



Национальный исследовательский ядерный университет
“МИФИ”

Институт ядерной физики и технологий

Кафедра физики элементарных частиц № 40

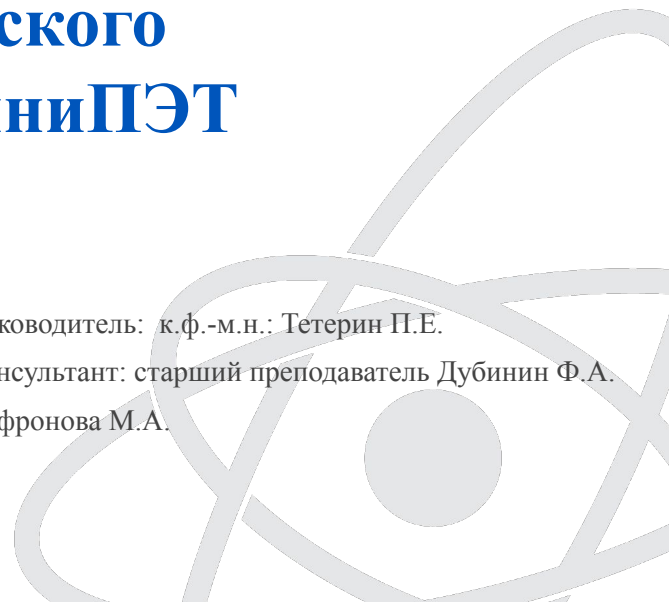
Цикл реконструкции томографического изображения по данным макета миниПЭТ

Научный руководитель: к.ф.-м.н.: Тетерин П.Е.

Научный консультант: старший преподаватель Дубинин Ф.А.

Студент: Сафронова М.А.

Москва 2026



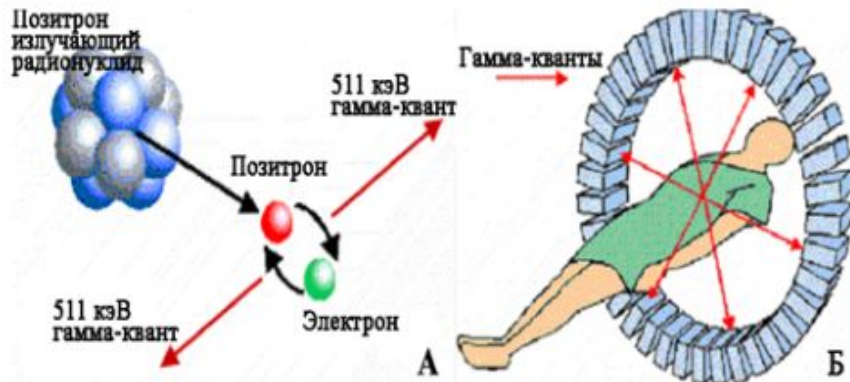
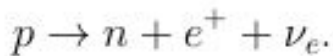
Цель: Создать цикл реконструкции томографического изображения по данным макета миниПЭТ, а также разработать методику количественной оценки качества реконструкции изображений миниПЭТ.

Задачи исследования:

1. Аналитический обзор – изучить принципы реконструкции изображений в ПЭТ, математические основы методов FBP и MLEM, а также существующие метрики сравнения изображений (NCC).
2. Экспериментальное восстановление – выполнить реконструкцию проекционных данных, полученных с установки миниПЭТ, с использованием пакета STIR, чтобы определить целесообразность использования данного программного обеспечения.
3. Оценка качества реконструкции алгоритмов FBP и MLEM на данных GEANT4 модели – провести сравнение полученных изображений с эталонными с помощью выбранных индексов, проанализировать зависимость точности восстановления от положения источника и параметров реконструкции.
4. Выбор оптимального метода – на основе количественных критериев (NCC) обосновать, какой из методов (FBP или MLEM) обеспечивает лучшую точность и пригоден для использования в условиях ограниченного числа проекций миниПЭТ.

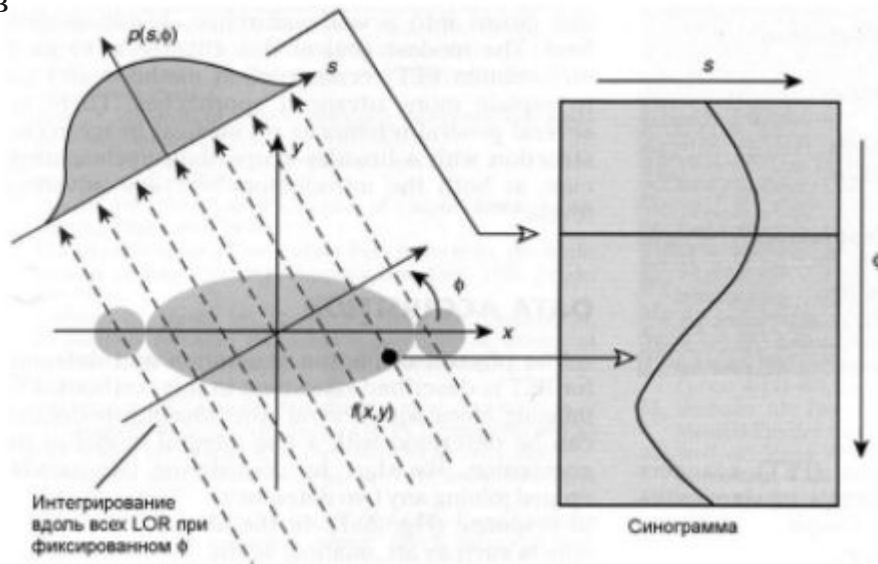
Введение

Радионуклид в составе РФП претерпевает β^+ -распад: протон в ядре превращается в нейтрон, испуская позитрон и нейтрино:



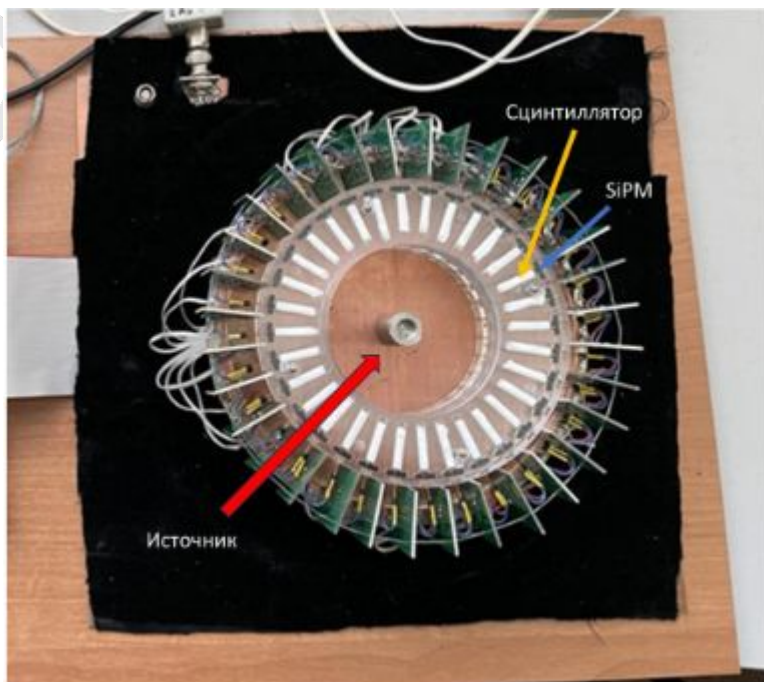
Схематичное изображение позитронно-эмиссионной томографии.

Источник изображения:
<http://old.kko.khv.ru/pozitronno-emissionnaya-tomografiya-pet>



Образование проекции $p(s, \phi)$ в результате интегрирования вдоль всех параллельных линий LOR под углом ϕ .

Источник изображения: Беляев В. Н., Климанов В. А. Физика ядерной медицины. Часть 2.



Снимок экспериментальной установки

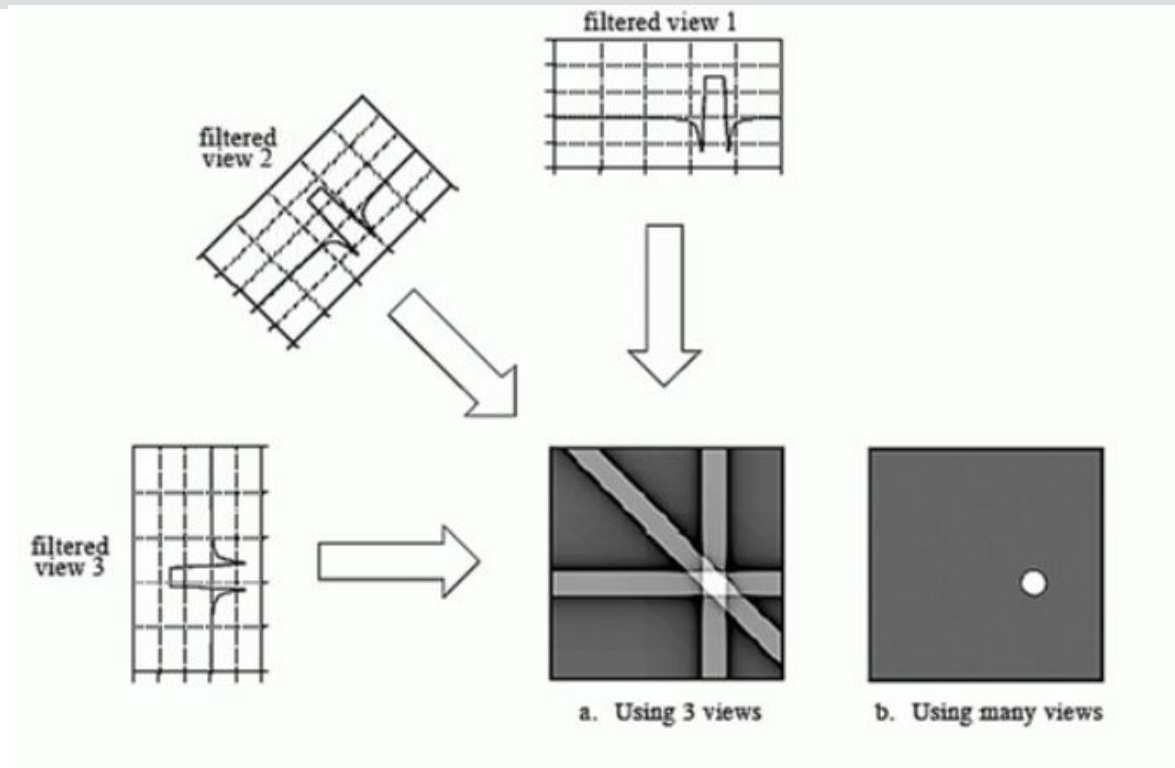
Кольцо, на котором располагаются детекторы, состоит из 32 независимых каналов, расположенных с шагом 11.25° . В качестве сцинтиллятора выбран GAGG ($\text{Gd}_3\text{Al}_2\text{Ga}_3\text{O}_{12}$), характеристики которого:

1. высокий световыход ($\sim 50\,000$ фотонов/МэВ)
2. отсутствие гигроскопичности
3. умеренное время сцинтилляции (~ 90 нс)
4. энергетическое разрешение 9 % (662 кэВ)

В качестве фотодетекторов использованы кремниевые фотоумножители - SiPM, их удобство состоит в том, что они имеют компактные размеры, высокую чувствительность и устойчивость к магнитным полям.

Для считывания данных с SiPM и измерения момента срабатывания детекторов использована интегральная микросхема специального назначения (ASIC) Petiros 2A, разработанная компанией Weegoc.

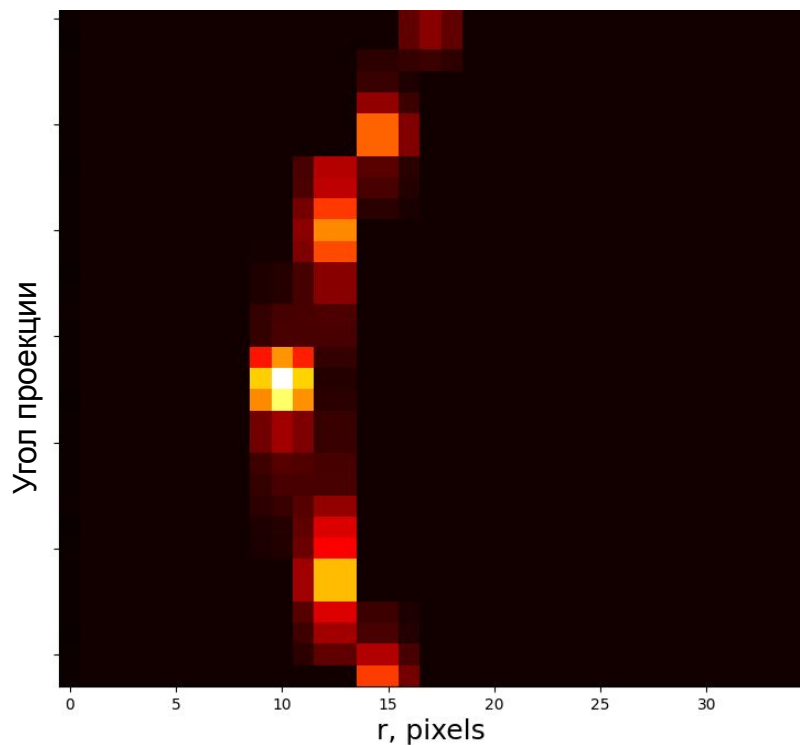
Схематичное изображение работы метода ФБР (Filtered Back Projection)



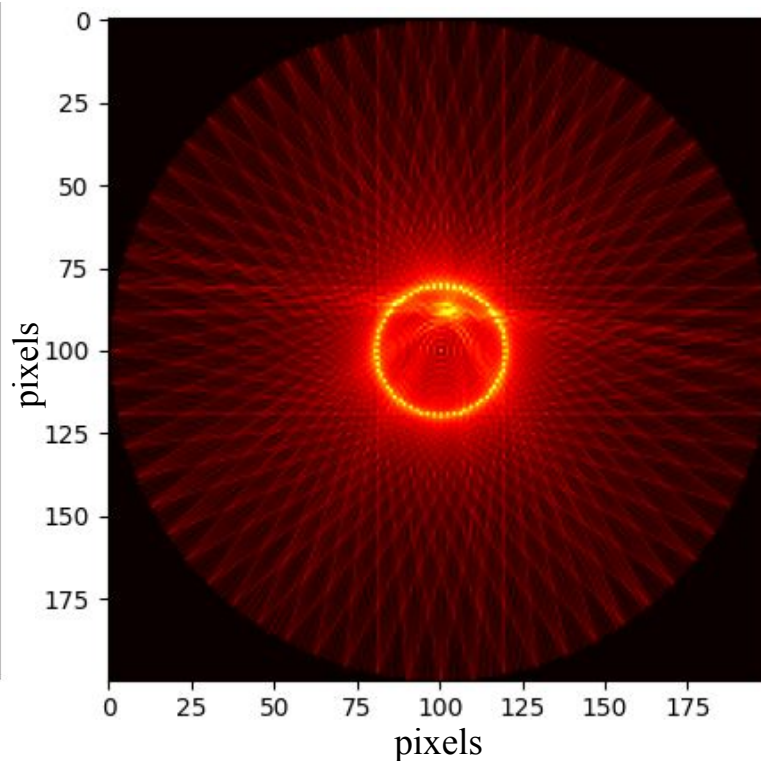
Источник изображения:

Design of a universal phantom for quality assurance in diagnostic radiology x-ray imaging - Scientific Figure on ResearchGate.

https://www.researchgate.net/figure/a-Simple-back-projection-b-Filtered-back-projection-Steven-et-al-60_fig16_328577692

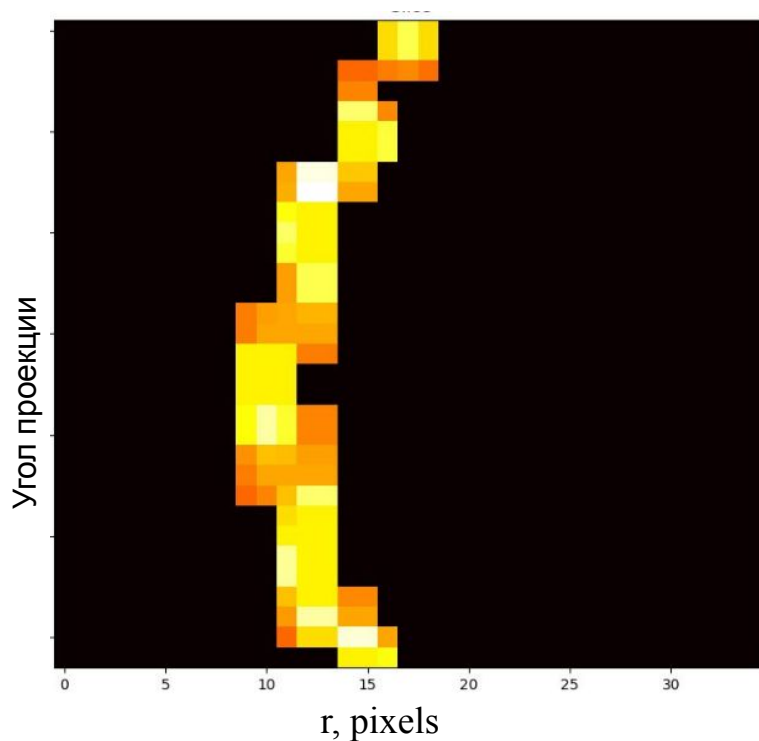


а) синограмма

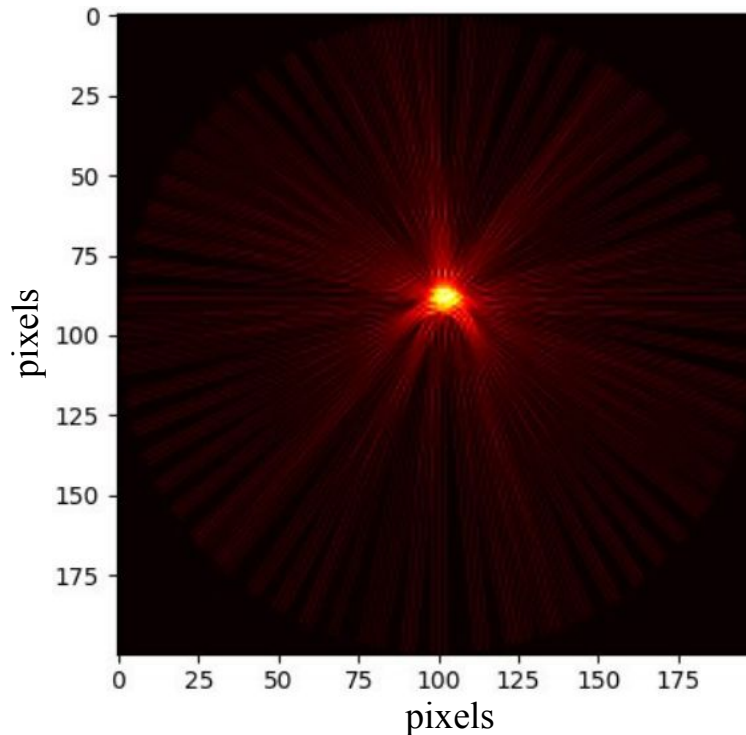


б) реконструированное изображение

Реконструкции экспериментальных данных макета миниПЭТ с помощью встроенных методов STIR



а) синограмма



б) реконструированное изображение

Реализация собственных алгоритмов реконструкции



Реализованы два алгоритма на C++:

- **фильтрованная обратная проекция (FBP)**
- **максимизация ожидания максимального правдоподобия (MLEM)**

- стандартный аналитический алгоритм
- не учитывает особенности установки
- быстрый

- итерационный алгоритм
- позволяет учесть особенности установки
- позволяет учесть поглощение в среде
- медленный

Реализована билинейная интерполяция синограммы

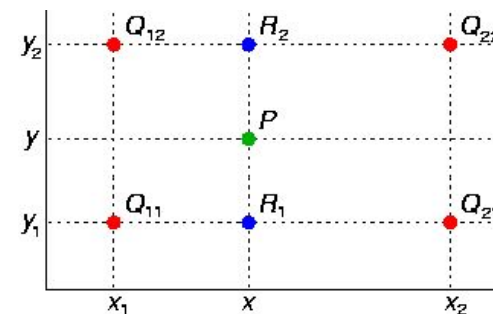
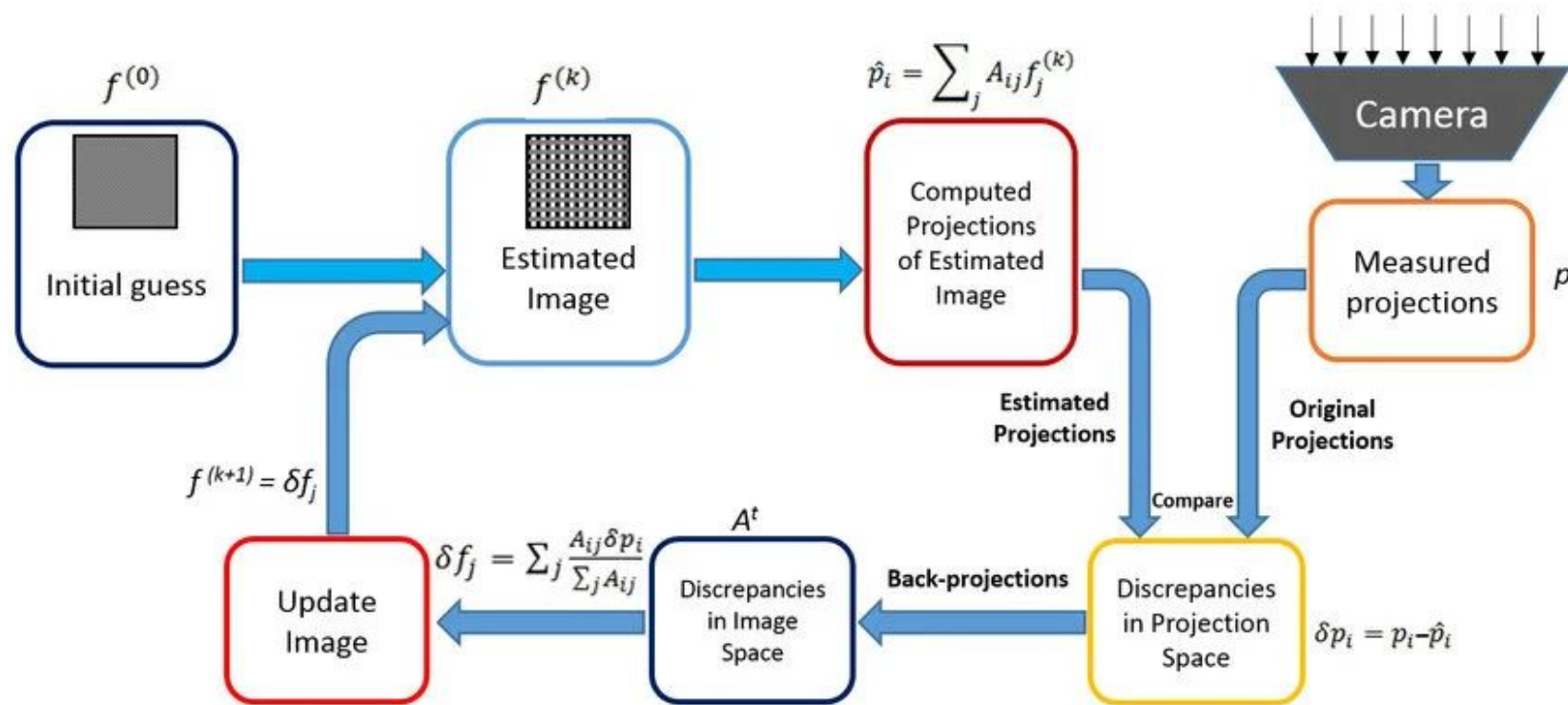
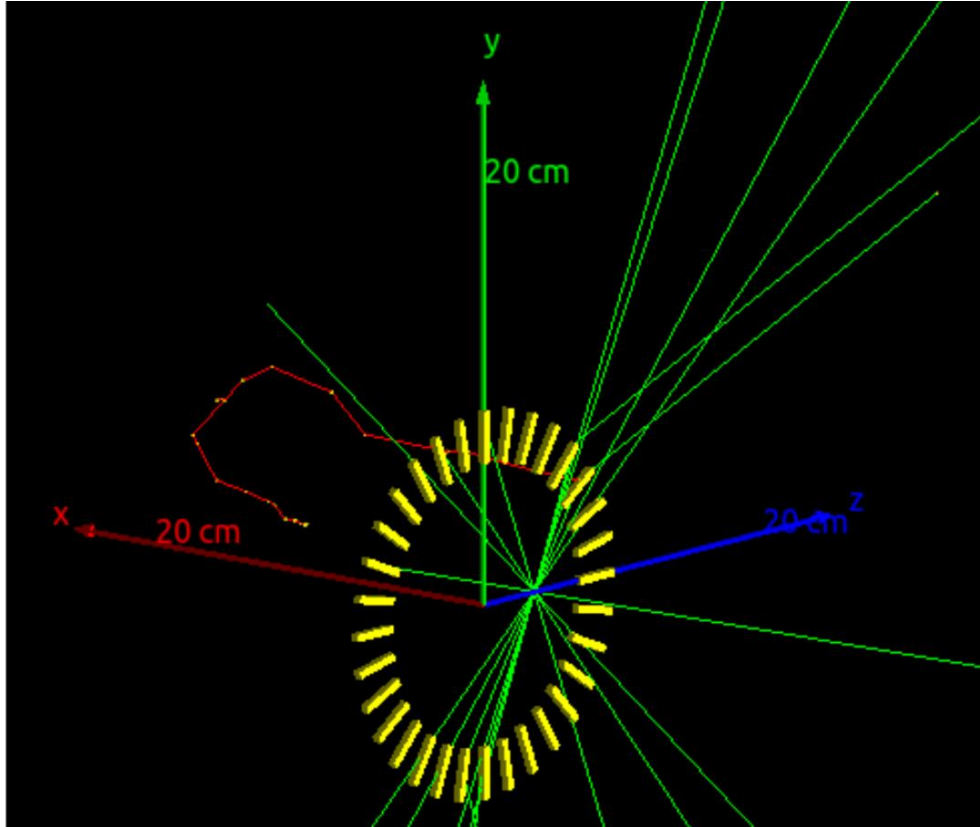


Диаграмма MLEM (Maximum Likelihood Expectation Maximization) алгоритма.



Источник изображения:

FPGA as a Hardware Accelerator for Computation Intensive Maximum Likelihood Expectation Maximization Medical Image Reconstruction Algorithm - Scientific Figure on ResearchGate. https://www.researchgate.net/figure/Maximum-Likelihood-Expectation-Maximization-MLEM-The-process-starts-with-a-initial_fig3_334855119



Цель: симуляция идеальных источников с известными размерами в известных координатах

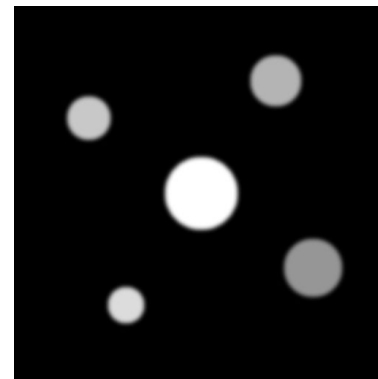
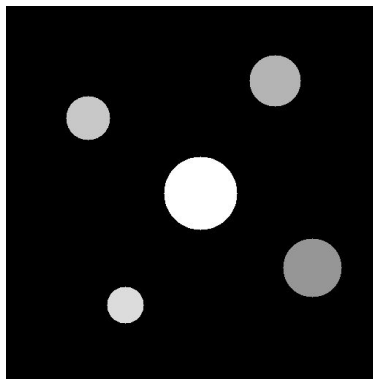
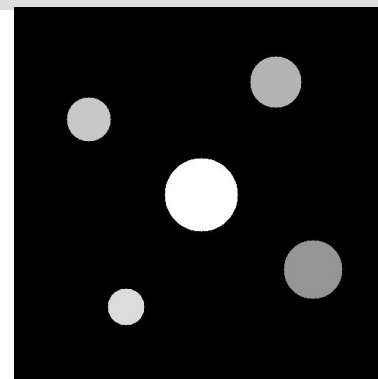
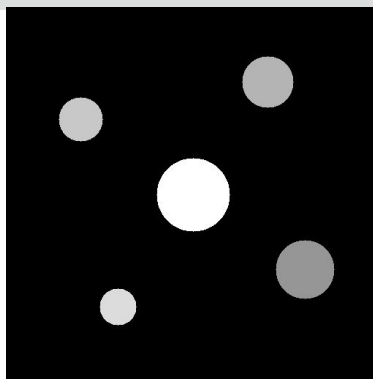
- материал сцинтиллятора - GAGG
- диаметр кольца - 130 мм
- пара гамма-квантов 511 кэВ
- среда - воздух

Нормализованная взаимная корреляция

$$NCC = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y},$$

где σ_x - дисперсия пикселей в изображении x, σ_y - дисперсия пикселей в изображении y, $\sigma_{x,y}$ - ковариация между изображениями x и y.

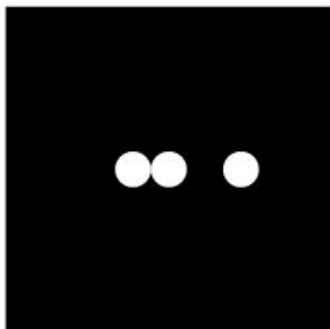
Принимает значения в диапазоне $[-1, 1]$, где 1 - полное сходство.



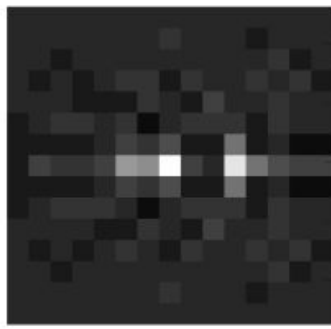
Сравнение с изображением со сдвигом по оси x. $NCC = 0.83$

Сравнение с размытым изображением. $NCC = 0.98$

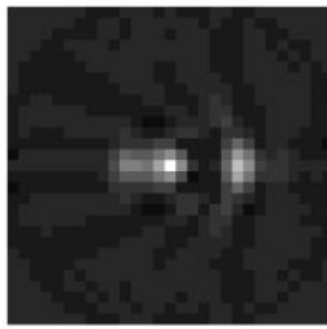
Использование билинейной интерполяции в ФВР реконструкции



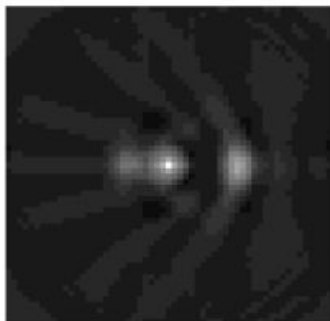
(а) Эталонное изображение



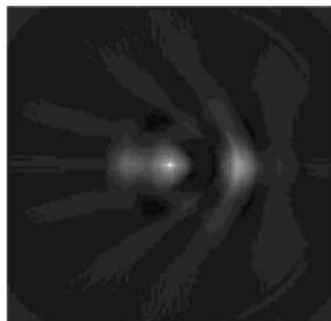
(б) Изображение, реконструированное без билинейной интерполяции



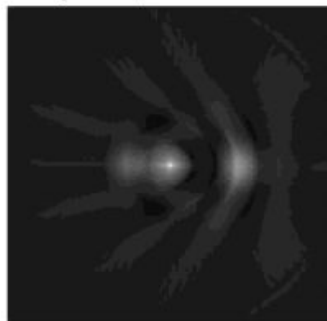
(в) Изображение, реконструированное с коэффициентом билинейной интерполяции 2



(г) Изображение, реконструированное с коэффициентом билинейной интерполяции 4



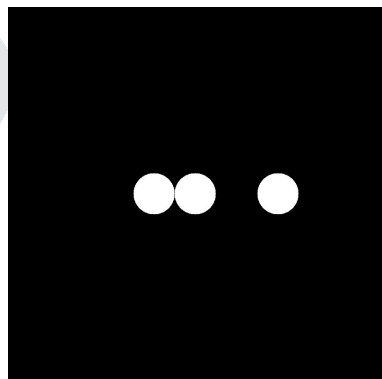
(д) Изображение, реконструированное с коэффициентом билинейной интерполяции 8



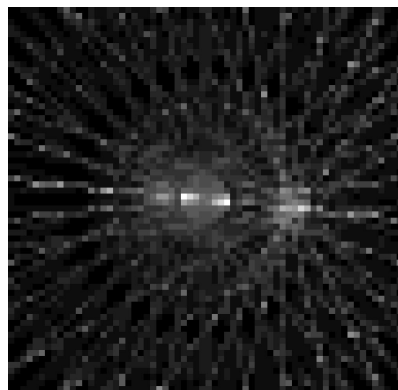
(е) Изображение, реконструированное с коэффициентом билинейной интерполяции 10

Коэффициент интерполяции	NCC
1	0.71
2	0.77
4	0.76
8	0.75
10	0.76
14	0.79
20	0.80
30	0.80

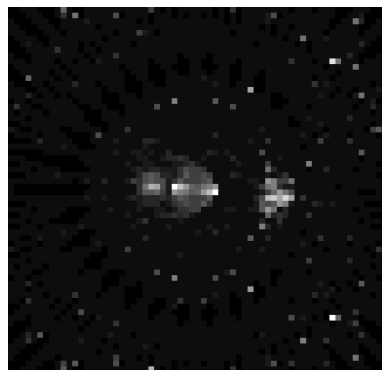
Исследование качества реконструкции MLEM от количества итераций на данных GEANT4 моделирования



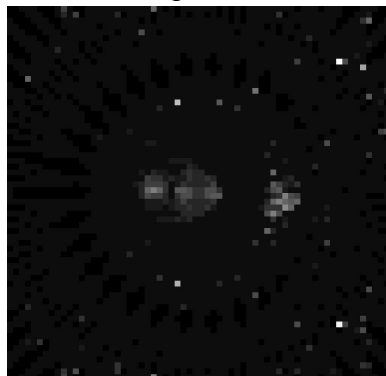
Эталонное изображение



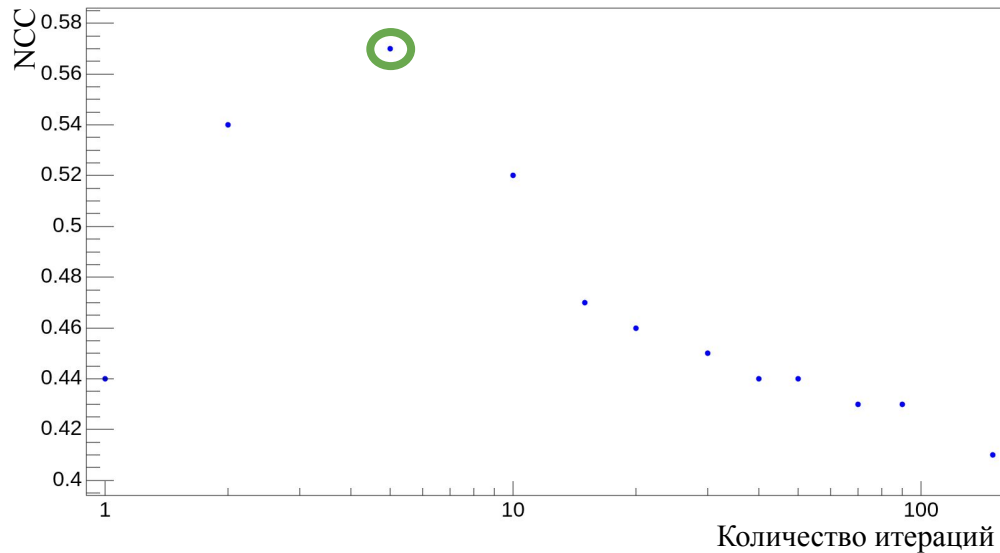
1 итерация



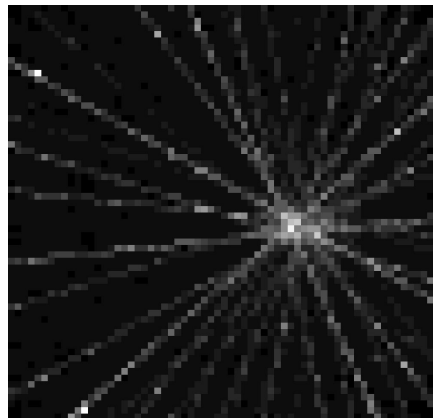
5 итераций



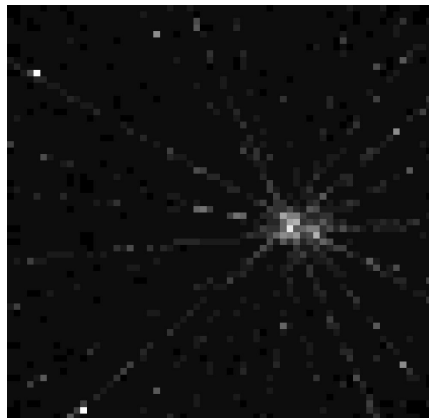
20 итераций



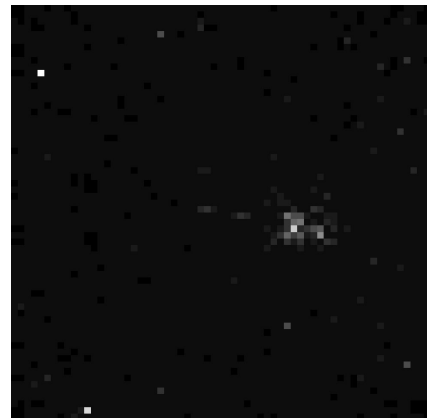
Восстановление экспериментальных данных макета миниПЭТ с помощью MLEM



а) 1 итерация



б) 2 итерации



в) 5 итераций



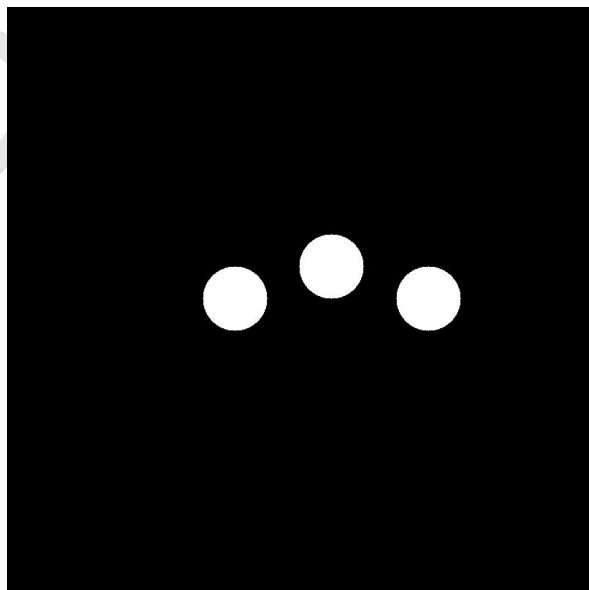
г) 7 итераций



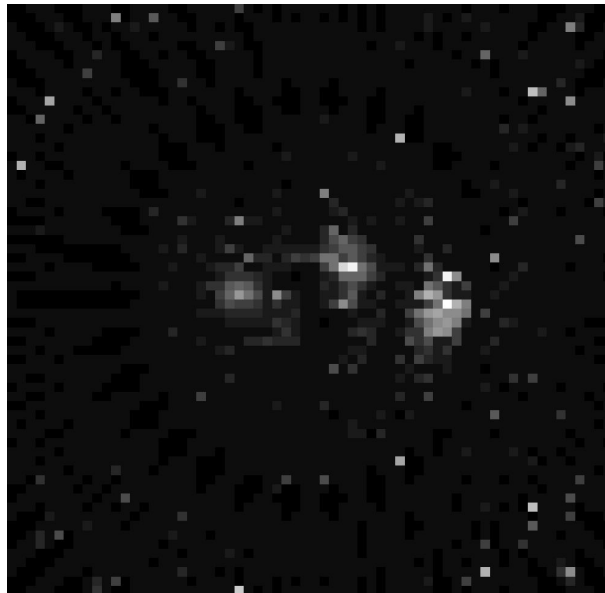
д) 15 итераций



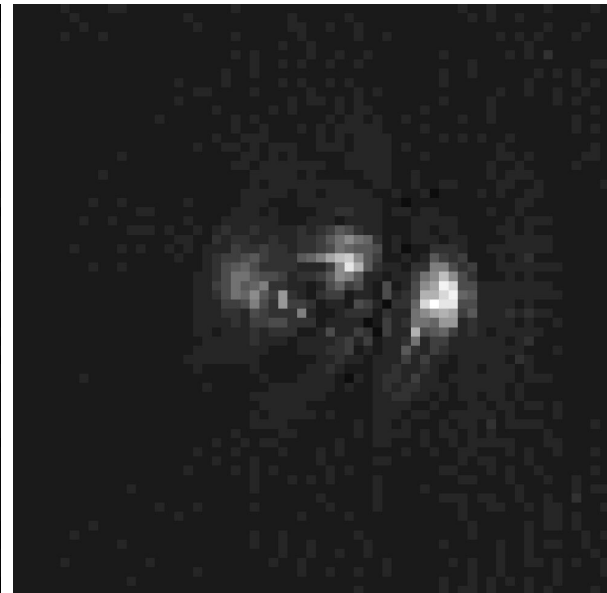
е) 20 итераций



эталонное изображение

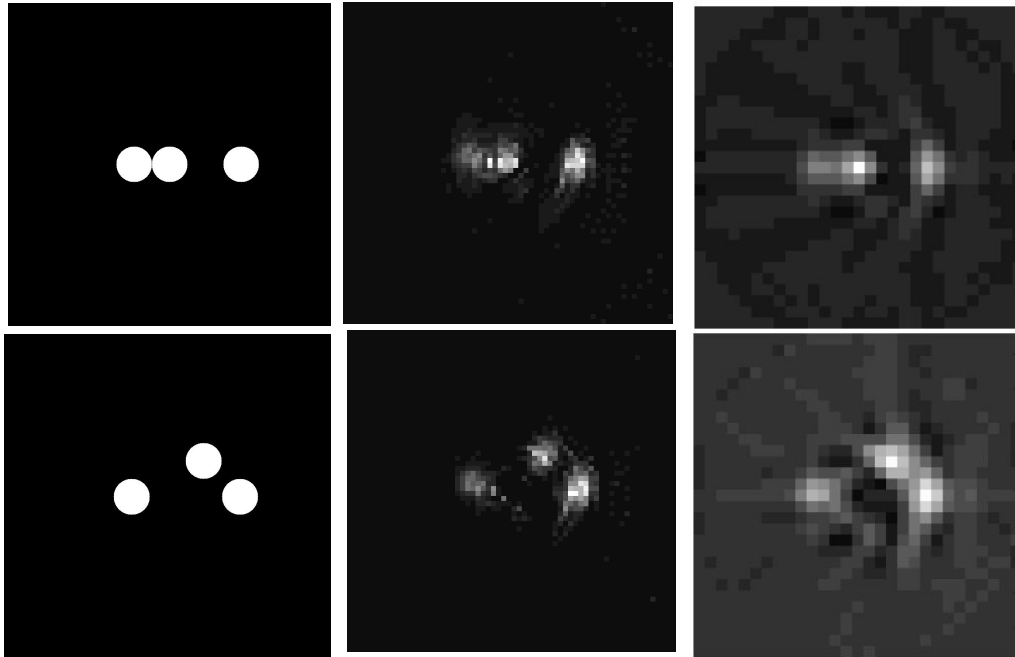


изображение, полученное из синогаммы
без интерполяции
 $NCC = 0.50$



изображение, полученное из
интерполированной синогаммы
 $NCC = 0.73$

Сравнение методов реконструкции FBP и MLEM



эталонное изображение

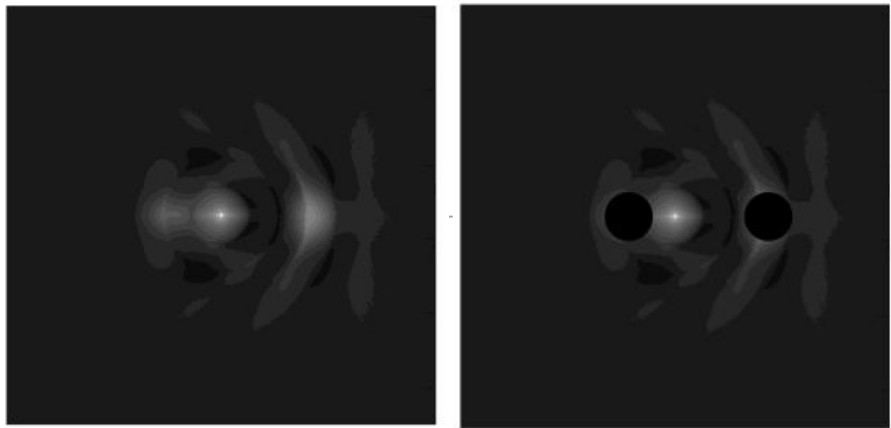
изображение,
восстановленное с
помощью MLEM

изображение,
восстановленное с
помощью FBP

№	MLEM	FBP
	NCC	NCC
1	0.75	0.77
2	0.73	0.74

Исследование качества реконструкции источника в зависимости от его удаленности от центра экспериментальной установки

- FBP
- билинейная интерполяция синограммы x20
- диаметр источников 10 мм



Источник	Координата источника	NCC
центральный	(0, 0)	0.70
	(5, 5)	0.60
	(10, 10)	0.62
левый	(-10, 0)	0.56
		0.40
		0.44
правый	(20, 0)	0.70
		0.65
		0.64

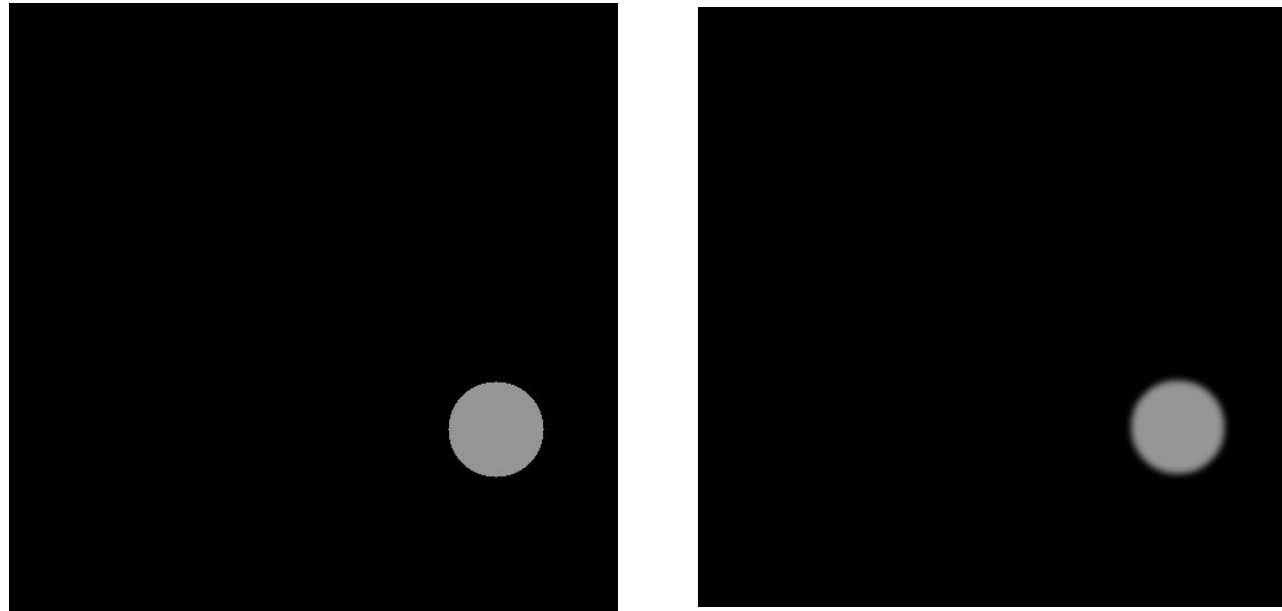
- Выполнена реконструкция экспериментальных данных с использованием пакета STIR, показано, что для получения изображения без значительных артефактов требуется коррекция синограммы с искажением данных, на основе чего сделан вывод о нецелесообразности применения данного пакета.
- Разработано две программы на основе алгоритмов FBP и MLEM. Для методов предварительно использована билинейная интерполяция с различными коэффициентами увеличения разрешения конечного изображения.
- С помощью интерполяции компенсировано влияние зазоров между детекторами, и как следствие, улучшено качество реконструкции для обоих методов.
- Методы FBP и MLEM показали сравнимое качество восстановления изображения ($NCC = 0.75$ для MLEM, $NCC = 0.77$ для FBP). Сделан вывод, что оба метода при данной конфигурации установки применимы, но MLEM - более гибкий метод.
- Также показано, что качество восстановления изображения источника зависит от взаимного расположения источников в плоскости сканирования, а также от параметров реконструкции.



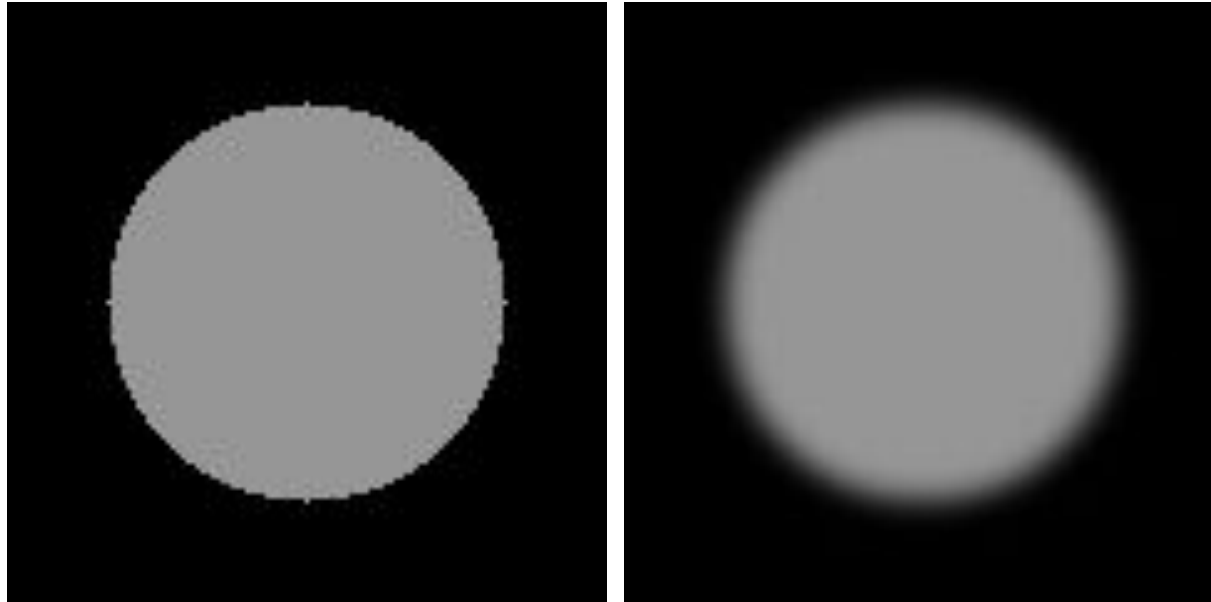
Спасибо за внимание!

Положение источника, мм	GAGG(Ce)	LYSO(Ce)	BGO
	Eff., %	Eff, %	Eff, %
0	2.1	7.6	11.8
10	1.4	5.2	8.2
20	1.7	6.4	10.2

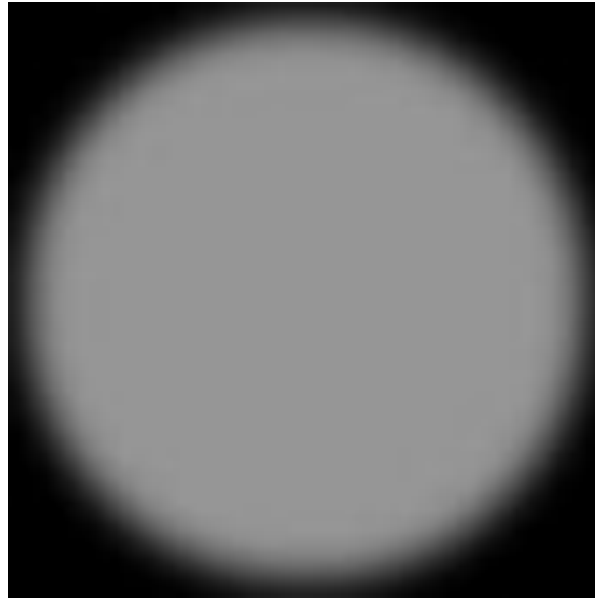
Геометрическая эффективность установки на 64 канала



$NCC = 0.98, SSIM = 0.99$

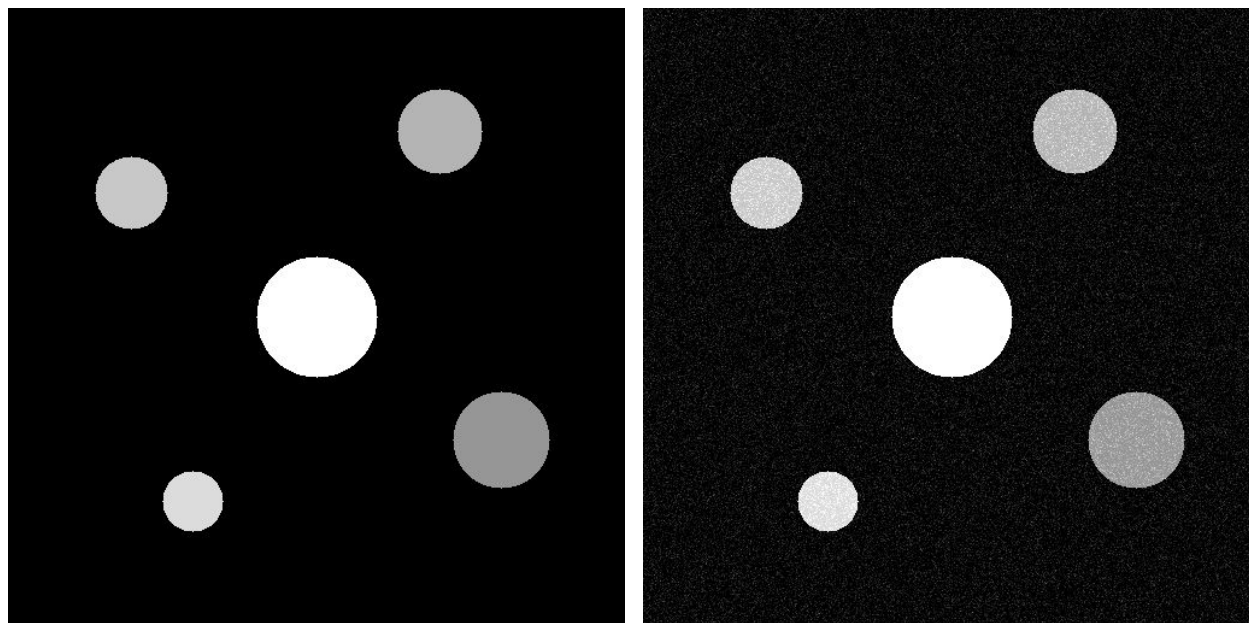


$NCC = 0.97$, $SSIM = 0.84$



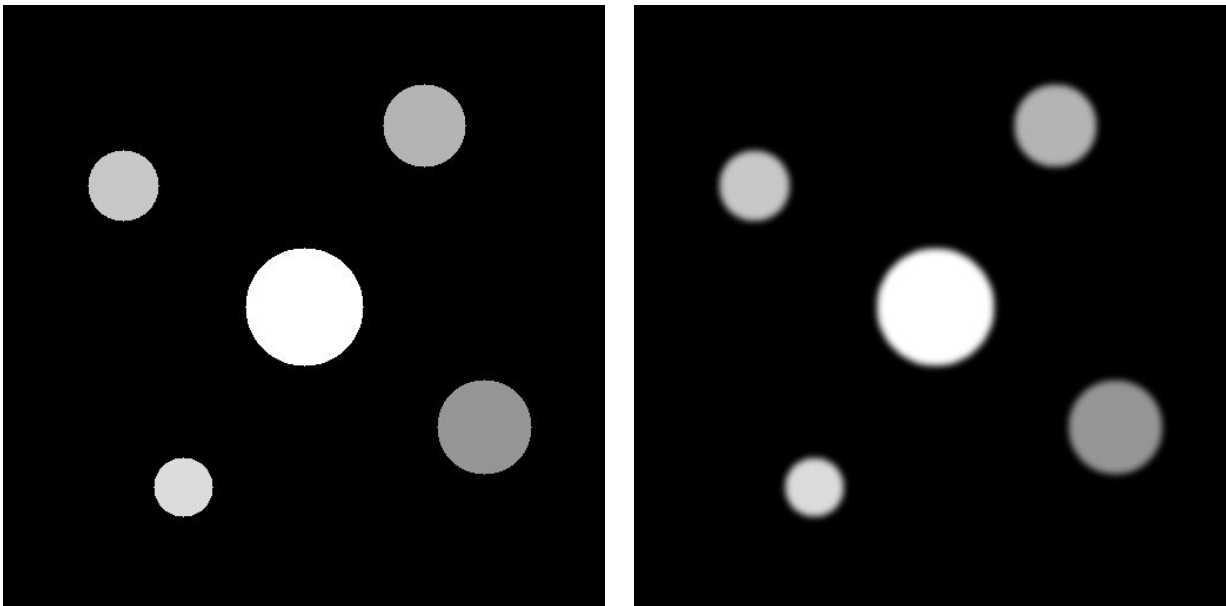
$NCC = 0.95, SSIM = 0.72$

Сравнение с зашумленным изображением

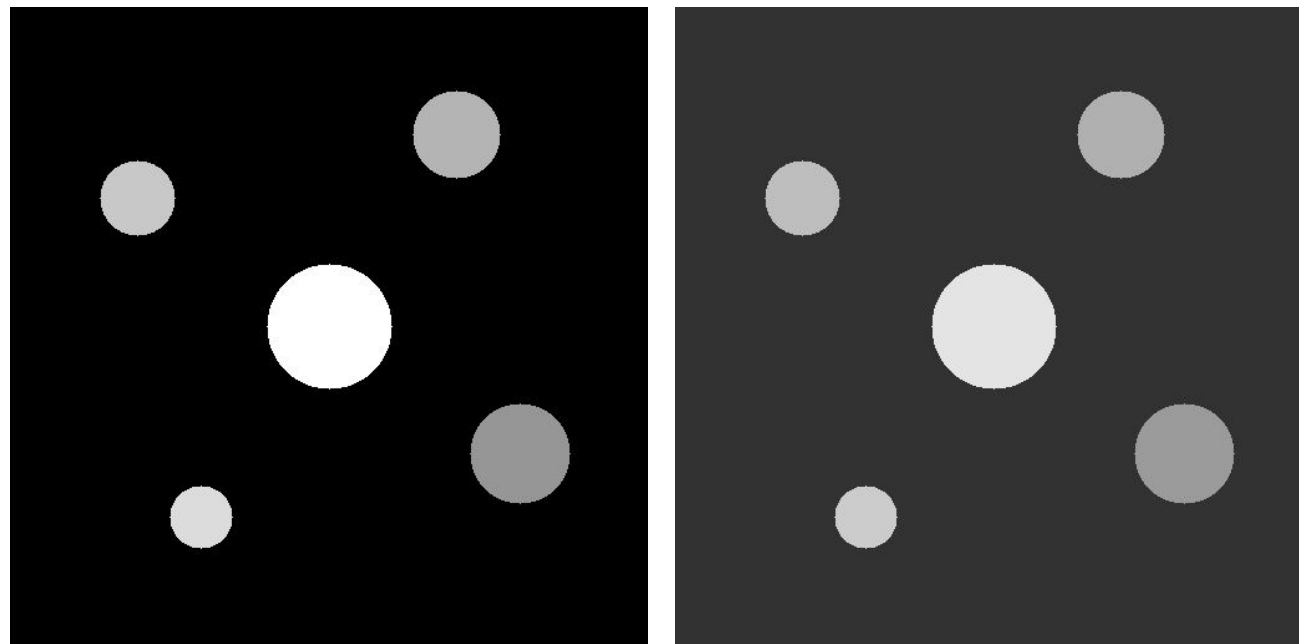


$NCC = 0.97$, $SSIM = 0.11$

Сравнение с размытым изображением

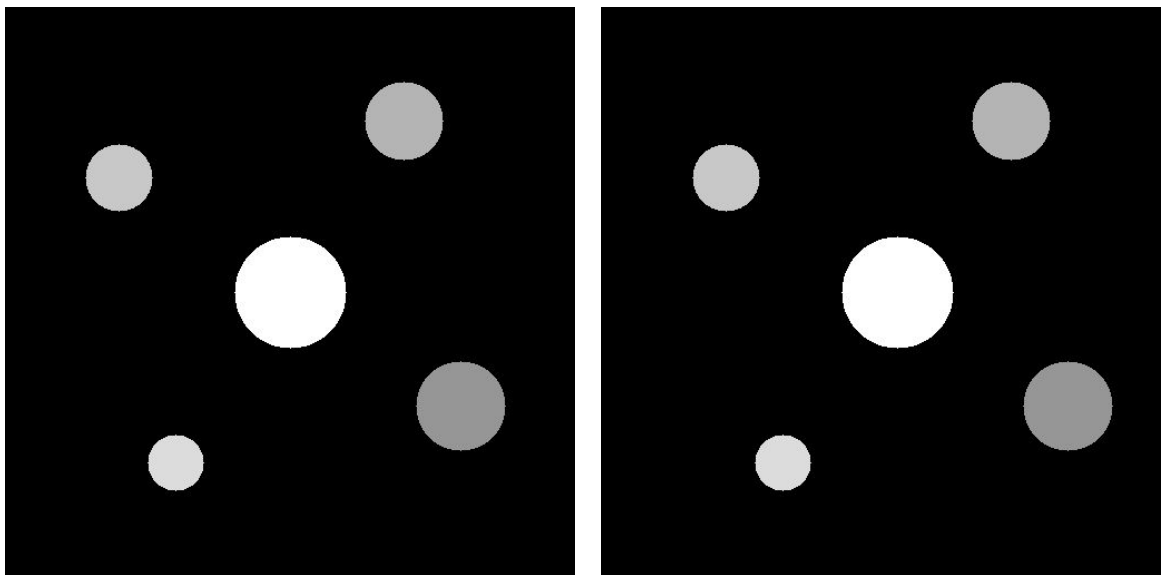


$NCC = 0.98$, $SSIM = 0.96$

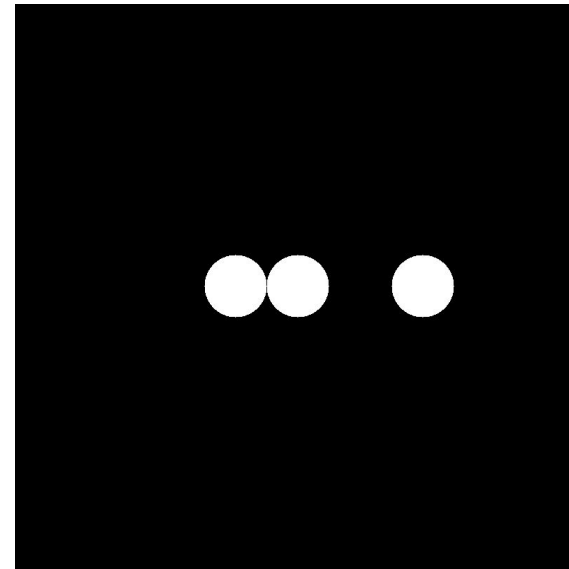
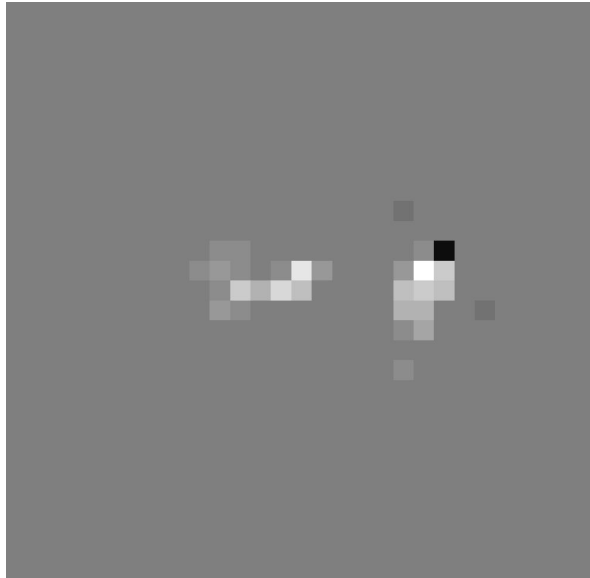


$NCC = 0.998$, $SSIM = 0.0879$

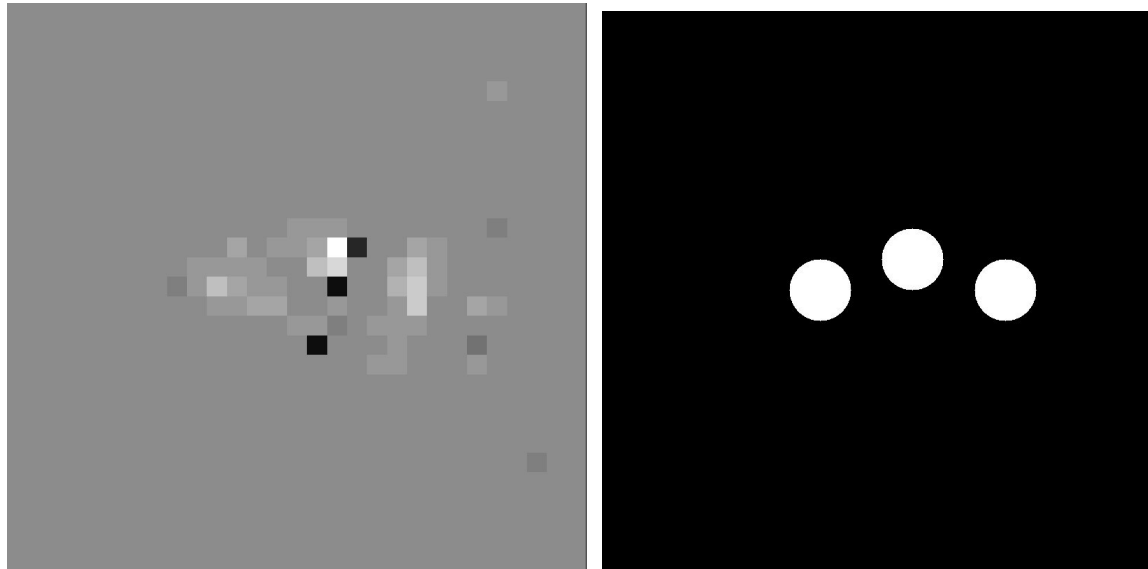
Сравнение с изображением со сдвигом по оси x



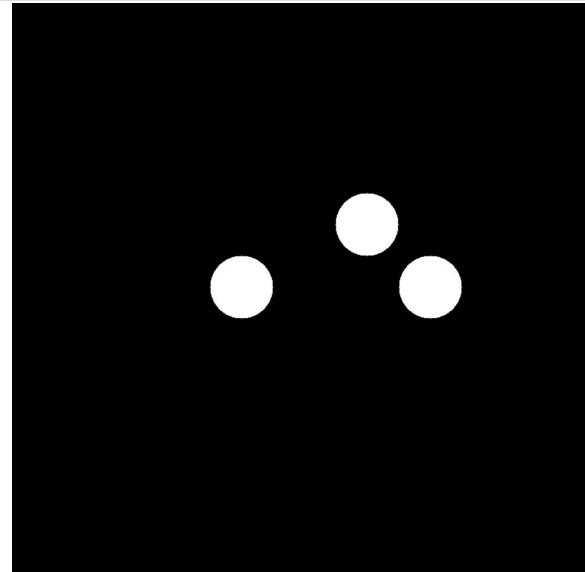
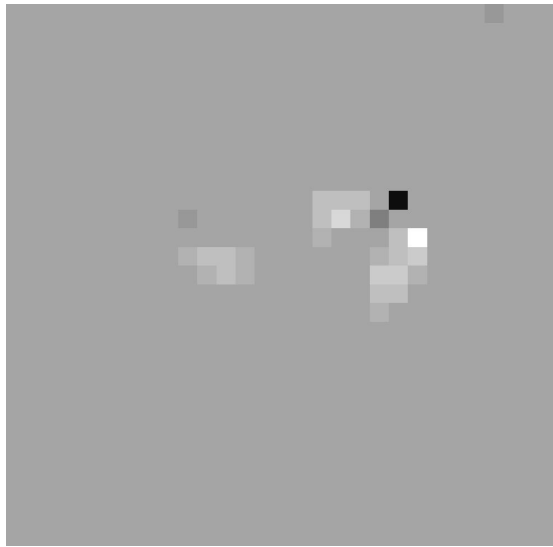
$NCC = 0.83, SSIM = 0.96$



NCC = 0.60
SSIM = 0.02

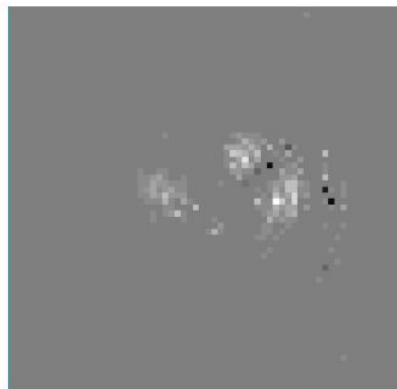


NCC = 0.36
SSIM = 0.02

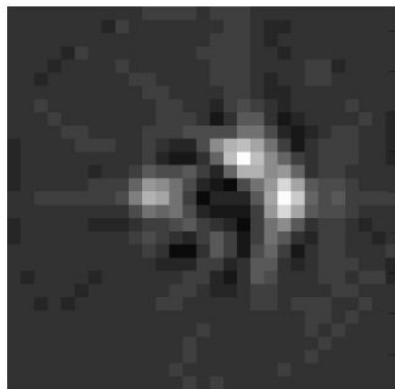


NCC = 0.34

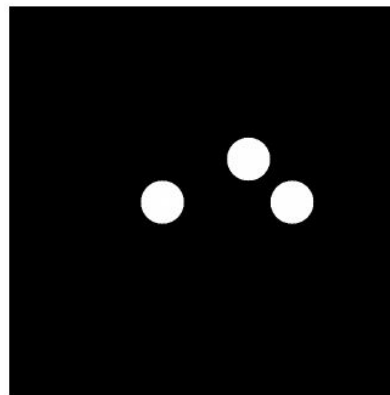
SSIM = 0.02



(а) Изображение, реконструированное с помощью MLEM



(б) Изображение, реконструированное с помощью FBP

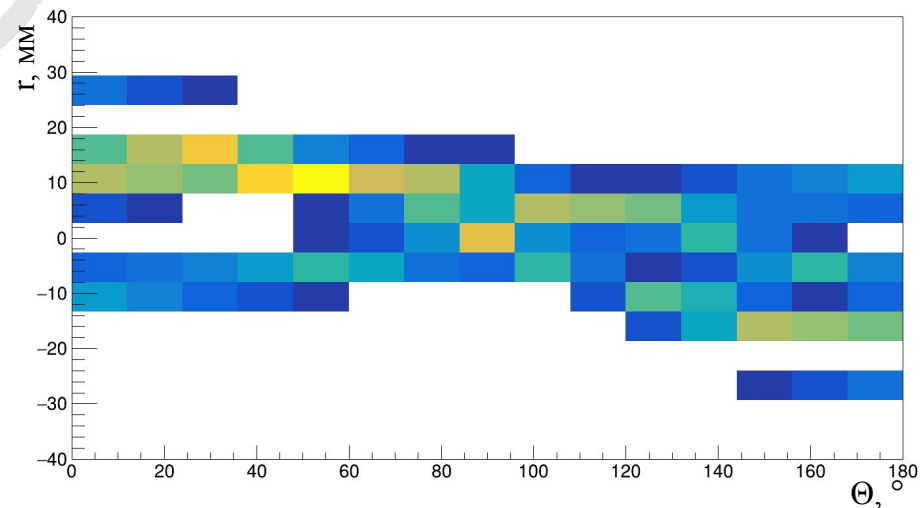


(в) Эталонное изображение

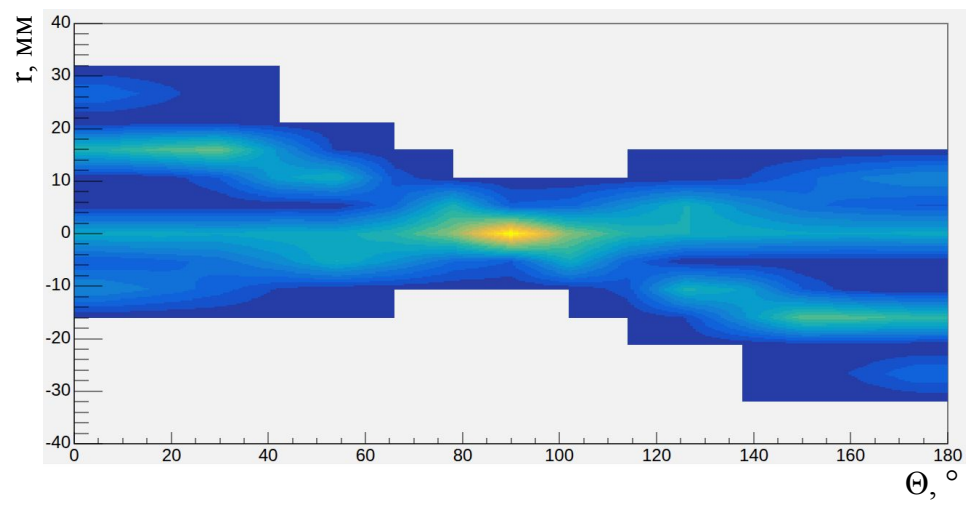
Рисунок 13 — Результаты третьего моделирования.

№ моделирования	MLEM		FBP	
	NCC	SSIM	NCC	SSIM
1	0.61	0.01	0.77	0.02
2	0.27	0.02	0.71	0.02
3	0.51	0.01	0.74	0.02

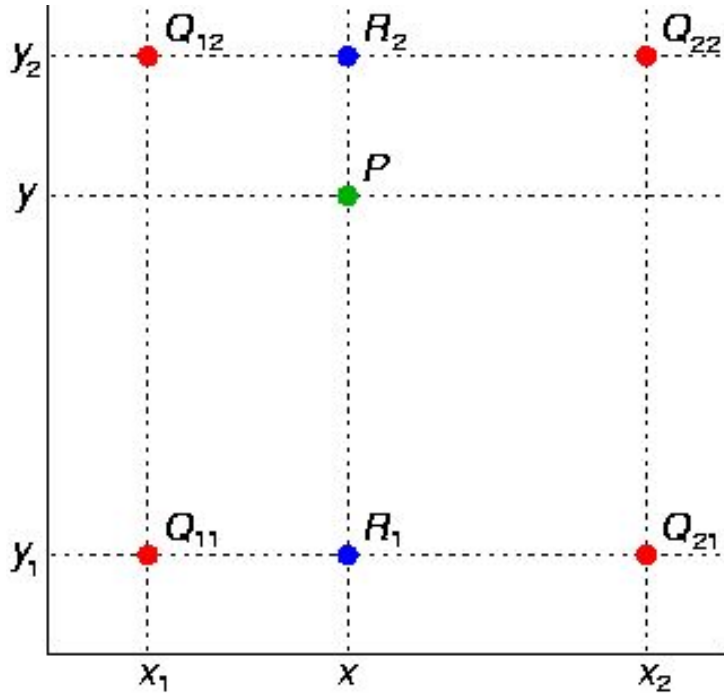
Таблица 2 — Сравнение MLEM и FBP



Синограмма, полученная из моделирования.



Синограмма, к которой применена билинейная интерполяция.



Требуется найти значение $f(x, y)$ для произвольной внутренней точки (x, y) , где $x \in [x_1, x_2]$, $y \in [y_1, y_2]$.

1. Интерполяция по горизонтали (вдоль оси x).

$$R_1 = \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} Q_{11} + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} Q_{21},$$
$$R_2 = \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} Q_{12} + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} Q_{22}.$$

2. Интерполяция по вертикали (вдоль оси y).

$$f(x, y) = \frac{y_2 - y}{y_2 - y_1} R_1 + \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} R_2.$$

Схематичное изображение билинейной интерполяции

Индекс структурного сходства (SSIM)

$$\text{SSIM}(x, y) = \frac{(2\mu_x\mu_y + C_1)(2\sigma_{xy} + C_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + C_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C_2)},$$

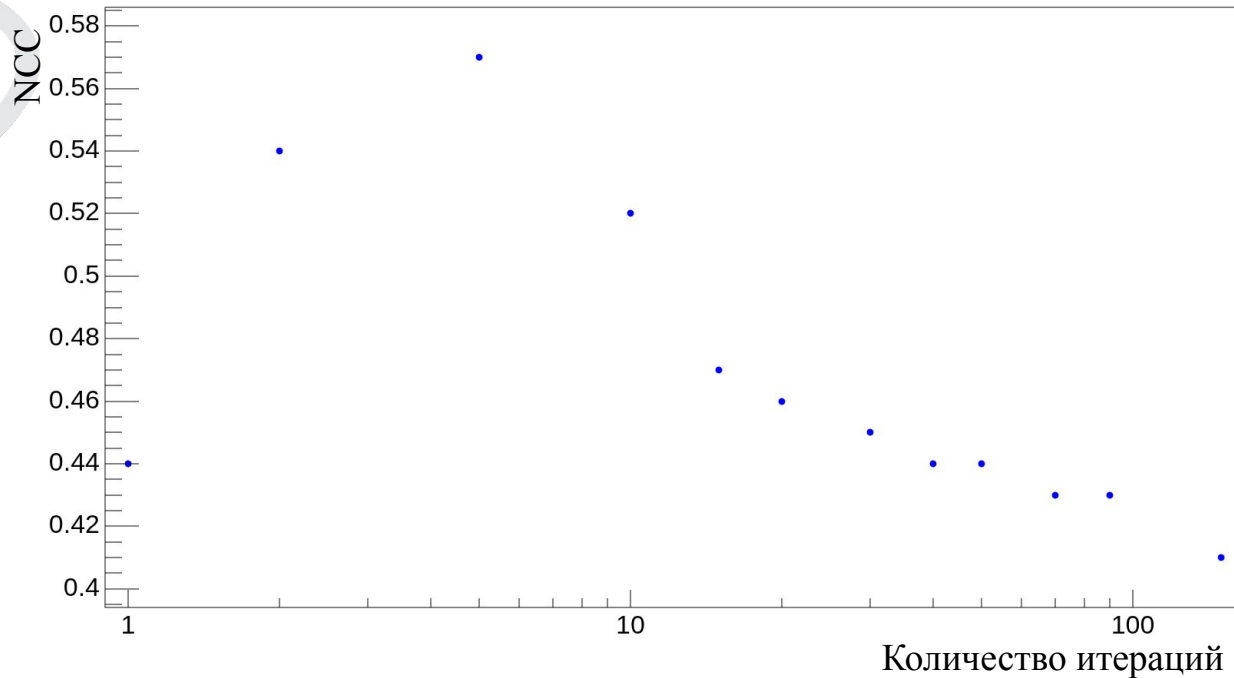
$$C_1 = (K_1L)^2,$$

$$C_2 = (K_2L)^2,$$

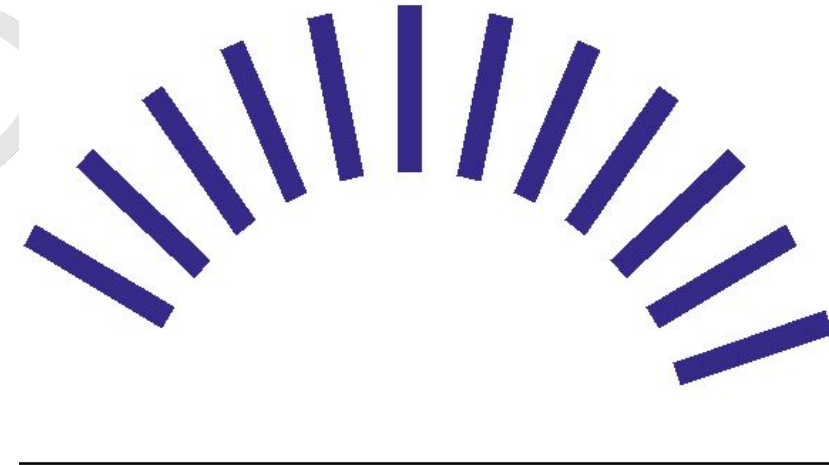
где μ_x - средняя яркость x , μ_y - средняя яркость y , σ_x - дисперсия пикселей в изображении x , σ_y - дисперсия пикселей в изображении y , $\sigma_{x,y}$ - ковариация между изображениями x и y , L — диапазон пикселей (обычно 255 для 8-битных изображений), а $K_1 \ll 1$ и $K_2 \ll 1$ — малые константы (стандартные значения $K_1 = 0.01$, $K_2 = 0.03$).

Принимает значения в диапазоне $[-1, 1]$, где 1 - полное сходство.

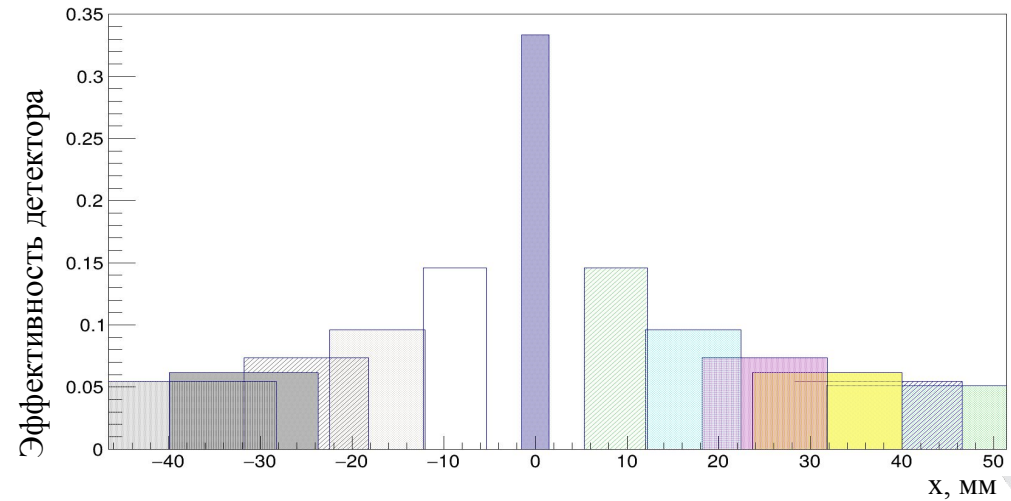
Исследование качества реконструкции методом MLEM от количества итераций на данных GEANT4 моделирования



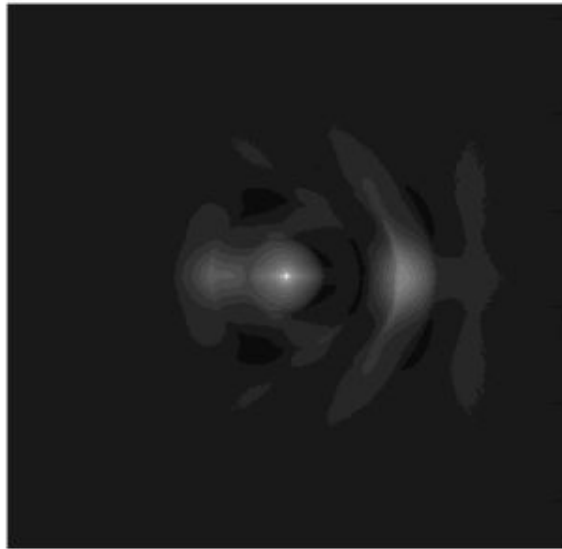
Количество итераций	NCC
1	0.44
2	0.54
5	0.57
10	0.52
15	0.47
20	0.46
30	0.45
40	0.44
50	0.44



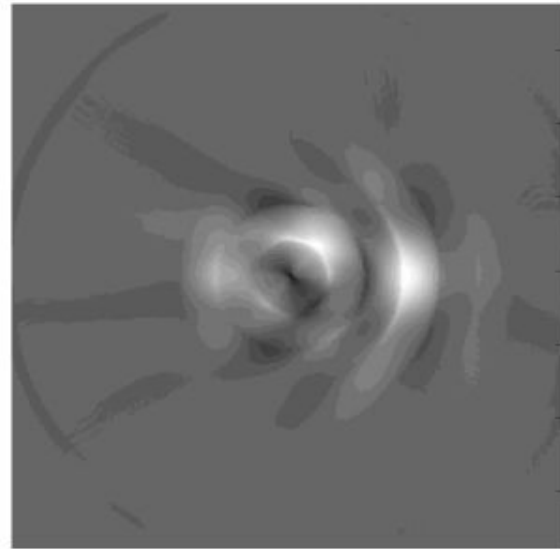
- гамма-кванты
- 511 кэВ
- 1000 событий на каждый источник
- шаг между источниками - 1 мм
- направление



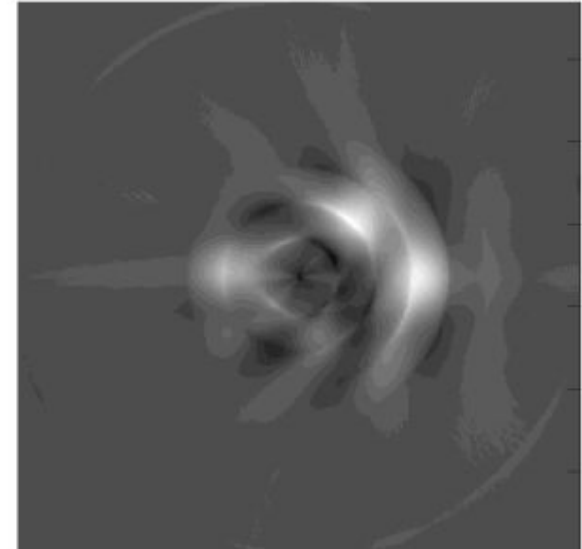
Исследование качества реконструкции источника в зависимости от его удаленности от центра экспериментальной установки



(а) Реконструкция первого моделирования



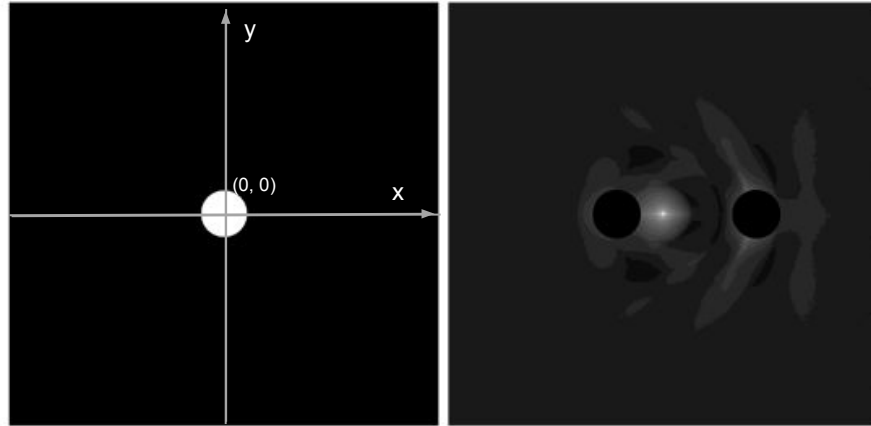
(б) Реконструкция второго моделирования



(в) Реконструкция третьего моделирования

Реконструированные источники методом FBP с использованием билинейной интерполяции (увеличение разрешения изображения в 20 раз по каждой из осей).

Исследование качества реконструкции источника в зависимости от его удаленности от центра экспериментальной установки



(а) Эталонный источник, расположенный в точке (0,0) (б) Источник, расположенный в точке (0,0)

Сравнение реконструированных методом FBP источников с использованием билинейной интерполяции (увеличение разрешения изображения в 20 раз по каждой из осей) с эталонными изображениями. Все источники имеют одинаковый геометрический размер (диаметр 10 мм).

№ моделирования	Координата источника	NCC
1	(0, 0)	0.70
	(-10, 0)	0.56
	(20, 0)	0.70
2	(5, 5)	0.60
	(-10, 0)	0.40
	(20, 0)	0.65
3	(10, 10)	0.62
	(-10, 0)	0.44
	(20, 0)	0.64

- Язык программирования C++

Язык программирования C++ [9] выбран в данной работе благодаря следующим его характеристикам:

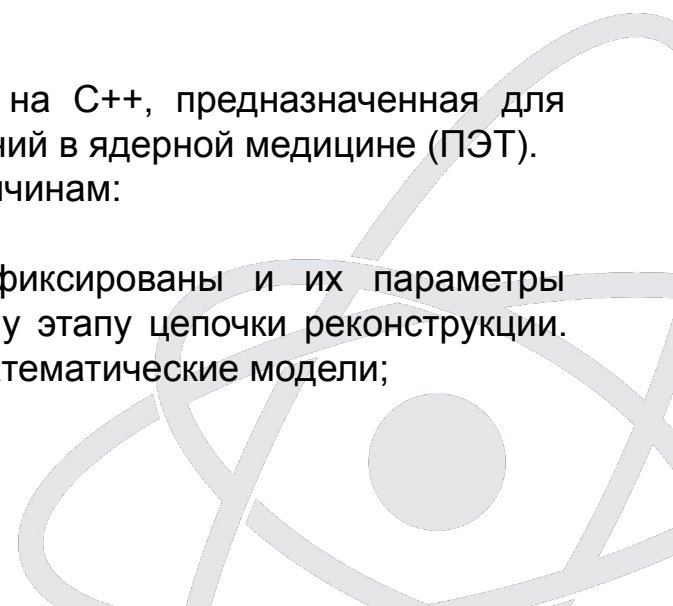
1. высокая производительность;
2. гибкость при решении различных прикладных задач;
3. богатая стандартная библиотека STL, включающая различные контейнеры, алгоритмы и многое другое.

- Software for Tomographic Image Reconstruction (STIR)

STIR — это открытая, объектно-ориентированная библиотека на C++, предназначенная для исследования и разработки алгоритмов реконструкции изображений в ядерной медицине (ПЭТ).

Выбор STIR в качестве инструмента обусловлен несколькими причинами:

1. STIR предоставляет готовые решения для реконструкции;
2. В отличие от коммерческих пакетов, где алгоритмы фиксированы и их параметры ограничены, STIR предоставляет полный доступ к каждому этапу цепочки реконструкции. Это позволяет модифицировать и сравнивать различные математические модели;



- Библиотека OpenCV

OpenCV (Open Source Computer Vision Library) — библиотека с открытым исходным кодом, предназначенная для решения задач компьютерного зрения, обработки изображений и машинного обучения.

Выбор OpenCV в качестве одного из инструментов обусловлен несколькими причинами:

1. OpenCV предоставляет функции для фильтрации;
2. данная библиотека поддерживает геометрические трансформации (поворот, масштабирование);
3. доступность преобразования цветовых пространств.

- Пакет ROOT CERN

ROOT — это модульный фреймворк для анализа данных, разработанный в CERN для обработки больших объемов информации с экспериментов Большого адронного коллайдера, который предоставляет уникальный набор инструментов, объединенных в единую экосистему: эффективный формат хранения TTree, позволяющий сжимать и быстро извлекать данные из многомерных массивов; обширные библиотеки математической статистики. Вышеперечисленные особенности делают ROOT универсальным и незаменимым инструментом.

