



ОТЧЕТ О ДИПЛОМНОЙ РАБОТЕ

Расчет сечения нейтрино при индуцированном электронном захвате

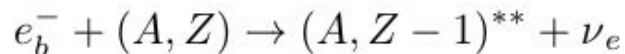
Научный руководитель д.ф.-м.н.: А. Л. Барабанов
Научный консультант д.ф.-м.н.: М. И. Криворученко
Студент: Н. А. Кривошеев(Б22-102)



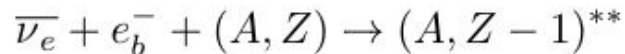
Этапы работы

1. Изучение теории бета-распада и индуцированного электронного захвата вместе с научным руководителем
2. Первые шаги. Нахождения резонансных реакций
3. Программный комплекс RESONANCE.
4. Поиск ширины распада дочернего атома
5. ЕС в материнском атоме
6. Сечение IEC
7. Подведение итогов

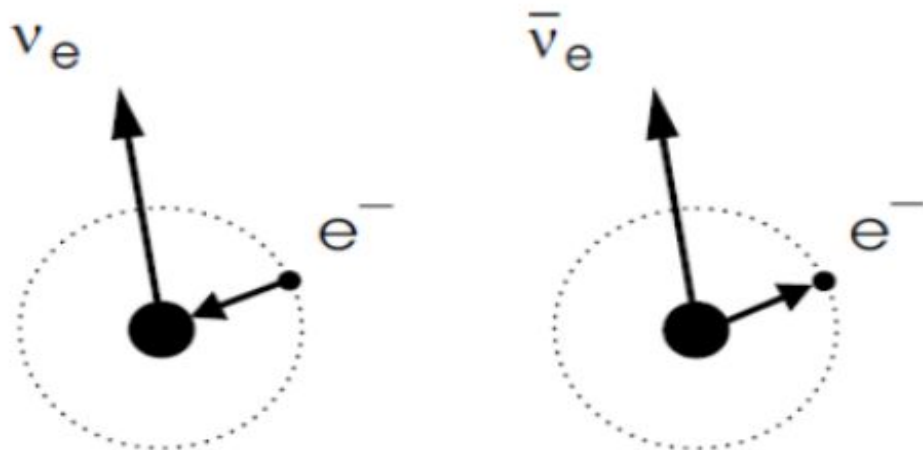
Электронный захват- захват одним из протонов ядра орбитального электрона, который сопровождается превращением протона в нейтрон с испусканием антинейтрино. Заряд ядра при этом уменьшается на единицу. Чтобы проиллюстрировать описанную методику подсчёта сечения, рассматриваются процессы электронного захвата (ЕС)



и индуцированного электронного захвата (ИЕС).



$$Q_{\beta^-} = (M_{\text{parent}} - M_{\text{daughter}})c^2,$$



Орбитальный захват ЕС

Захват в связанное состояние

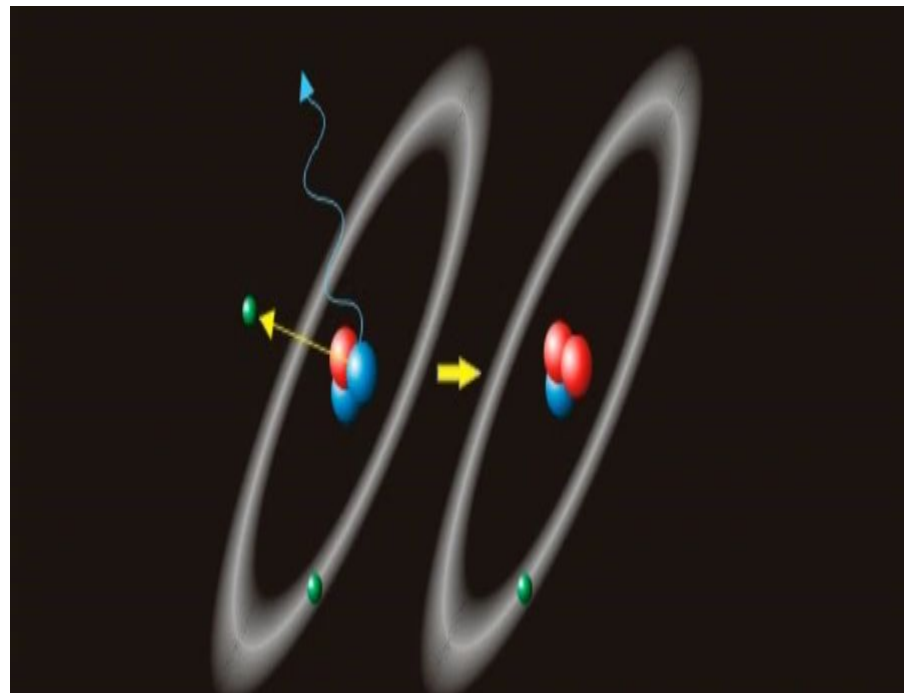
Рисунок 1 — Схематическое представление захвата орбитального электрона ядром (слева). В процессе излучается нейтрино, дочерний атом получает отдачу. Справа — иллюстрация бета-распада с захватом электрона в связанное состояние. Выделенная энергия делится между антинейтрино и дочерним атомом.

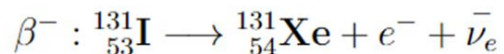
Для резонансного захвата необходимо выполнение баланса энергии: энергия антинейтрино должна быть равна сумме энергии, требуемой для электронного захвата, энергии возбуждения ядра и энергии вакансии образованной в результате захвата электрона.

$$E_{\bar{\nu}_e} = Q_{EC} + E + E_{vacancy}$$

Известным примером резонансного усиления сечения регистрации антинейтрино является пара атомов тритий - гелий-3. Атом трития испытывает распад в связанное состояние, при котором электрон захватывается на К оболочку.

Индукцированный электронный захват (iEC) на гелии-3 принимает резонансный характер, если детектор помещается на движущуюся с определенной скоростью платформу.





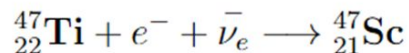
$$Q_{\beta^-} = 970.8 \text{ кэВ}$$

Рассмотрим бета-распад в возбужденное состояние Xe с энергией 364.49 кэВ

Кинетическая энергия электрона и антинейтрино

$$E_{\bar{\nu}_e} + E_{e^-} = 970.8 \text{ кэВ} - 364.49 \text{ кэВ} = 606.31 \text{ кэВ}$$

Найденная реакция электронного захвата



Энергия антинейтрино для прохождения такой реакции должна быть равна сумме Q -величины и энергии связи электрона:

$$Q_{\beta^-} + E_{\text{св}} = 600.1 \text{ кэВ} + 4.49 \text{ кэВ} = 604.59 \text{ кэВ}$$

Расхождение найденной энергии и энергии испущенного антинейтрино:

$$606.31 \text{ кэВ} - 604.59 \text{ кэВ} = 1.72 \text{ кэВ}$$

После захвата электрона дочернее ядро заберет на себя часть энергии электрона, в виде кинетической энергии. Чтобы не учитывать эту энергию, можно, например, проводить эксперимент в какой-нибудь движущейся относительно наблюдателя системе отсчета со скоростью u , назовем ее скоростью "самолета".

$$p_e + p = p_\nu$$

$$\frac{p_e^2}{2m_e} + \frac{p^2}{2M} + Q = p_\nu c$$

Захват электрона происходит с К оболочки из связанного состояния, поэтому можно считать, что импульс электрона нулевой. Тогда:

$$\frac{u}{c} = \left(1 - \sqrt{1 - 2\frac{Q}{Mc^2}}\right) \approx \frac{Q}{Mc^2}$$

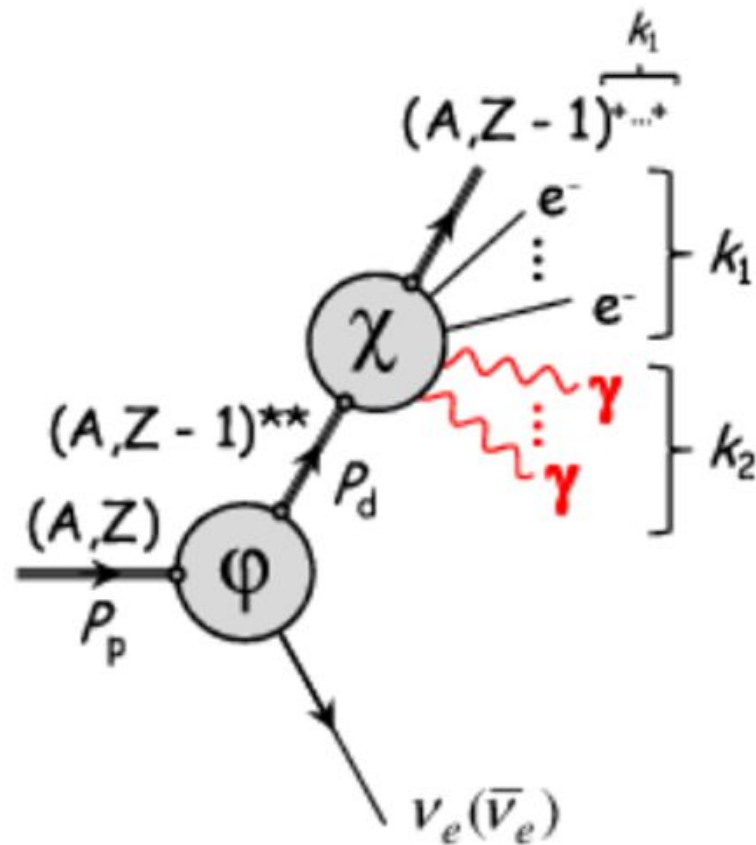
Например для He-3 величина распада равна $Q = 18.591$ кэВ, а масса покоя $M = 2.8$ ГэВ, тогда скорость нашего "самолета" равна:

$$u \approx 7174 \frac{\text{КМ}}{\text{Ч}}$$

Как видно, поиск резонансных реакций довольно трудоемкая работа, так как искать энергии атомов в таблице вручную требует больших временных затрат. Для автоматизации процесса отбора реакций была написана программа на Fortran, которая перебирает каждый изотопы для реакций на детекторе и на источнике. С учетом скорости нашего "самолета" программа правильно выдает значения нужных для резонанса энергий антинейтрино.

Диаграмма распада

Для отбора наиболее эффективных резонансных пар требуется знание вероятности регистрации событий, которая в нашем случае регулируется сечением индуцированного электронного захвата.



Бета-процессы описываются гамильтонианом слабого взаимодействия:

$$H_{\beta}(x) = \frac{G_{\beta}}{\sqrt{2}} J_h^{-\mu}(x) J_{l\mu}^{+}(x) + \text{H.c.}$$

Где $G_{\beta} = G_F \cos \theta_C$, G_F - константа Ферми, θ_C - угол Кабиббо

$$J_h^{-\mu}(x) = \bar{d}(x) \gamma^{\mu} (1 - \gamma_5) u(x),$$

$$J_{l\mu}^{+}(x) = \bar{\nu}_e(x) \gamma_{\mu} (1 - \gamma_5) e(x)$$

$$\begin{aligned} M(q) &= -i \int d^4x \langle f | H_\beta(x) S_{em+strong} | i \rangle \\ &= -i(2\pi)^4 \delta^{(4)}(P_p - P_f - q_\nu) F. \end{aligned} \quad (13)$$

В нем P_p — четыре-импульс материнского атома, P_f — суммарный четыре-импульс продуктов распада, q — импульс нейтрино. Гамильтониан $H_\beta(x)$ учитывается в первом порядке теории возмущений, а матрица рассеяния $S_{em+strong}$ описывает электромагнитные и сильные взаимодействия. Амплитуда ИЕС имеет тот же вид при замене q на $-q$. Возбужденный дочерний атом $(A, Z - 1)^{**}$ рассматривается как резонанс с массой M_d , шириной $\Gamma_d(s)$

В окрестности полюса амплитуда представляется в резонансной (Брейт-Вигнеровской) форме

$$F = \varphi^{\sigma_1 \dots \sigma_n} \frac{i(-1)^n \Theta_{\sigma_1 \dots \sigma_n}^{\tau_1 \dots \tau_n}(P_d)}{s - M_d^2 + i\sqrt{s}\Gamma_d(s)} \chi_{\tau_1 \dots \tau_n} \quad (14)$$

Ширина распада дочернего атома выражается через квадрат модуля амплитуды распада и $(k + 1)$ -частичный фазовый объем

$$\Gamma_d(s) = \frac{1}{2\sqrt{s}} \frac{1}{2J_d + 1} \int \sum_f \sum_{M_d} |\chi_{\tau_1 \dots \tau_n}(P_d) \epsilon_{M_d}^{\tau_1 \dots \tau_n}(P_d)|^2 \frac{(2\pi)^4}{(2\pi)^{3k+3}} d\Phi_{k+1}(\sqrt{s}, m_1, \dots, m_{k+1}) \quad (15)$$

Релятивистский фазовый объем задается формулой:

$$d\Phi_{k+1}(\sqrt{s}, m_1, \dots, m_{k+1}) = \prod_{i=1}^{k+1} \frac{d^3 p_i}{2E_i} \delta^{(4)} \left(P_d - \sum_{i=1}^{k+1} p_i \right) \quad (16)$$

Выполняем суммирование по M_d , используя уравнение:

$$\sum_M \epsilon_M^{\sigma_1 \dots \sigma_n}(P) \epsilon_{\eta_1 \dots \eta_n}^M(P) = (-1)^n \Theta_{\eta_1 \dots \eta_n}^{\sigma_1 \dots \sigma_n}(P) \quad (18)$$

Учитывая, что $\Theta_{\sigma_1 \dots \sigma_n}^{\sigma_1 \dots \sigma_n}(P) = 2n + 1$, ширина распада принимает форму

$$\Gamma_d(s) = \frac{1}{2\sqrt{s}} \Lambda(s) \quad (19)$$

Процесс ЕС возможен при $M_p > M_d$ (см. рис. 1.1). Ширина распада материнского атома Γ_p записывается как интеграл по фазовому объему с Брейт-Вигнеровским знаменателем и суммированием по квантовым числам

$$\Gamma_p = \frac{1}{2M_p} \frac{1}{2J_p + 1} \sum_{M_p} \int \sum_{J_d} \sum_{\alpha_\nu} \sum_f \frac{\omega^* \omega}{(s - M_d^2)^2 + s\Gamma_d^2(s)} \frac{(2\pi)^4}{(2\pi)^{3k+6}} \quad (1.12)$$

$$\times d\Phi_{k+2}(M_p, m_1, \dots, m_{k+2}) \quad (1.13)$$

где

$$\omega = (-1)^n \varphi^{\sigma_1 \dots \sigma_n} \chi_{\sigma_1 \dots \sigma_n} = \sum_{M_d} \varphi_{J_d}^{M_d} \chi_{J_d M_d} \quad (1.14)$$

Также $m_{k+2} = m_\nu$ - масса нейтрино. Суммирование ведется по проекциям спина материнского атома и по квантовым числам нейтрино (его полный момент, орбитальный момент и проекция).

Фазовый объем $(k+2)$ -частичного распада можно разложить на 2-частичный фазовый объем рождения резонанса и нейтрино и $(k+1)$ -частичный фазовый объем распада резонанса, интегрируя по s

$$d\Phi_{k+2}(M_p, m_1, \dots, m_{k+2}) = \int ds d\Phi_2(M_p, \sqrt{s}, m_{k+2}) d\Phi_{k+1}(\sqrt{s}, m_1, \dots, m_{k+1}) \quad (22)$$

Поскольку ширины $\Gamma_d(s)$ малы по сравнению с другими характерными масштабами, интеграл по s можно вычислить в приближении узкого резонанса. В результате получаем выражения

$$\Gamma_p = \frac{1}{2M_p} \frac{1}{2J_p + 1} \int \sum_{M_p} \sum_{J_d M_d M'_d} \sum_{\alpha_\nu} \sum_f \varphi_{J_d}^{M_d} \varphi_{J_d}^{*M'_d} \chi_{J_d M_d} \chi_{J_d M'_d}^* \frac{\pi}{M_d \Gamma_d(M_d)} \quad (23)$$

$$\times \frac{(2\pi)^4}{(2\pi)^{3k+6}} d\Phi_2(M_p, M_d, m_{k+2}) d\Phi_{k+1}(M_d, m_1, \dots, m_{k+1}) \quad (24)$$

Далее, после интегрирования по фазовому объему продуктов распада дочернего атома и использования (18), ширина Γ_p сводится к следующему выражению, содержащему импульс в системе покоя материнского атома и усреднение по направлениям импульса нейтрино

$$\Gamma_p = \frac{p^*(M_p, M_d, m_\nu)}{8\pi M_p^2} \frac{1}{2J_p + 1} \left\langle \sum_{M_p} \sum_{J_d M_d} \sum_{\alpha_\nu} \varphi^{J_d M_d} \varphi_{J_d M_d}^* \right\rangle_n \quad (25)$$

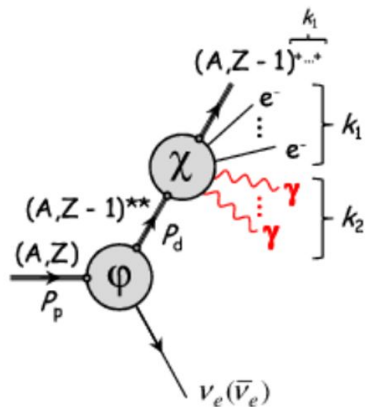
Где

$$p^*(\sqrt{s}, m_1, m_2) = \frac{\sqrt{(s - (m_1 + m_2)^2)(s - (m_1 - m_2)^2)}}{2\sqrt{s}}$$

Сечение индуцированного электронного захвата (ИЭС)

Сечение образования резонанса понимается как полное сечение рождения продуктов его распада. Процесс ИЭС возможен при $M_p < M_d$ и схематически показан на рис. 1. Сплошная линия, входящая в вершину χ , соответствует входящему антинейтрину. Выражение для дифференциального (по квантовым числам) сечения σ для неполяризованного материнского атома и неполяризованного антинейтринно:

$$\sigma = \frac{1}{8p^*(\sqrt{s}, M_p, m_\nu)\sqrt{s}} \frac{1}{2J_p + 1} \int \sum_{M_p \alpha_\nu} \sum_{J_d M_d} \sum_f \phi_{J_d}^{M_d} \chi_{J_d M_d} \frac{1}{(s - M_d^2)^2 + s\Gamma_d^2(s)} \frac{(2\pi)^4}{(2\pi)^{3k+3}} d\Phi_{k+1}(\sqrt{s}, m_1, \dots, m_{k+1})$$



Сечение индуцированного электронного захвата (ИЭС)

В ситуациях, когда в пучке присутствуют правые антинейтрино то сечение следует умножить на 2 (с поправкой порядка m/E_{res}). Интегрирование по фазовому объему продуктов распада дочернего атома дает компактное выражение для σ через $\Gamma_d(s)$ и резонансный знаменатель:

$$\sigma = \frac{1}{8p^*(\sqrt{s}, M_p, m_\nu)\sqrt{s}} \frac{1}{2J_p + 1} \left\langle \sum_{M_p \alpha_\nu} \sum_{J_d M_d} \varphi_{J_d M_d} \varphi_{J_d M_d}^* \right\rangle_n \frac{2\sqrt{s}\Gamma_d(s)}{(s - M_d^2)^2 + s\Gamma_d^2(s)}$$

Типичным значением ширины для атомов является величина $\Gamma_d(s) \approx 10$ эВ. В случае точного резонанса $s = M_d^2$ фактор усиления сечения оценивается как $Q/\Gamma_d(s) \approx 10^5$, где $Q \approx 1$ МэВ - энергия реакции.

Выполнен расчет iEC сечения для произвольных ядерных переходов $J_p^{PC} \rightarrow J_d^{PC}$ и всех схем электронного захвата. В промежуточном состоянии реакции образуется атом с вакансией в электронной оболочке, то есть резонанс. Дочернее ядро также может перейти в возбужденное состояние. Сечение рождения резонанса, по определению - это сечение рождения продуктов его распада. Соответственно, iEC процесс описывается диаграммой, представленной на Рис. 1. Суммирование по всем продуктам распада позволяет выразить iEC сечение через единственный дополнительный параметр - ширину резонанса. В общем случае сечение содержит фактор Брейта-Вигнера:

$$\sigma_{\bar{\nu}_e + (A, Z) \rightarrow (A, Z-1)^{**}} \sim \frac{2\sqrt{s}\Gamma_d(s)}{(s - M_d^2)^2 + s\Gamma_d^2(s)}$$

Спасибо за внимание

