Новый метод получения солитонных решений в многополевых моделях

Студент
Самощенко И.Н.
Научный руководитель
д. ф.-м. н. Гани В.А

Цели и задачи

Цель:

Разработка нового метода получения статических кинковых решений в многополевых моделях, демонстрация эффективности метода на конкретных примерах.

Задачи:

1. Установить геометрические свойства орбит, позволяющие сказать, является ли кривая орбитой некоторого решения.

2. Разработать формализм для работы с набором суперпотенциалов.

3. Связать концепцию конформного суперпотенциала с теорией гармонических морфизмов и выяснить ограничения такого подхода.

4. Разработать метод дискретизации вакуумного многообразия модели.

Введение

Кинк — это полевая конфигурация в пространстве-времени размерности (1 + 1), интерполлирующая между парой нулей потенциала, определяющего взаимодействие и самодействие полей.

Полезным для изучения космической инфляции является построение космологических моделей со скалярными полями. Теория космологической эволюции, основанная на скалярных полях, исследовалась в нескольких областях, охватывающих классический и квантовый уровни расширяющейся Вселенной.

В квантовой теории поля из классических нелинейных уравнений поля можно получать решения, которые могут интерпретироваться как частицы соответсвующей квантованной теории. Свойства этих частиц во многом определяются свойствами классических решений, среди которых простейшим является кинк.

Многополевые модели

Плотность лагранжиана:

$$\mathcal{L}\left(\phi, \frac{\partial \phi}{\partial t}, \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \phi}{\partial t}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)^2 - V(\phi)$$

Уравнения движения:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = -(\nabla V)(\phi)$$

Постановка задачи:

$$\lim_{x\to\pm\infty} \phi(x,t) = v_{\pm}$$

$$V(v_-) = V(v_+) = 0$$

Понижение порядка уравнений движения в статическом случае:

$$V(\phi) = \frac{1}{2}(\nabla W)^2(\phi)$$

$$\frac{d\phi}{dx} = (\nabla W)(\phi)$$

$$\lim_{x\to\pm\infty} \phi(x) = v_{\pm}$$

Геометрические свойства

Уравнение поверхности, которой принадлежит орбита:

$$F(\phi_{\mathrm{K}}(x)) = 0$$

Важные геометрические свойства:

$$(\nabla F \nabla W)\big|_{\phi_{\mathrm{K}}(x)} = 0$$

$$\nabla W^k \cdot \nabla W^s = 2V\delta^{ks}$$

Удобно иметь несколько суперпотенциалов для одного потенциала:

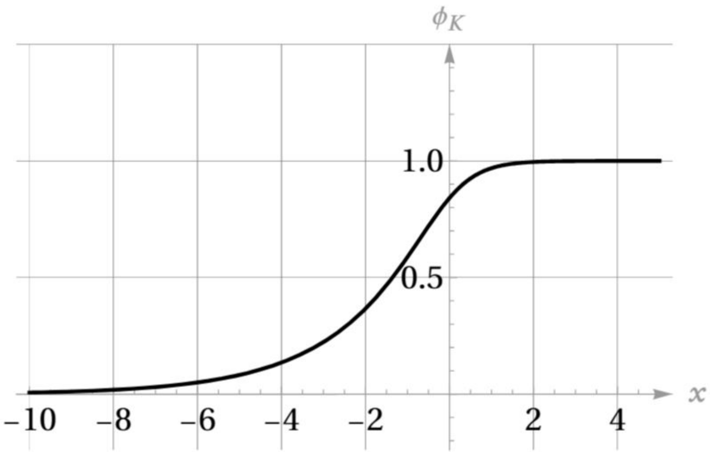
$$w = \begin{pmatrix} W^1 \\ \vdots \\ W^n \end{pmatrix} \qquad \Delta W^s = 0$$

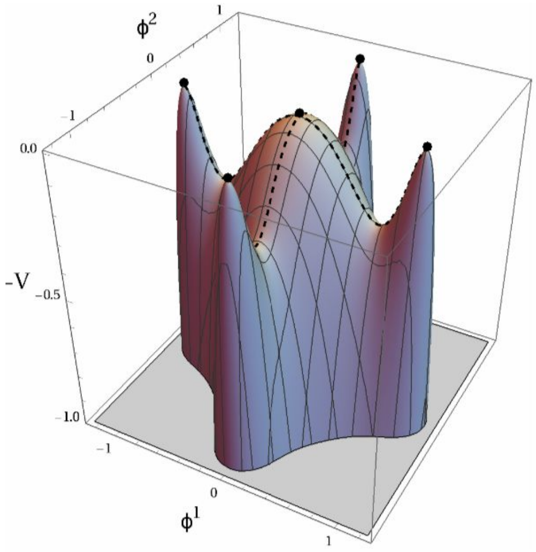
Пример при m = 2

$$\phi_{\mathrm{K};0,\pm1} = (\pm f, 0)$$

$$\phi_{\mathrm{K};\pm1,0} = (0, \pm f)$$

$$f(x) = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\tanh 4x\right)^{\frac{1}{4}}$$





Ограничения при m>2

НИЯУ МИФИ

Свойства набора гармонических суперпотенциалов с попарно ортогональными градиентами:

1. Если таких суперпотенциалов больше двух, то они полиномиальны.

2. Суперпотенциалов с ортогональными градиентами не может быть больше или столько же, сколько и полей.

3. При $n>2$ степень полинома, определяющего суперпотенциал, не превосходит $(m-2)/(n-2)$

Пример m = 4

Выберем пару вектор-функций:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\phi^1)^2 + (\phi^2)^2 - (\phi^3)^2 - (\phi^4)^2 \\ 2\phi^1\phi^3 + 2\phi^2\phi^4 \\ 2\phi^1\phi^4 - 2\phi^2\phi^3 \end{pmatrix} \quad w = \begin{pmatrix} \frac{1}{3}a^3 - b^2a - a \\ -\frac{1}{3}b^3 + a^2b - b \end{pmatrix}$$

И определим суперпотенциалы как

$$W = w(a, b)$$

Кинковые решения

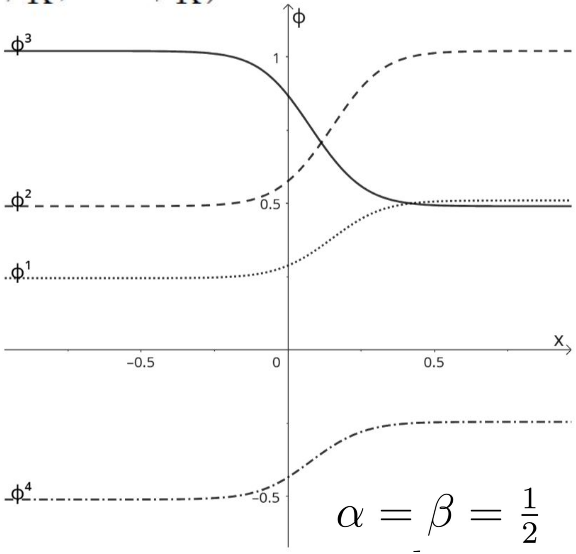
Выражение кинка через его третью компоненту:

$$\phi_{\mathrm{K}}^3 = \phi_{\mathrm{K}}^3(x) = \pm\left\{\sqrt{\gamma^2+\beta^4} + \gamma \tanh\left[8x\left(\alpha^2+1\right)^2\gamma\right]\right\}^{\frac{1}{4}}$$

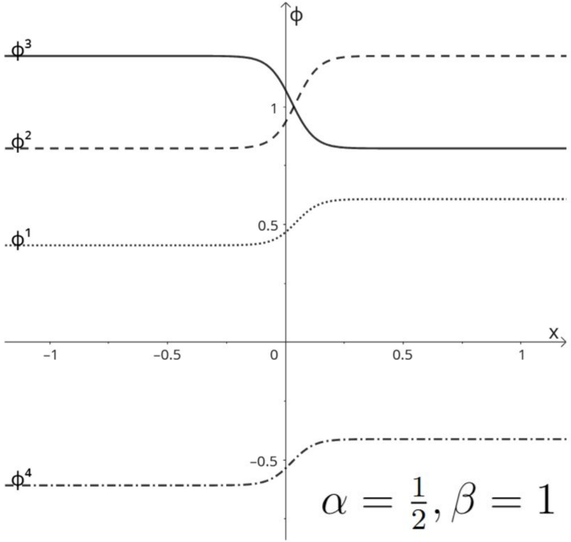
Третья компонента кинкового решения:

$$\gamma = \frac{1}{(\alpha^2+1)^2}\sqrt{\beta^2(\alpha^2+1)^2+\frac{1}{4}}$$

$$\phi_{\mathrm{K}} = \left(\alpha\beta(\phi_{\mathrm{K}}^3)^{-1}, \beta(\phi_{\mathrm{K}}^3)^{-1}, \phi_{\mathrm{K}}^3, -\alpha\phi_{\mathrm{K}}^3\right)$$

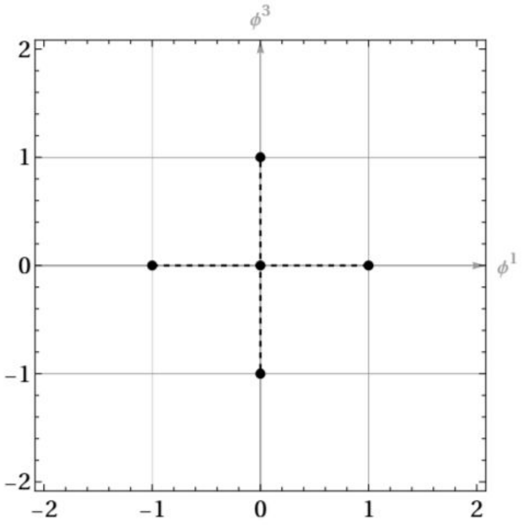


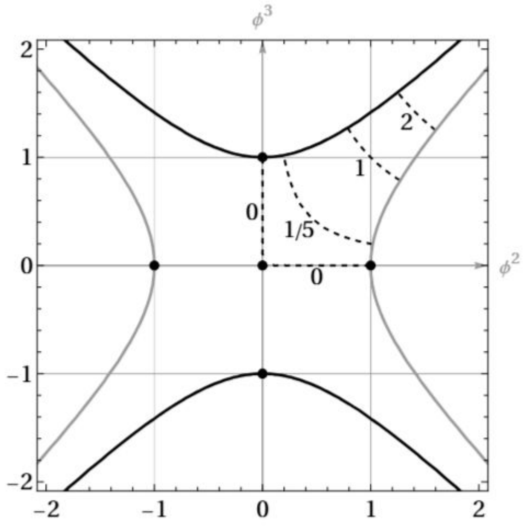
$\alpha = \beta = \frac{1}{2}$

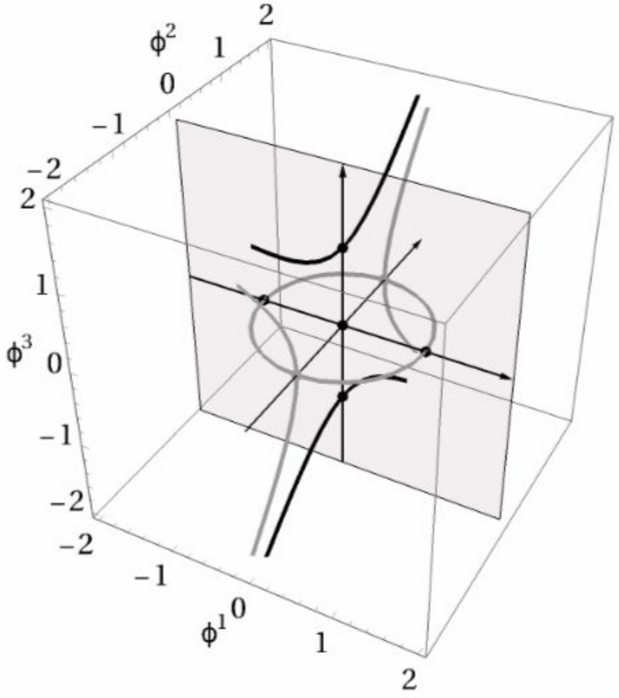


$\alpha = \frac{1}{2}, \beta = 1$

Сечения пространства полей







Заключение

В данной работе разработан метод, позволяющий упростить нахождение кинковых решений в многополевых потенциалах. Метод основан на свойствах особого вида отображений.

В дальнейшем планируется расширить множество допустимых суперпотенциалов, отказавшись от условия гармоничности, а также найти более сложные примеры.

МИФИ

Национальный
исследовательский
ядерный университет

Спасибо за внимание