



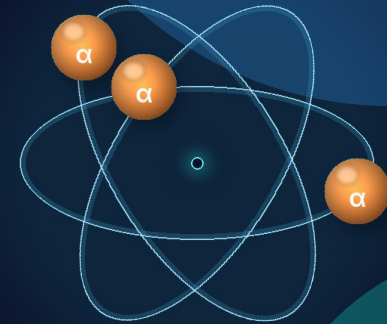
Многочастичные структуры темных атомов

Бозонное приближение Хартри–Фока

Мвилама Д.

Научный руководитель: д.ф.-м.н., проф. М. Ю. Хлопов
Научный консультант: Д. О. Сопин

НИЯУ «МИФИ» · Москва · 2026

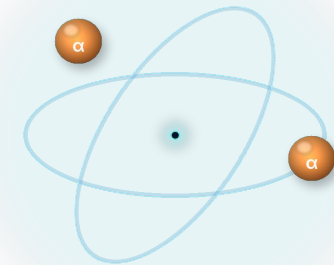


Введение

Природа скрытой массы
остается одной из ключевых
нерешенных проблем
физики

Модель темных атомов

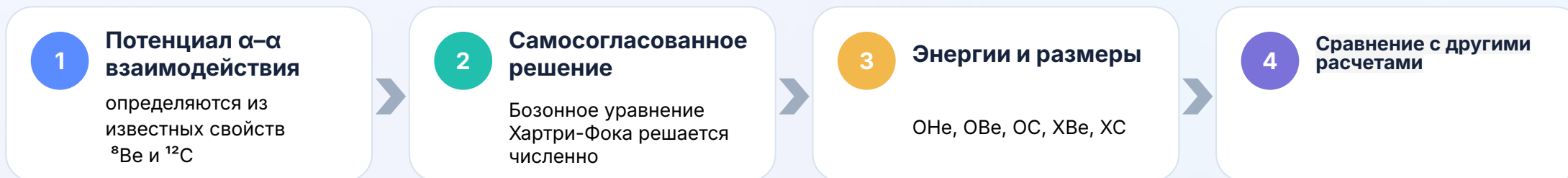
Модели темных атомов (например, OHe)
предлагают
стабильные нейтральные связанные
состояния гипотетического тяжелого
заряженного лептона X^{--} и ядер He



Необходимость микроскопического описания многочастичных α -кластерных систем в сильном кулоновском поле

Цель работы

Цель: построить единое самосогласованное описание систем $X^{-2N} + K\alpha$ и определить их энергии связи и характерные размеры.



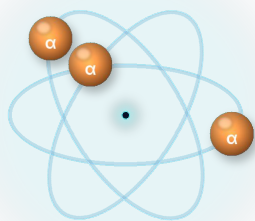
НОВИЗНА

Одна численная модель применяется без дополнительной подгонки ко всем X -связанным системам.

ПРОВЕРКА

Результаты OHe и OBe сравниваются с другими расчетами из литературы.

Физическая модель и приближение Хартри-Фока


 X^{-2N}

тяжелый лептон в центре атома

$K = 1, 2, 3, \dots$

α -частицы — эффективные
тождественные бозоны

Гамильтониан

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^K \left[-\frac{1}{2m_\alpha} \nabla_i^2 + V_X(\mathbf{r}_i) \right] + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} V_{\alpha\alpha}(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|)$$

Пробная функция и самосогласованное уравнение

$$\Psi(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_K) = \prod_{i=1}^K \phi(\mathbf{r}_i)$$

$$\left[-\frac{1}{2m_\alpha} \nabla^2 + V_X(\mathbf{r}) + (K-1) \int |\phi(\mathbf{r}')|^2 V_{\alpha\alpha}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) d^3\mathbf{r}' \right] \phi(\mathbf{r}) = \epsilon \phi(\mathbf{r})$$

Самодействие отсутствует; каждая α -частица движется в поле остальных $K-1$ частиц.

Взаимодействия в модели

X-α

Кулоновский потенциал с учетом конечного размера

$$V_X(\mathbf{r}) = -2Ne^2 \int \frac{\rho_\alpha(\mathbf{s})}{|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} d^3\mathbf{s}$$

α-α

Али-Бодмер + регуляризованный кулоновский член

$$V_{\alpha\alpha}(r) = v_1 \exp\left(-\frac{r^2}{a_1^2}\right) + v_2 \exp\left(-\frac{r^2}{a_2^2}\right) + \frac{4e^2}{r} \operatorname{erf}(\beta r)$$

Для ^{12}C

$$V_{3b}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3) = W_0 \exp\left(-\frac{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^2 + |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3|^2 + |\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3|^2}{B_3^2}\right)$$

Слабый трехчастичный член восстанавливает энергию основного состояния ^{12}C .

ПАРАМЕТРЫ ФИКСИРУЮТСЯ В ОТСУТСТВИИ ЛЕПТОНА.

Параметры потенциалов взаимодействия

Параметр	${}^8\text{Be}$ (K = 2)	${}^{12}\text{C}$ (K = 3)
v_1 , МэВ	126.61 ± 0.08	126.61 ± 0.08
a_1^2 , фм ²	0.831 ± 0.012	0.831 ± 0.012
v_2 , МэВ	-54.61 ± 0.06	-54.61 ± 0.06
a_2^2 , фм ²	3.59 ± 0.04	3.59 ± 0.04
W_0 , МэВ	—	0.282 ± 0.015
B_3 , фм	—	3.32 ± 0.08

Регуляризованный
кулоновский член

$$\frac{4e^2}{r} \operatorname{erf}(\beta r)$$

$$\beta = 0.601 \text{ fm}^{-1}$$

Определение параметров потенциала Али-Бодмера

 ${}^8\text{Be} \cdot 2\alpha$

Резонанс относительно порога 2α

Расчёт

+0.092 ± 0.001 МэВ

Эксперимент

+0.0918 ± 0.0005 МэВ

$r(\alpha-\alpha) = 3.51 \pm 0.02$ фм

Двухчастичный потенциал фиксируется по этой системе.

 ${}^{12}\text{C} \cdot 3\alpha$

Основное состояние относительно порога 3α

Расчёт

-7.275 ± 0.002 МэВ

Эксперимент

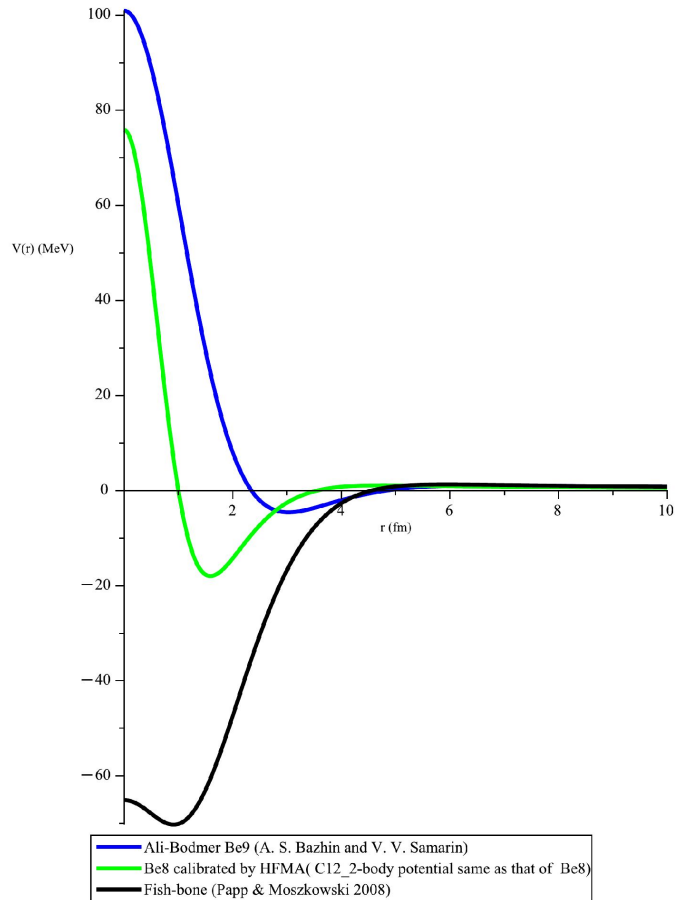
-7.2747 МэВ

$r_{\text{ch}} = 2.53 \pm 0.02$ фм

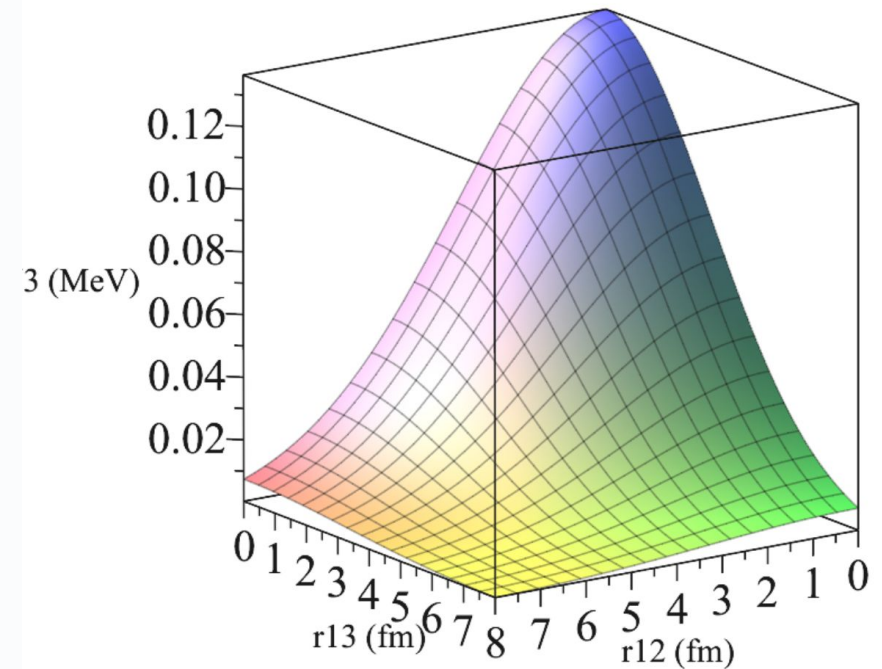
Слабая трехчастичная поправка: $W_0 = 0.282$ МэВ, $V_3 = 3.32$ фм.

После калибровки параметры фиксируются и не изменяются в расчетах с лептоном.

Почему нужен новый набор параметров потенциала Али-Бодмера?



Перенормировка двухчастичного потенциала



Слабое отталкивание в трёх- α системе

восстанавливает энергию основного состояния ^{12}C .

Численная схема и контроль точности



Расчётная область

25–40 фм

128³–180³ узлов
zero-padding для подавления
периодических изображений

Критерий сходимости

$$d_E = \frac{|E^{(n)} - E^{(n-1)}|}{1 + |E^{(n)}|}$$

$$d_E < 10^{-10}, \quad n > 50$$

Итоговая оценка

$\Delta E = 0.01\text{--}0.04$ МэВ

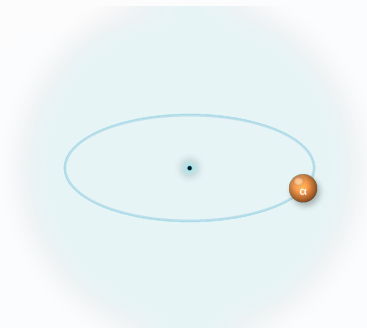
$\Delta r = 0.02\text{--}0.05$ фм

Главное ограничение — модельное, а не численное.

Основные результаты для X-связанных систем

OHe

K = 1



$$E = 1.17$$

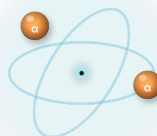
МэВ

$$r(O-\alpha) = 4.12 \text{ фм}$$

одна α -частицаточечный O^{++} · конечный размер α

OBe

K = 2



$$E = 5.66$$

МэВ

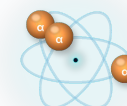
$$r(O-\alpha) = 2.40 \text{ фм}$$

$$r(\alpha-\alpha) = 3.39 \text{ фм}$$

точечный O^{++} · конечный размер α

OC

K = 3



$$E = 16.85$$

МэВ

$$r(O-\alpha) = 1.80 \text{ фм}$$

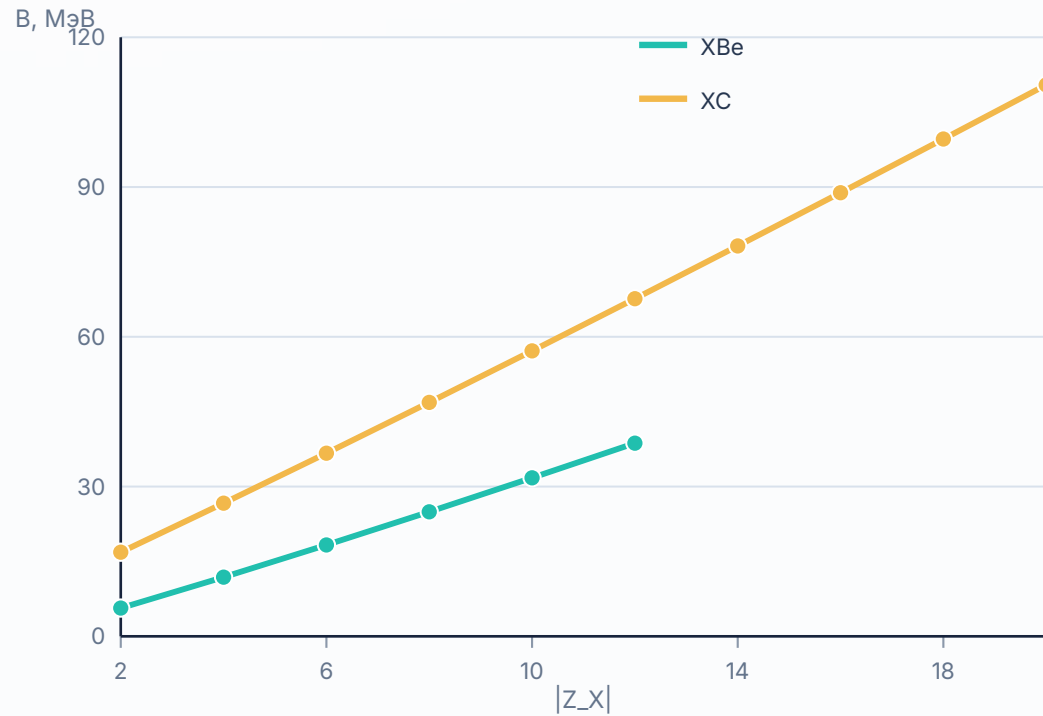
$$r_{ch} = 2.46 \text{ фм}$$

точечный O^{++} · конечный размер α

Рост энергии связи сопровождается уменьшением расстояния O- α .

Зависимость от заряда тяжелой частицы

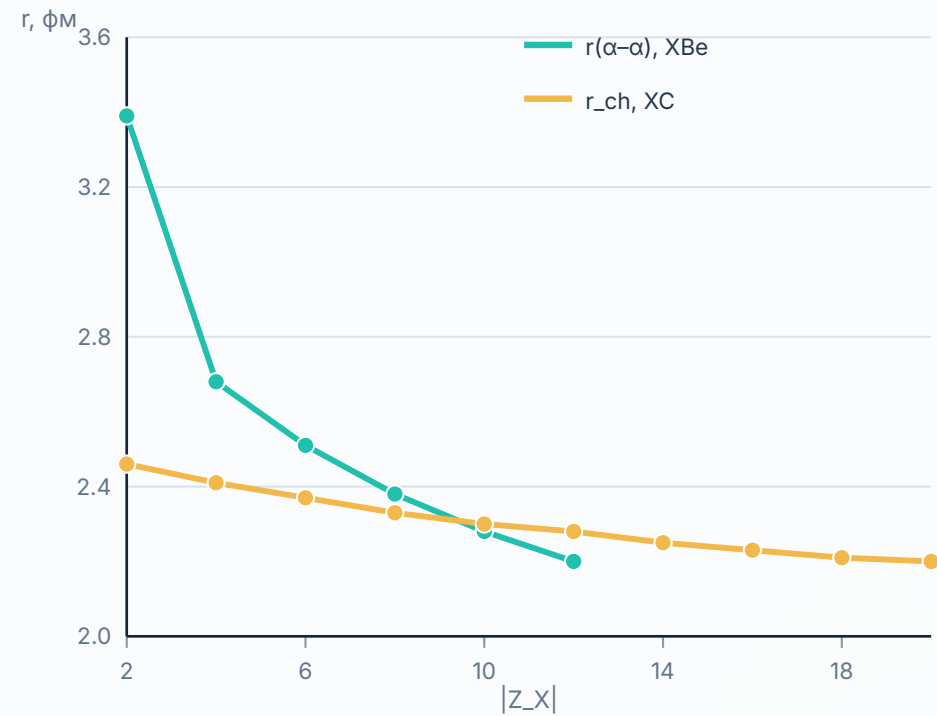
Энергия связи



СВЯЗЬ РАСТЁТ

Энергия связи увеличивается почти монотонно с $|Z_x|$.

Характерный радиус



РАДИУС НАСЫЩАЕТСЯ

Дальнейшее сжатие становится всё менее выраженным из-за насыщения ядерных сил

Методика сравнения

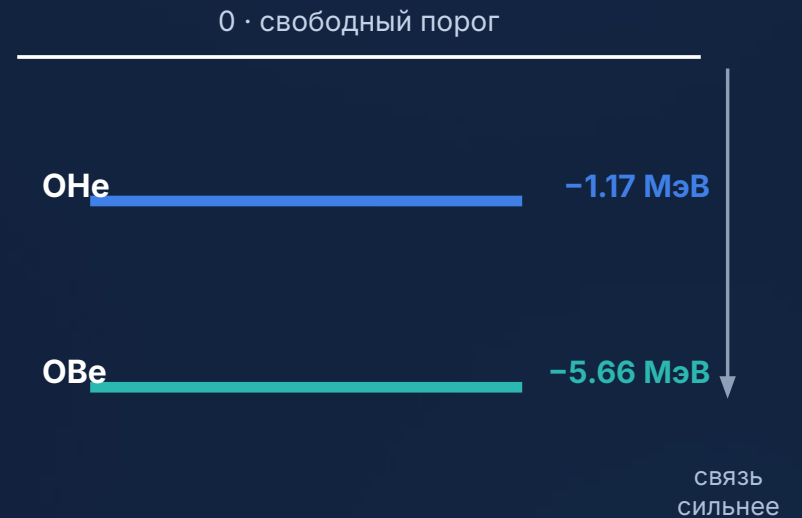
Порог свободных частиц

$$E_{\text{порог}} = \begin{cases} M_{O^{--}} + M_{\alpha}, & \text{для } OHe, \\ M_{O^{--}} + 2M_{\alpha}, & \text{для } OBe \end{cases}$$

Определение

$$E = M_{\text{система}} - E_{\text{порог}}$$

Одна шкала для всех работ



Оне: проверка одночастичной части расчета

Энергия связи относительно $O^{--} + \alpha$

Настоящий расчет



1.17 МэВ

Кудел–Хлопов–Валлемак



1.175 МэВ

Ахмедов–Поспелов



1.156 МэВ

СОГЛАСИЕ \approx 1%

Отклонение

0.005 МэВ

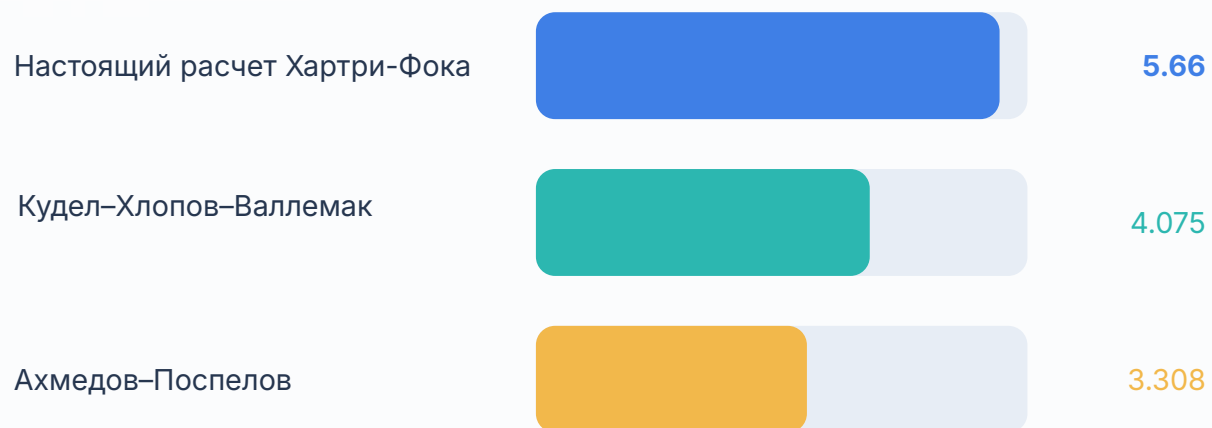
меньше связи, чем у Кудела–Хлопова–Валлемака

0.014 МэВ

больше связи, чем у Ахмедова–Поспелова

ОВе: заметно более сильное связывание

Энергия связи E, МэВ



+39%

относительно Кудел-Хлопов-Валлемак

+71%

относительно Ахмедов-Поспелов

Что сравнивается

Кудел-Хлопов-Валлемак

ОВе расположено на 2.9 МэВ ниже $OHe + \alpha$; после добавления $E(OHe) = 1.175$ МэВ получаем $E = 4.075$ МэВ.

Ахмедов-Поспелов

Рассматривают ${}^8\text{Be}$ как равномерно заряженную сферу и не учитывают взаимодействие между альфа частиц.

Настоящая модель

Две α -частицы перестраиваются самосогласованно и взаимодействуют через $V_{\alpha\alpha}$.

Выводы

01 Разработано самосогласованное бозонное приближение Хартри–Фока для многочастичных тёмных атомов

02 Определены параметры потенциалов ядерного взаимодействия

03 Получены энергии, характеристические размеры и их зависимости от заряда X .

Ограничения модели и дальнейшая работа

Ограничения

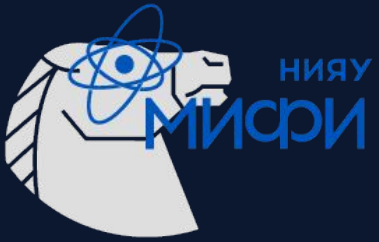
- Простота пробной волновой функции без пространственных корреляций
- Метод является эффективной численной аппроксимацией
- Эффективный потенциал чувствителен к количеству альфа-частиц

Главная проверка

- Сравнение с более точными микроскопическими методами

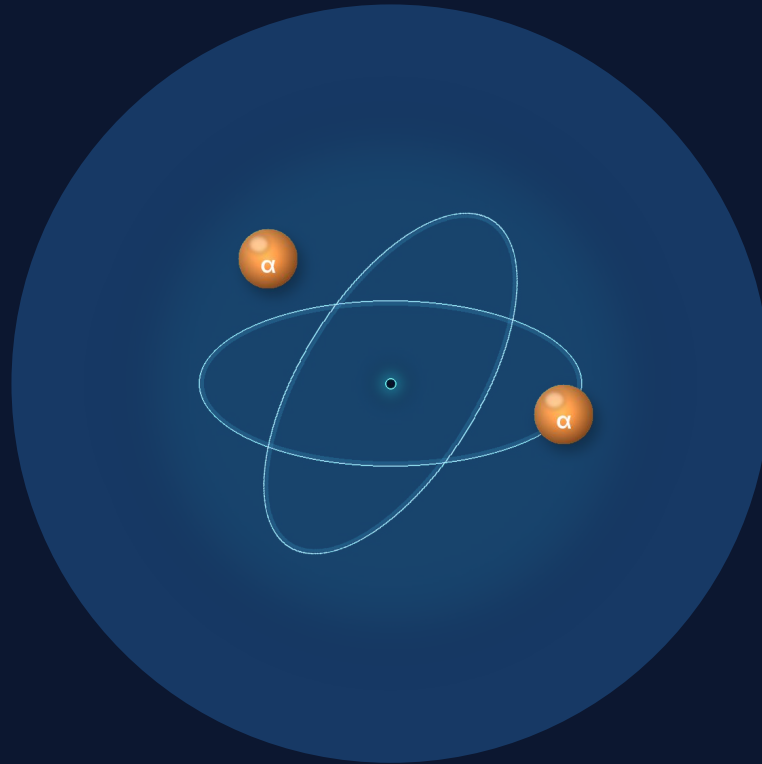
Расширение модели

- Системы с большим числом α -частиц.
- Более точные многочастичные волновые функции.
- Исследование эффективного потенциала взаимодействия, зависящего от количества альфа-частиц в системе
- Учёт более сложных пространственных корреляций (Tohsaki-Horiuchi-Schuck-Ropke, THSR - пробная функция многочастичной системы)



Спасибо за внимание

Вопросы?



ОСНОВНЫЕ ИСТОЧНИКИ

Cudell, Khlopov, Wallemacq

Some potential problems of OHe composite dark matter

Adv. High Energy Phys. 2015, 231419 (2015).

Akhmedov, Pospelov

BBN catalysis by doubly charged particles

arXiv:2405.06019 [hep-ph] (2024).

Ali, Bodmer

Phenomenological α - α potentials

Nucl. Phys. 80, 99 (1966).

Papp, Moszkowski

Two- and three-alpha systems with nonlocal potential

arXiv:0803.0184 [nucl-th].

Tilley et al.

Energy levels of light nuclei $A = 8$

Nucl. Phys. A 745, 155 (2004).

Angeli, Marinova

Table of experimental nuclear charge radii

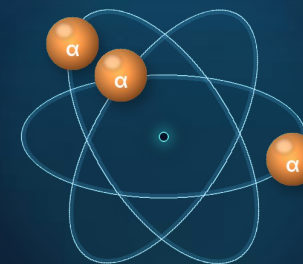
At. Data Nucl. Data Tables 99, 69 (2013).

Полный список источников приведён в дипломной работе.



Дополнительные данные

Сравнение результатов и оценка погрешностей



Оценка погрешностей

1

Дискретизация

0.001–0.005 МэВ

0.01–0.03 фм

2

Мнимое время

$<10^{-6}$ МэВ

незначимо

3

Интегрирование

совпадение 10^{-8}

незначимо

4

Чувствительность модели

0.01–0.03 МэВ / α основной вклад

Суммарная оценка

$\pm 0.01\text{--}0.04$ МэВ

для энергий связи

$\pm 0.02\text{--}0.05$ фм

для радиусов

Вывод

Основное ограничение имеет физический, а не численный характер.

Сравнение результатов

Система	Расчёт	Е, МэВ	Разность с настоящим расчётом
OHe	Настоящий расчет	-1.17	—
OHe	Кудел–Хлопов–Валлемак	-1.175	0.005 МэВ меньше связи
OHe	Ахмедов–Поспелов	-1.156	0.014 МэВ больше связи
OBe	Настоящий расчет	-5.66	—
OBe	Кудел–Хлопов–Валлемак	-4.075	1.585 МэВ больше связи
⁸ BeX ²⁻	Ахмедов–Поспелов	-3.308	2.26 МэВ больше связи

OHe согласуется на уровне ≈1%; для OBe настоящее значение энергии связи выше обеих опубликованных оценок.