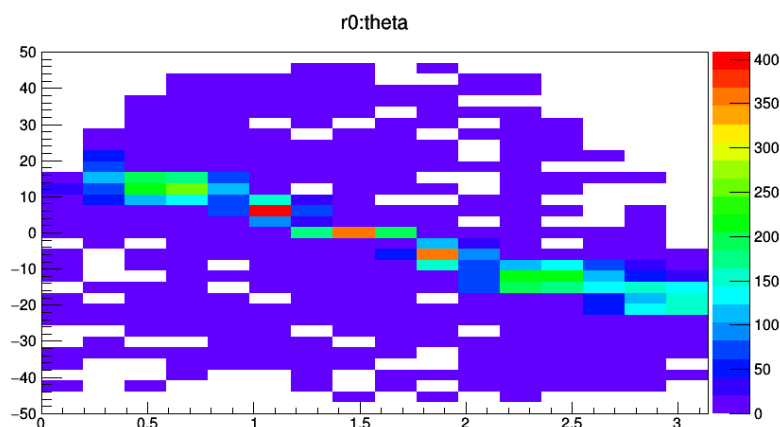


Рисунок 4.3 — Синограмма, полученная с помощью миниПЭТ

С помощью инструментов Python изображение 4.3 переведено в черно-белый формат и записано в текстовый файл в виде матрицы 32×35 . Далее файл преобразован в бинарный формат, используемый библиотекой STIR.

Приведение к определенному формату позволило реконструировать местоположение источника, полученные синограмма и изображение приведены на рисунках на 4.4 - 4.5.

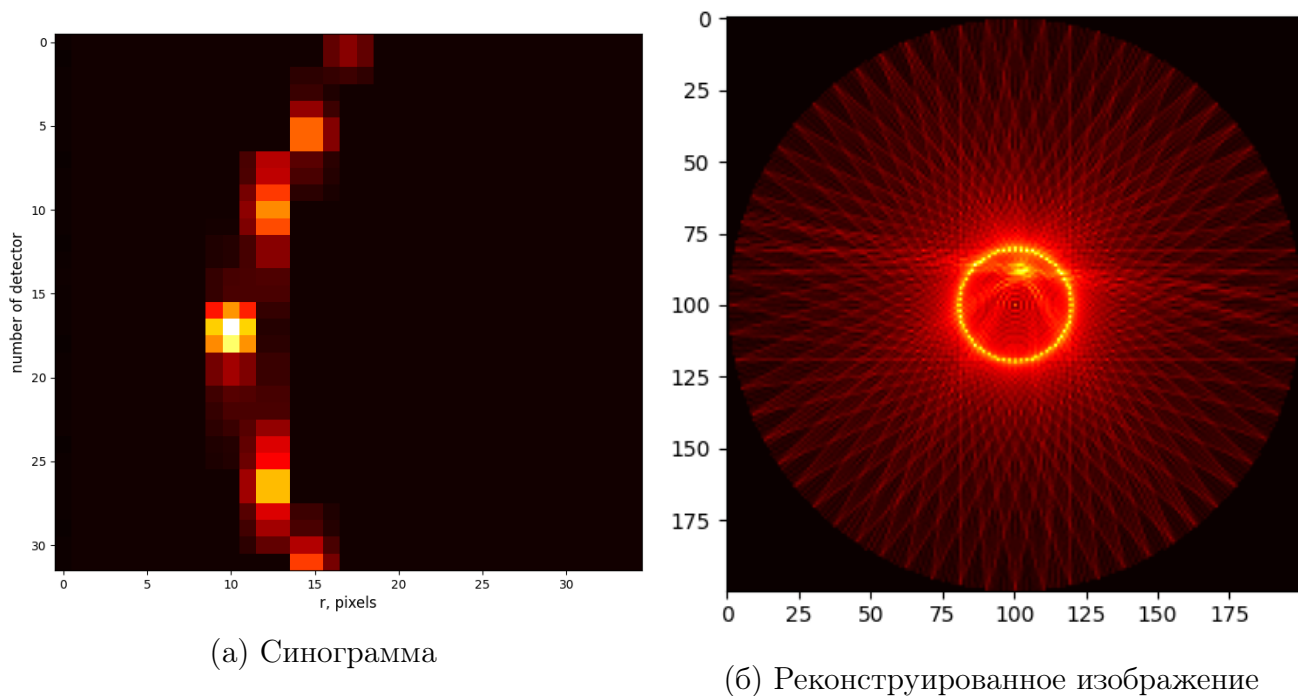
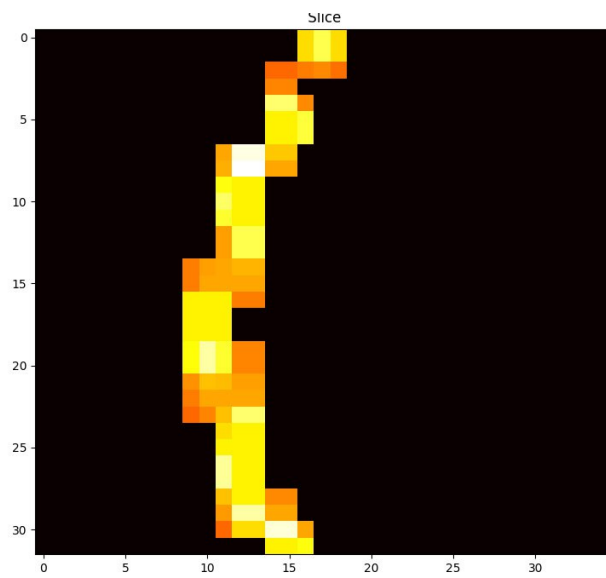


Рисунок 4.4 — Реконструкция данных миниПЭТ.

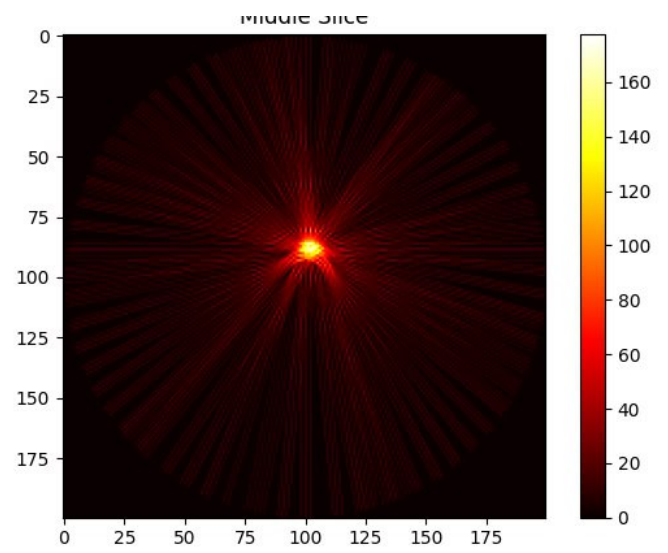
На восстановленном изображении 4.4б отчетливо видно маленькое яркое пятно, которое и является реконструкцией источника. Качество реконструкции можно считать удовлетворительным, поскольку границы фигуры определяются достаточно четко с небольшим размытием, которое не вносит существенных ограничений на оценку геометрических размеров и местоположения источника.

На 4.4б помимо небольшого пятна виден артефакт в виде кольца, было выдвинуто предположение, что он возникает из-за скачков яркости на синограмме, которые в свою очередь обусловлены геометрией установки, а именно наличием промежутков между детекторами ПЭТ. Данная проблема была решена путем ограничения максимальной яркости, что можно увидеть на 4.5а. В результате реконструированное изображение получилось без артефакта (рисунок 4.5б).

Несмотря на все достоинства данного пакета синограммы, получаемые с миниПЭТ реконструируются некорректно, при этом описание настроек для данного пакета крайне ограничено, что не позволяет найти решение этого вопроса исключительно методами STIR. В следствие рассмотрения вышеизложенных факторов было принято решение о предпочтительности разработки собственной базы реконструкции.



(а) Синограмма



(б) Реконструированное изображение

Рисунок 4.5 — Реконструкция данных миниПЭТ.

5 РЕЗУЛЬТАТЫ РЕКОНСТРУКЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ СОБСТВЕННОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

5.1 ИСПОЛЬЗОВАНИЕ БИЛИНЕЙНОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИИ В ФВР РЕКОНСТРУКЦИИ

Билинейная интерполяция — метод аппроксимации значений функции двух переменных внутри прямоугольной ячейки сетки по известным значениям в её четырёх узлах. В обработке изображений алгоритм применяется для вычисления яркости пикселя при геометрических преобразованиях [13].

Пусть задана прямоугольная область с координатами, ограничивающими область $x \in [x_1, x_2]$, $y \in [y_1, y_2]$. В четырёх узлах известны значения функции $f(x_i, y_j)$:

$$Q_{11} = f(x_1, y_1), \quad Q_{12} = f(x_1, y_2), \quad Q_{21} = f(x_2, y_1), \quad Q_{22} = f(x_2, y_2). \quad (5.1)$$

Требуется найти значение $f(x, y)$ для произвольной внутренней точки (x, y) .

Билинейная интерполяция выполняется в два линейных этапа.

1. Интерполяция по горизонтали (вдоль оси x). Для фиксированных y_1 и y_2 проводятся две линейные интерполяции:

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} Q_{11} + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} Q_{21}, \\ R_2 &= \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} Q_{12} + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} Q_{22}. \end{aligned} \quad (5.2)$$

Здесь R_1 и R_2 — приближённые значения $f(x, y_1)$ и $f(x, y_2)$.

2. Интерполяция по вертикали (вдоль оси y). Результирующее зна-

чение получается линейной интерполяцией между R_1 и R_2 :

$$f(x, y) = \frac{y_2 - y}{y_2 - y_1} R_1 + \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} R_2. \quad (5.3)$$

Подставляя выражения для R_1, R_2 , можно записать компактную формулу:

$$f(x, y) = \frac{1}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)} \left[(x_2 - x)(y_2 - y) Q_{11} + (x - x_1)(y_2 - y) Q_{21} + (x_2 - x)(y - y_1) Q_{12} + (x - x_1)(y - y_1) Q_{22} \right]. \quad (5.4)$$

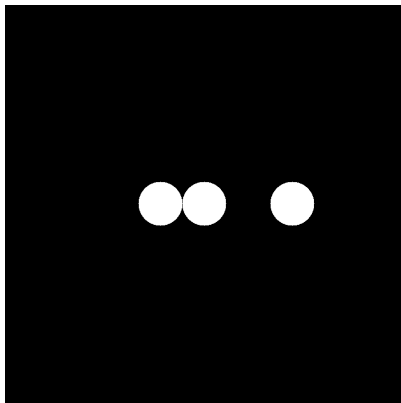
Билинейная интерполяция является компромиссом между вычислительной эффективностью и качеством аппроксимации, поэтому именно этот метод был выбран для сглаживания синограммы перед применением FBP [14] (код реализации метода представлен в **Приложении А**).

Для улучшенных билинейной интерполяцией синограмм проведен сравнительный анализ качества восстановления изображений при различных коэффициентах увеличения разрешения (коэффициент, показывающий во сколько раз увеличивается разрешение по каждой из координат синограммы). Полученные результаты приведены на рис. 5.1 и в таблице 5.1.

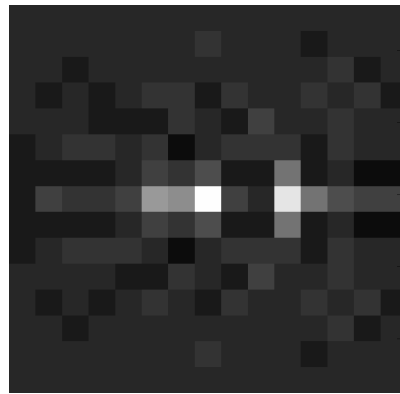
Таблица 5.1 — Сравнение восстановленных изображений с эталонным

Коэффициент увеличения разрешения	NCC	SSIM
1	0.71	0.02
2	0.77	0.02
4	0.76	0.02
8	0.75	0.02
10	0.76	0.02
14	0.79	0.02
20	0.80	0.02
30	0.80	0.02

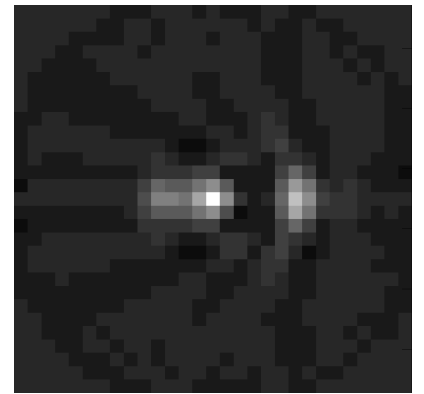
По значениям, представленным в таблице 5.1, видно, что билинейная интерполяция дает улучшение качества восстановления изображения даже при небольшом коэффициенте увеличения разрешения, а именно при значении – 2. Дальнейший рост разрешения не приводит к значительным изменениям значения индекса NCC. Также можно заметить, что индекс SSIM стабильно низкий,



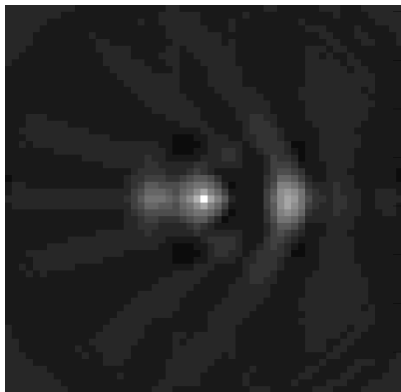
(а) Эталонное изображение



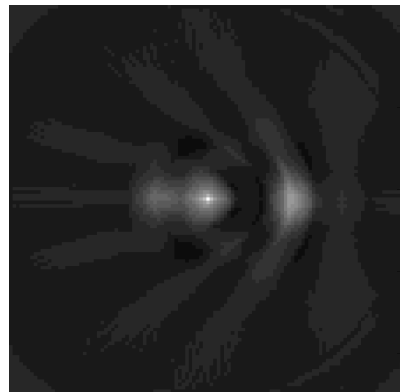
(б) Изображение, реконструированное без билинейной интерполяции



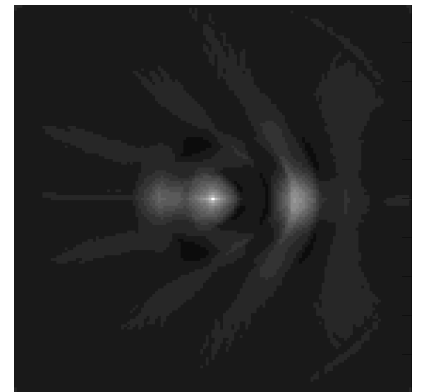
(в) Изображение, реконструированное с коэффициентом увеличения разрешения 2



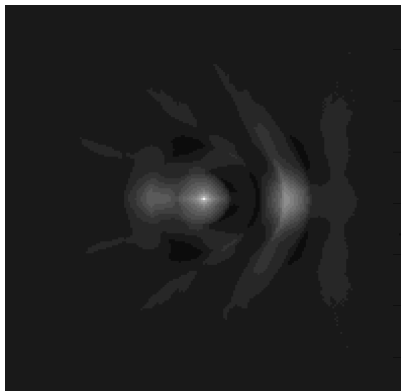
(г) Изображение, реконструированное с коэффициентом увеличения разрешения 4



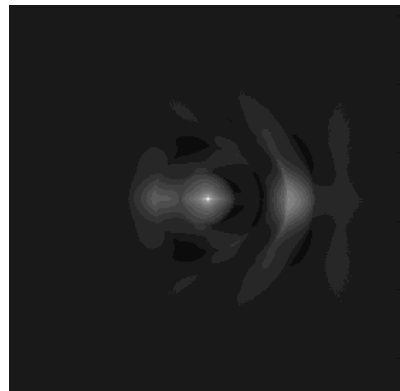
(д) Изображение, реконструированное с коэффициентом увеличения разрешения 8



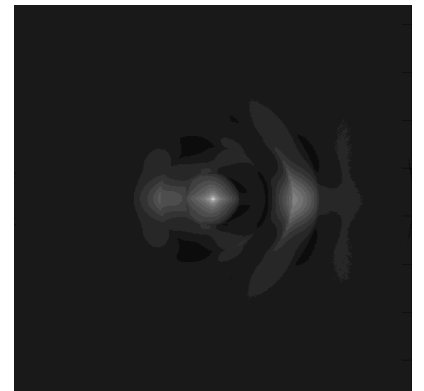
(е) Изображение, реконструированное с коэффициентом увеличения разрешения 10



(ж) Изображение, реконструированное с коэффициентом увеличения разрешения 14



(з) Изображение, реконструированное с коэффициентом увеличения разрешения 20



(и) Изображение, реконструированное с коэффициентом увеличения разрешения 30

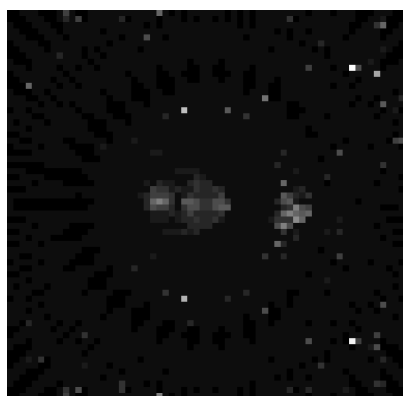
Рисунок 5.1 — Реконструкция методом FBP с использованием билинейной интерполяции.

это обусловлено его неустойчивостью к зашумлениям изображений, поэтому целесообразно опираться на индекс NCC.

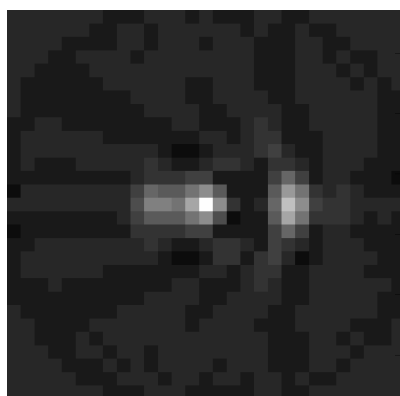
5.2 СРАВНЕНИЕ МЕТОДОВ РЕКОНСТРУКЦИИ FBP И MLEM

Для оценки качества реконструкции изображений с помощью методов FBP и MLEM [15] проведено моделирование с помощью GEANT4. Модель экспериментальной установки миниПЭТ учитывает основные конструкционные особенности, а также физические характеристики 32 модулей.

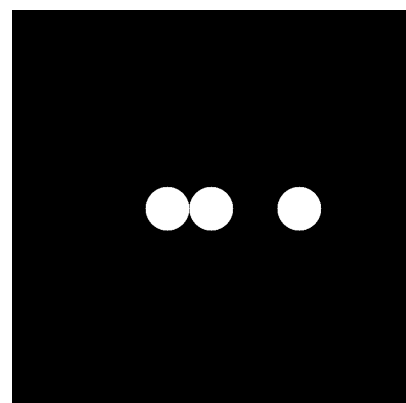
Проведено три моделирования, в каждом из которых создано по три источника диаметром 10 мм. Результаты представлены на рис. 5.2 - 5.4.



(а) Изображение, реконструированное с помощью MLEM

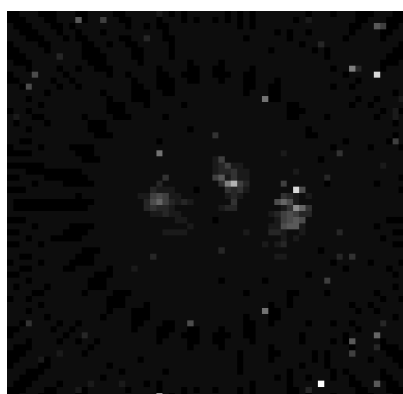


(б) Изображение, реконструированное с помощью FBP

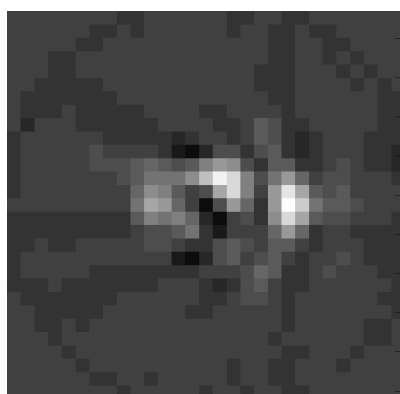


(в) Эталонное изображение

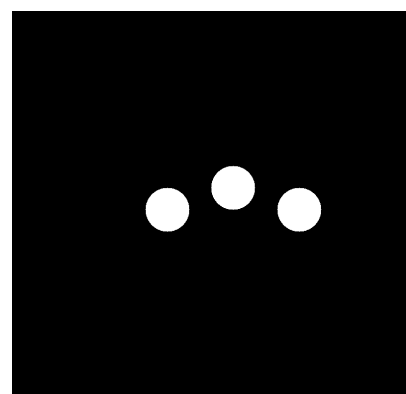
Рисунок 5.2 — Результаты первого моделирования.



(а) Изображение, реконструированное с помощью MLEM

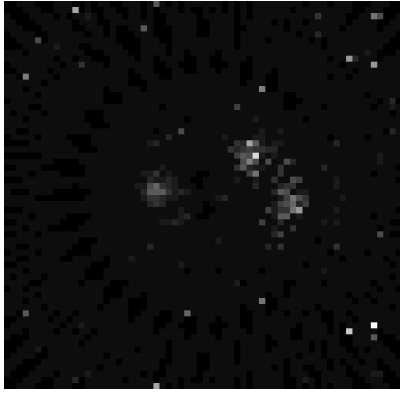


(б) Изображение, реконструированное с помощью FBP

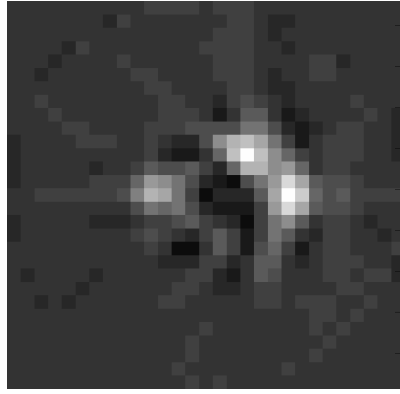


(в) Эталонное изображение

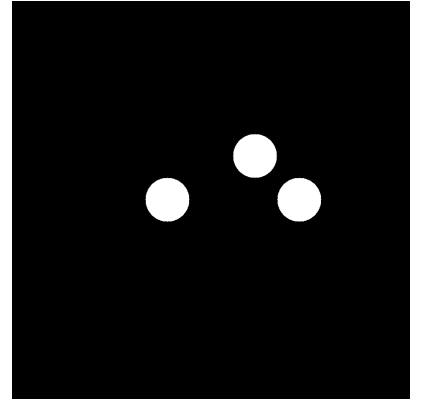
Рисунок 5.3 — Результаты второго моделирования.



(а) Изображение, реконструированное с помощью MLEM



(б) Изображение, реконструированное с помощью FBP



(в) Эталонное изображение

Рисунок 5.4 — Результаты третьего моделирования.

На полученных изображениях проведено исследование качества реконструкции с помощью индексов SSIM и NCC для обоих методов FBP и MLEM, результаты приведены в таблице 5.2. Для FBP использовано предварительное улучшение синограммы с помощью билинейной интерполяции (увеличение разрешения в два раза по осям x и y).

Результаты приведены в таблице 5.2.

Таблица 5.2 — Сравнение MLEM и FBP

№ моделирования	MLEM		FBP	
	NCC	SSIM	NCC	SSIM
1	0.46	0.15	0.77	0.02
2	0.40	0.16	0.71	0.02
3	0.41	0.16	0.74	0.02

Полученные результаты показывают, что FBP даёт более высокий NCC, что свидетельствует о хорошем линейном соответствии реконструированного изображения эталону. Однако крайне низкий $SSIM \approx 0.02$ указывает на сильные структурные искажения, типичные при зашумлённых данных (см. Приложение А). MLEM обеспечивает умеренный NCC (0.40–0.46), но более высокий $SSIM \approx 0.16$, что может быть обусловлено меньшими шумами.

5.3 ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ КАЧЕСТВА РЕКОНСТРУКЦИИ ИСТОЧНИКА ОТ ЕГО РАСПОЛОЖЕНИЯ ОТ ЦЕНТРА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Для оценки влияния положения источника на качество реконструкции использован метод FBP с предварительной билинейной интерполяцией синограммы. Рассмотрен следующий вариант интерполяции: увеличение разрешения в 20 раз (рис. 5.5 – 5.6) по каждому направлению.

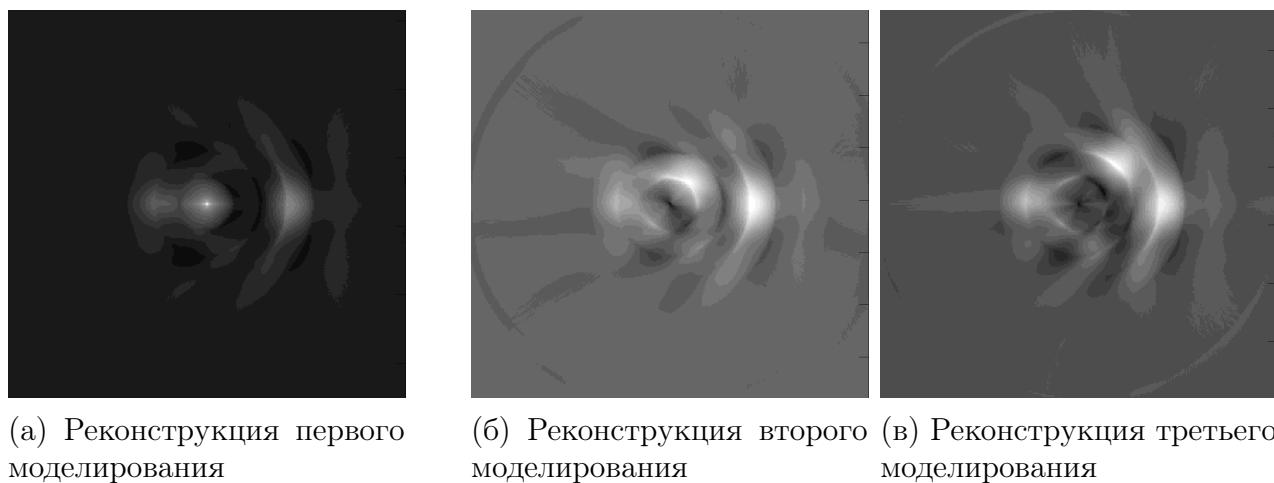
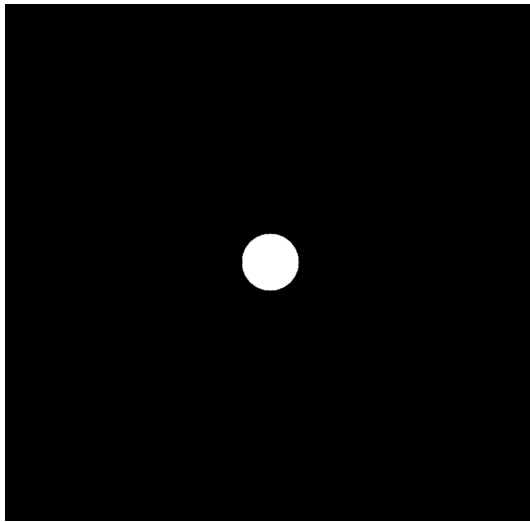


Рисунок 5.5 — Реконструированные источники методом FBP с использованием билинейной интерполяции (увеличение разрешения изображения в 20 раз по каждой из осей).

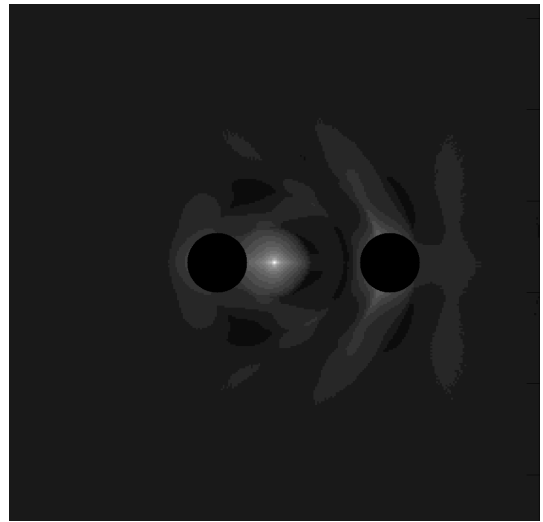
Все источники имеют одинаковый геометрический размер (диаметр 10 мм) и идентичны по физическим свойствам; различие заключается только в их координатах внутри камеры миниПЭТ. Координаты заданы в миллиметрах относительно центра установки. Для количественного сравнения каждого источника с эталонным использованы метрики NCC и SSIM.

На рис. 5.5 видно, что центральный источник (0,0) реконструируется с правильной круглой формой при выбранной интерполяции. При удалении от центра форма источника искажается: появляются эллиптичность, «хвосты». Это особенно заметно для точек (10,10) и (20, 0), где изображение становится асимметричным.

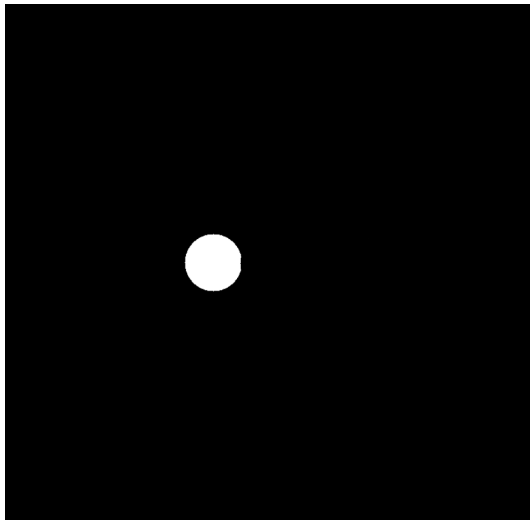
Визуально наблюдаемая деформация для всех источников кроме $(-10, 0)$, удалённых от центра, не приводит к существенному падению количественных индексов NCC и SSIM (табл. 5.3). В случае источника $(-10, 0)$ наблюдается



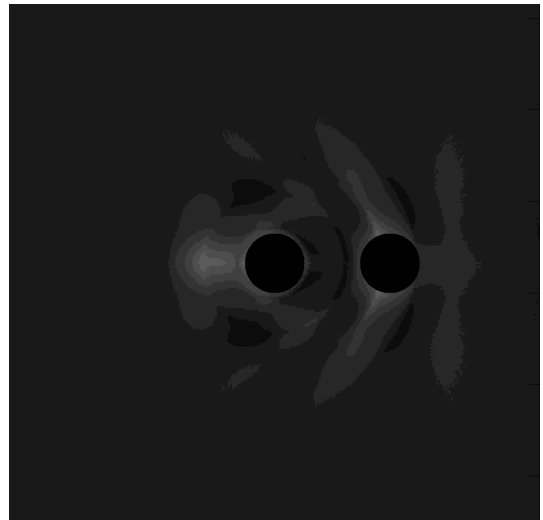
(а) Эталонный источник, расположенный в точке $(0,0)$



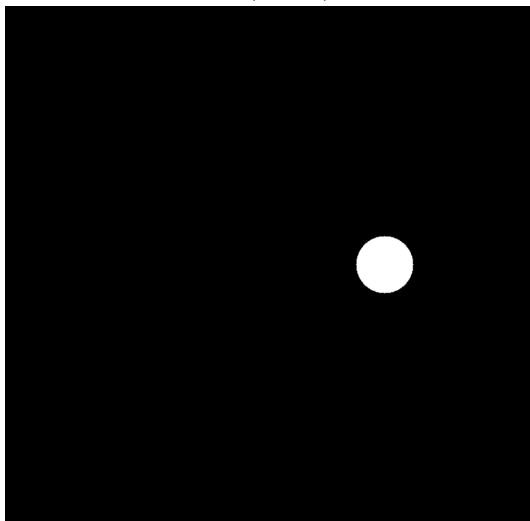
(б) Источник, расположенный в точке $(0,0)$



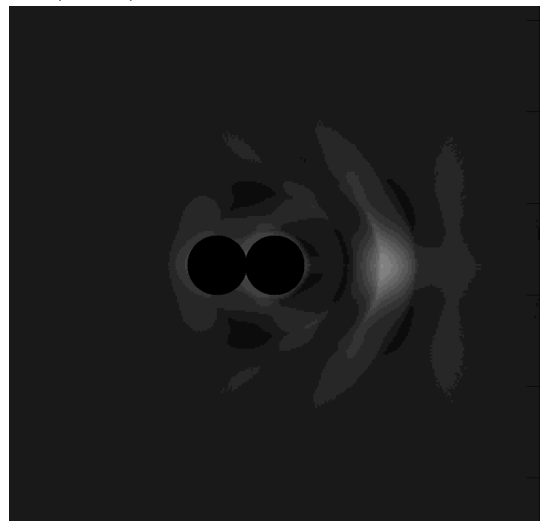
(в) Эталонный источник, расположенный в точке $(-10,0)$



(г) Источник, расположенный в точке $(-10,0)$



(д) Эталонный источник, расположенный в точке $(20,0)$



(е) Источник, расположенный в точке $(20,0)$

Рисунок 5.6 — Сравнение реконструированных методом ФВР источников с использованием билинейной интерполяции (увеличение разрешения изображения в 20 раз по каждой из осей) с эталонными изображениями.

стабильно низкий NCC для всех трех моделирований. Такие значения индекса объясняются конструктивными особенностями миниПЭТ.

Таблица 5.3 — Результаты сравнения реконструированных изображений с эталоном для трёх моделирований

Моделирование	Координаты источника	NCC	SSIM
1	(0,0)	0.70	0.01
	(-10,0)	0.56	0.01
	(20,0)	0.70	0.01
2	(5,5)	0.60	0.01
	(-10,0)	0.40	0.01
	(20,0)	0.65	0.01
3	(10,10)	0.62	0.01
	(-10,0)	0.44	0.01
	(20,0)	0.64	0.01

6 ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках исследовательской работы выполнен цикл реконструкции томографического изображения на основе данных макета миниПЭТ, а также разработана методика количественной оценки качества реконструкции изображений миниПЭТ. Проведена реконструкция экспериментальных проекционных данных, полученных с установки миниПЭТ, с использованием пакета STIR; на основании этого сделан вывод о нецелесообразности его применения в рамках данной конфигурации и принято решение о разработке собственной базы реконструкции. Осуществлена оценка качества реконструкции алгоритмов FBP и MLEM на данных моделирования GEANT4. Выполнено сравнение восстановленных изображений с эталонными с помощью индексов NCC и SSIM, проанализирована зависимость точности восстановления от положения источника и параметров реконструкции. На основе количественных критериев (NCC, SSIM) обоснован выбор оптимального метода для условий ограниченного числа проекций миниПЭТ. Показано, что при текущей конфигурации реализованных методов FBP обеспечивает более высокие значения метрики NCC по сравнению с MLEM и является предпочтительным.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Черняев А. П., Волков Д. В., Лыкова Е. Н. Физические методы визуализации в медицинской диагностике. — 2022. — (Библиотека медицинского физика). — ISBN 978-5-6042768-0-8.
2. Miyaoka R. S., Lehnert A. L. Small animal PET: a review of what we have done and where we are going // *Phys. Med. Biol.* — 2020. — Vol. 65, no. 24. — 24TR02.
3. Schematic representation of e-e⁺ annihilation in PET. — URL: <http://old.kko.khv.ru/positronno-emissionnaya-tomografiya-pet> (visited on 05/26/2026).
4. Беляев В. Н., Климанов В. А. Физика ядерной медицины. Часть 2. Позитронно-эмиссионные сканеры, реконструкция изображений в позитронно-эмиссионной томографии, комбинированные системы ПЭТ/КТ и ОФЭКТ/ПЭТ, кинетика радиофармпрепаратов, радионуклидная терапия, внутренняя дозиметрия, радиационная безопасность. — Учебное пособие. — М. : НИЯУ МИФИ, 2012. — С. 248.
5. Ramachandran G. N., Lakshminarayanan A. V. Three-dimensional reconstruction from radiographs and electron micrographs: Application of convolutions instead of Fourier transforms // *Proceedings of the National Academy of Sciences.* — 1971. — Vol. 68, no. 9. — P. 2236–2240.
6. Zeng G. L. *Medical Image Reconstruction: From Analytical and Iterative Methods to Machine Learning.* — 2nd. — 2023. — ISBN 9783111055404.
7. Lewis J. P. Fast Normalized Cross-Correlation // *Proceedings of Vision Interface '95.* — Quebec City, Canada : Canadian Image Processing, Pattern Recognition Society, 1995. — P. 120–123.
8. Image quality assessment: from error visibility to structural similarity / Z. Wang [et al.] // *IEEE Transactions on Image Processing.* — 2004. — Vol. 13, no. 4. — P. 600–612.
9. ISO/IEC 14882:2017: Programming Languages — C++ / International Organization for Standardization. — URL: <https://www.iso.org/standard/68564.html> (visited on 05/26/2026).

10. STIR: Software for Tomographic Image Reconstruction. — URL: <http://stir.sourceforge.net> (дата обр. 26.05.2026).
11. OpenCV: Open Source Computer Vision Library. — URL: <https://opencv.org> (дата обр. 26.05.2026).
12. ROOT: Data Analysis Framework. — URL: <https://root.cern> (дата обр. 26.05.2026).
13. Федотов А. А. Введение в цифровую обработку биомедицинских изображений. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — С. 108. — (Учебное пособие). — ISBN 978-5-8114-3459-8.
14. Kak A. C., Slaney M. Principles of Computerized Tomographic Imaging. — New York : IEEE Press, 1988.
15. Scatter compensation for digital chest radiography using maximum likelihood expectation maximization / J. Floyd C. E. [et al.] // Investigative Radiology. — 1993. — Vol. 28, no. 5. — P. 427–433.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Калибровка индексов подобия

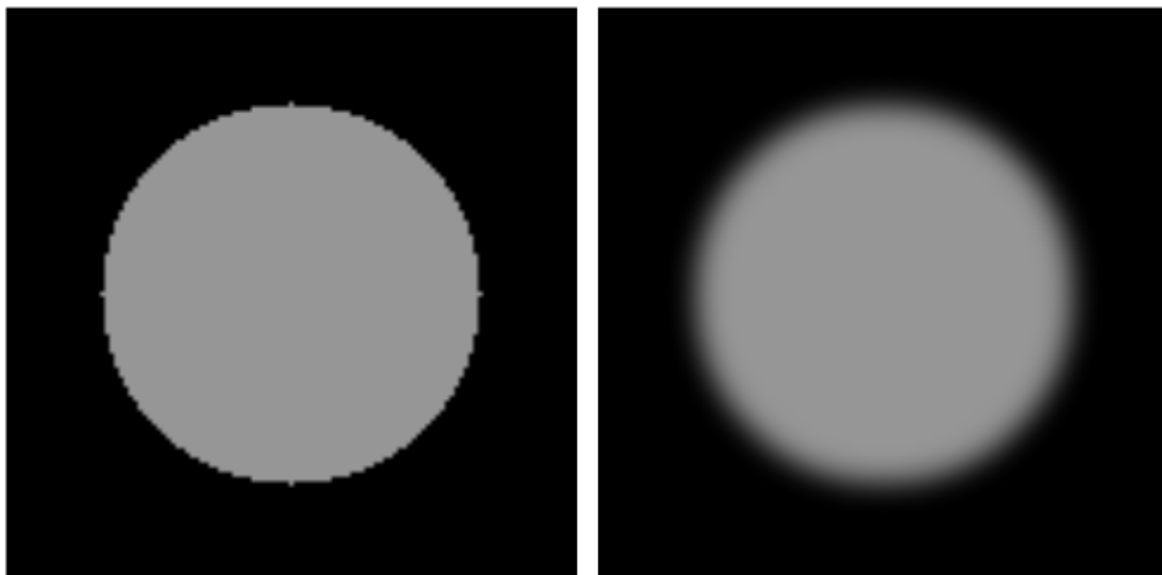


Рисунок А.1 — Сравнение эталонного изображения и размытого. Значения индексов: $NCC = 0.974247$, $SSIM = 0.840206$

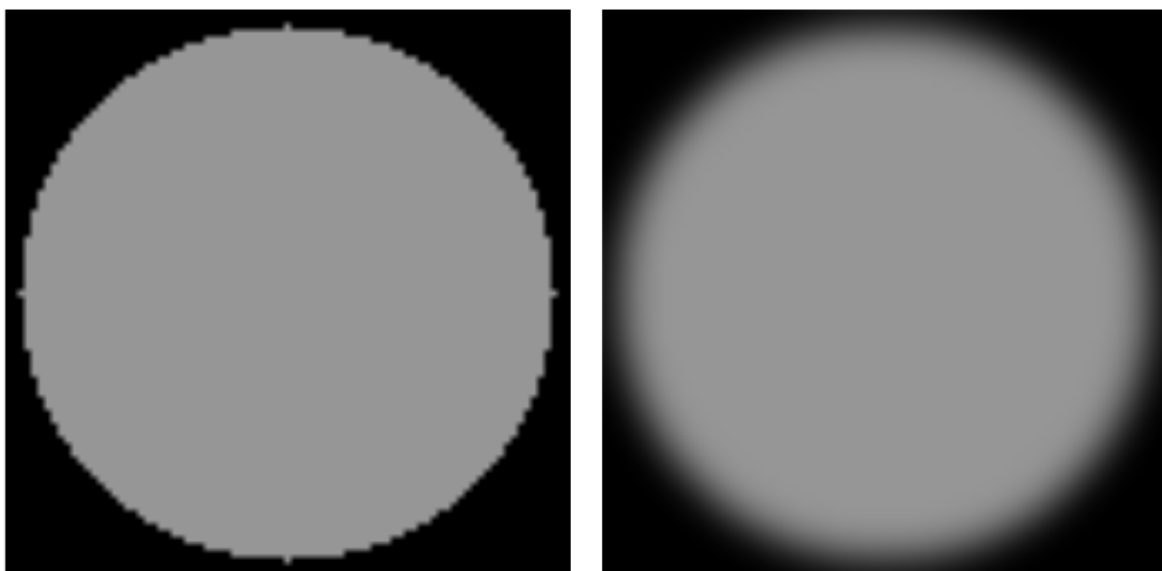


Рисунок А.2 — Сравнение эталонного изображения и размытого. Значения индексов: $NCC = 0.945797$, $SSIM = 0.722775$

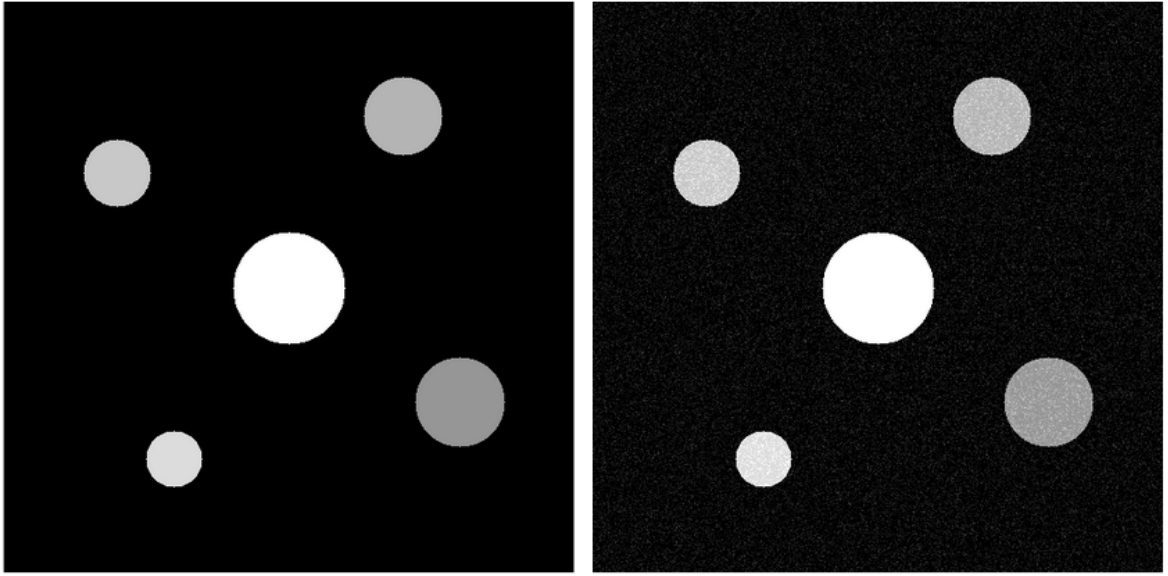


Рисунок А.3 — Сравнение эталонного изображения и зашумленного. Значения индексов: $NCC = 0.96937$, $SSIM = 0.112858$

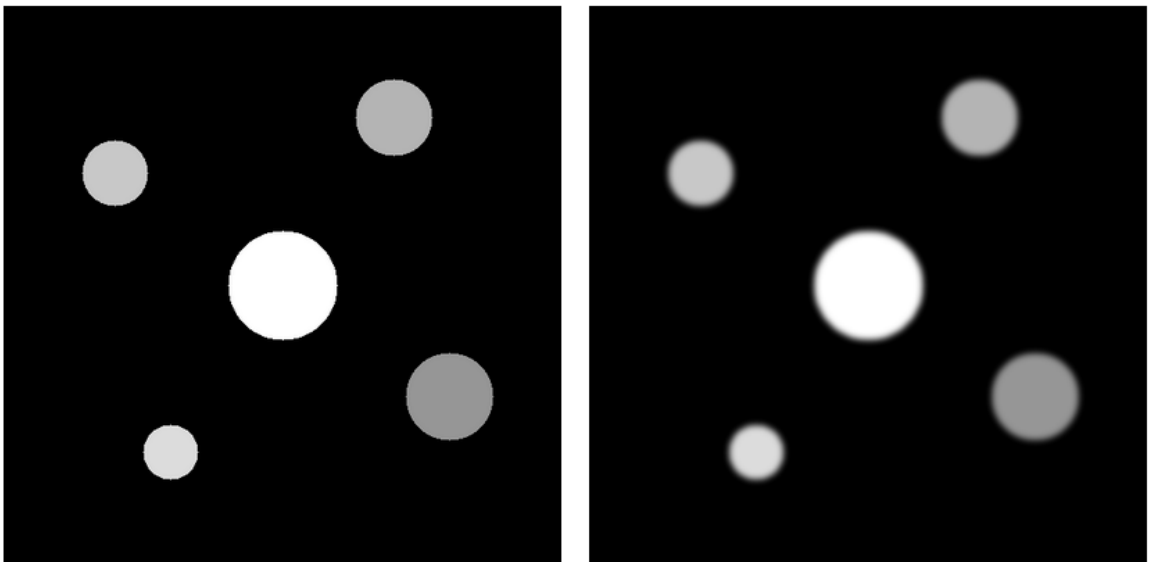


Рисунок А.4 — Сравнение эталонного изображения и размытого. Значения индексов: $NCC = 0.981324$, $SSIM = 0.956026$

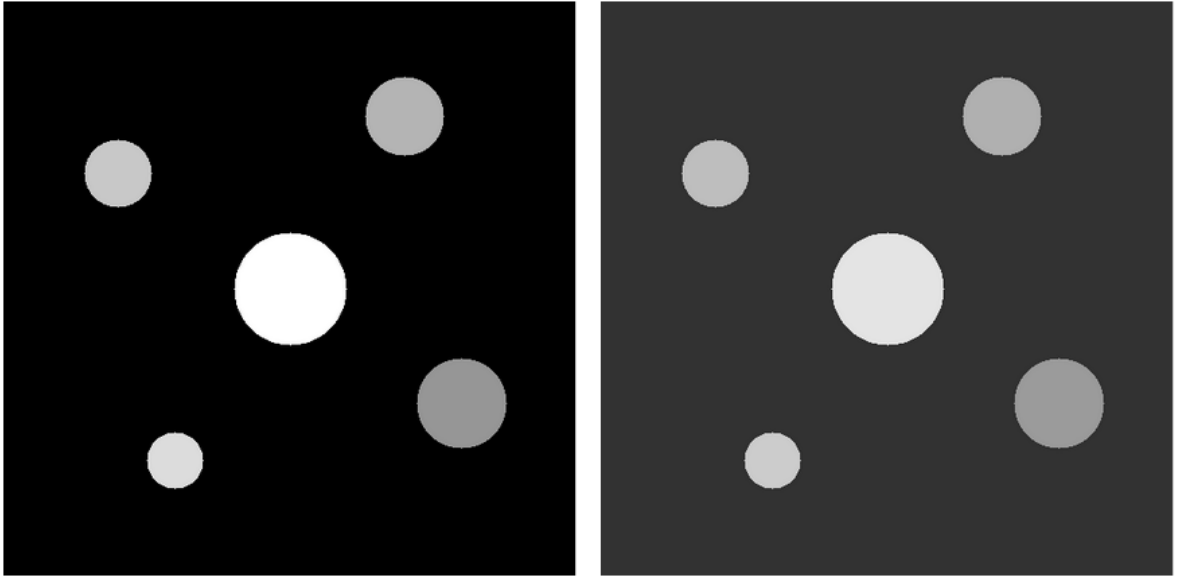


Рисунок А.5 — Сравнение эталонного и с измененной яркостью изображений.
Значения индексов: $NCC = 0.998275$, $SSIM = 0.0878619$

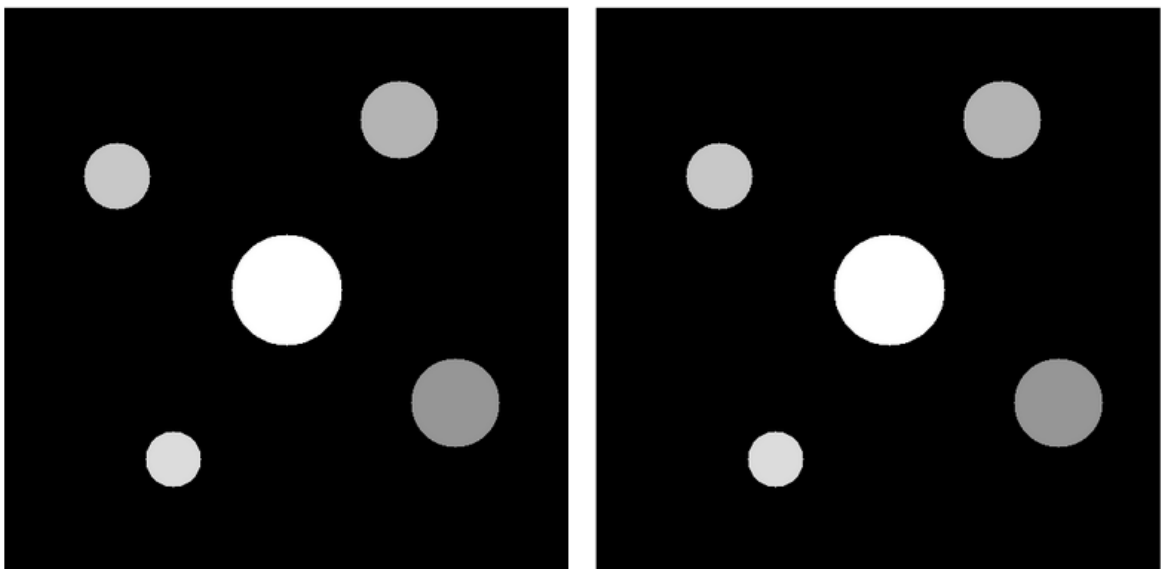


Рисунок А.6 — Сравнение эталонного изображения и изображения со сдвигом.
Значения индексов: $NCC = 0.827092$, $SSIM = 0.962367$