

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА №40 «ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ»

УДК 539.12.01

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА
К БАКАЛАВРСКОЙ ДИПЛОМНОЙ РАБОТЕ
ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ПОДАВЛЕНИЯ
ФОТОНОВ КОНЕЧНОГО СОСТОЯНИЯ В РАСПАДАХ
ЧАСТИЦ СКРЫТОЙ МАССЫ**

Студент _____ Я. А. Басов

Научный руководитель,
д.ф.-м.н. _____ К. М. Белоцкий

Москва 2026

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА БАКАЛАВРА

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ПОДАВЛЕНИЯ
ФОТОНОВ КОНЕЧНОГО СОСТОЯНИЯ В РАСПАДАХ
ЧАСТИЦ СКРЫТОЙ МАССЫ**

Студент

_____ Я. А. Басов

Научный руководитель,

д.ф.-м.н.

_____ К. М. Белоцкий

Рецензент,

к.ф.-м.н.

_____ С. Л. Тимошенко

Секретарь ГЭК,

к.ф.-м.н.

_____ А. А. Кириллов

Зав. каф. №40,

д.ф.-м.н., проф.

_____ М. Д. Скорохватов

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|--|-----------|
| Введение | 3 |
| 1 Теоретическое обоснование модели распада частиц скрытой массы | 7 |
| 1.1 Позитронная аномалия и скрытая масса | 7 |
| 1.2 Кинематика распадов и формула ширины распада | 9 |
| 1.3 Построение матричных элементов с использованием диаграмм Фейнмана | 10 |
| 2 Получение аналитических спектров фотонов в распаде частиц скрытой массы | 12 |
| 2.1 Распад незаряженной частицы | 12 |
| 2.2 Распад частицы с зарядом $+1$ | 15 |
| 2.3 Распад частицы с зарядом $+2$ | 19 |
| 3 Моделирование распада частиц скрытой массы | 24 |
| 3.1 Моделирование распада незаряженной частицы | 24 |
| 3.2 Моделирование распада частицы с зарядом $+1$ | 26 |
| 3.3 Моделирование распада частицы с зарядом $+2$ | 27 |
| 3.4 Сравнение результатов моделирования Монте-Карло генераторов | 29 |
| Заключение | 31 |
| Список использованных источников | 33 |

ВВЕДЕНИЕ

Избыток позитронов в космических лучах в диапазоне энергий выше 10 ГэВ, впервые обнаруженный экспериментом PAMELA в 2008 году [1], стал одним из наиболее значимых открытий в астрофизике частиц за последние два десятилетия, но при этом остается загадкой на данный момент. Последующие измерения эксперимента AMS-02 на Международной космической станции с 2011 года по настоящее время [2] не только подтвердили наличие этого избытка, но и установили, что позитронная фракция продолжает монотонно возрастать вплоть до энергий около 400 ГэВ. Эти результаты, наряду с данными эксперимента Fermi-LAT по суммарному потоку электронов и позитронов [3; 4], сформулировали фундаментальную проблему происхождения первичной позитронной компоненты, получившую название позитронной аномалии.

Стандартные модели предсказывают, что позитроны в космических лучах являются вторичными продуктами взаимодействия космических протонов с межзвездной средой, и их относительная доля должна убывать с ростом энергии. Наблюдаемый рост позитронной фракции указывает на существование дополнительных источников первичных позитронов. В настоящее время сформировались два основных класса гипотез, объясняющих позитронную аномалию: астрофизические источники и процессы аннигиляции или распада частиц скрытой массы [5–7].

В рамках первого класса гипотез основными кандидатами выступают пульсары. В их магнитосферах генерируются интенсивные электрические поля, инициирующие электромагнитные каскады, в результате которых рождаются пары электрон-позитрон [8]. Поскольку высокоэнергичные позитроны быстро теряют энергию, обнаруживаемый на Земле поток чувствителен лишь к источникам в пределах ~ 1 кпк, что делает близкие пульсары естественными кандидатами для объяснения данных AMS-02 [9]. Более того, совокупный вклад от всех пульсаров позволяет достичь необ-

ходимого количества позитронов без привлечения частиц скрытой массы.

Несмотря на успехи пульсарного сценария, модели с распадающейся скрытой массой не менее привлекательны, поскольку их проверка связана с поиском новой физики за пределами Стандартной модели. Как показано в работе [10], в соответствии с результатами эксперимента AMS-02, ограничение на время жизни частицы скрытой массы составляет $\sim 10^{26} - 10^{28}$ с. В расширениях Стандартной модели, таких как суперсимметрия с нарушением R-четности или модели со скрытыми секторами, частицы скрытой массы могут иметь времена жизни порядка 10^{26} с, что соответствует масштабу, необходимому для объяснения позитронной аномалии [11].

Актуальность исследования заключается в том, что все модели, связывающие позитронный избыток в космических лучах с распадом скрытой массы, сталкиваются с проблемой сопутствующего гамма-излучения. Гамма-кванты, образующиеся при распаде частиц скрытой массы (как напрямую, так и в результате обратного комптоновского рассеяния электронов и позитронов на межзвездных фотонах), вносят вклад в диффузное внегалактическое гамма-излучение [10; 12]. На сегодняшний день эксперимент Fermi-LAT не обнаруживает значимых отклонений от предсказываемого астрофизического фона, что накладывает жесткие ограничения на параметры моделей скрытой массы [10; 13]. В связи с этим особую значимость приобретают модели, в которых гамма-излучение от распада скрытой массы подавлено по сравнению с позитронной компонентой.

На данный момент позитронная аномалия надежно установлена экспериментально в эксперименте AMS-02, работающим по настоящее время, а ее объяснение в рамках первичных позитронов активно разрабатывается. В теоретических работах [5–7; 10; 11] за последние 18 лет с момента открытия аномалии предложены различные сценарии распада и аннигиляции частиц скрытой массы, однако проблема избыточного гамма-излучения остается неразрешенной – большинство моделей жестко ограничены данными Fermi-LAT. Появляются новые модели с пространственным распределением распадающейся и аннигилирующей скрытой массы [14; 15], которые смягчают ограничения на параметры частиц. При этом на данный момент отсутствует общепринятое объяснение позитронной аномалии.

Объект исследования – бозонные частицы скрытой массы различ-

НЫХ ТИПОВ.

Предмет исследования – возможность подавления сопутствующего гамма-излучения в распадах частиц скрытой массы.

Цель работы заключается в поиске возможного решения проблемы позитронной аномалии путем рассмотрения подавления гамма-излучения в моделях распада частиц скрытой массы разных типов.

Задачами исследования являются:

- 1) Разработать модели распада скрытой массы, включающие бозоны с различными зарядами и спиновыми структурами;
- 2) Получить аналитические выражения для ширины распада;
- 3) Провести моделирование процессов распада с помощью Монте-Карло генераторов (MadGraph 5, CompHEP);
- 4) Проверить согласованность работы генераторов и выявить ошибки при моделировании нестандартных эффектов квантовой теории поля, связанных с зарядовым сопряжением;
- 5) Определить наиболее перспективный тип частицы скрытой массы, способный разрешить позитронную аномалию без противоречия с данными по гамма-фону.

Методы, используемые в настоящей работе:

- 1) Методы квантовой теории поля для получения аналитических выражений ширин распада частиц скрытой массы в каналах с лептонами и фотонами;
- 2) Численное моделирование методом Монте-Карло с использованием генераторов событий MadGraph 5 и CompHEP;
- 3) Сравнительный анализ результатов моделирования для оценки корректности учета нестандартных эффектов квантовой теории поля (включая зарядовое сопряжение).

Гипотеза исследования: в распаде заряженных частиц скрытой массы наблюдается подавление излучения фотонов конечного состояния, что делает возможным объяснение позитронной аномалии без противоречия с данными по гамма-фону.

Научная новизна работы состоит в обосновании нового подхода к решению проблемы позитронной аномалии: вместо нейтральных частиц скрытой массы рассматриваются различные виды заряженных бозонов, в

распадах которых естественным образом подавляется гамма-излучение.

Структура работы: настоящая работа состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Во введении обоснована актуальность темы, обозначены цель, задачи, объект, предмет, гипотеза, методологические подходы, научная новизна и структура работы.

В первой главе приведено теоретическое обоснование модели распада частиц скрытой массы: рассмотрены основные каналы распада, обоснован выбор параметров модели, необходимых для объяснения позитронной аномалии.

Во второй главе получены аналитические выражения для энергетических спектров фотонов, образующихся при распаде частиц скрытой массы. Анализ проведен для трех типов частиц (заряд 0, +1 и +2). Для каждого случая выведены дифференциальные ширины трехчастичного распада.

В третьей главе представлены результаты моделирования распадов частиц скрытой массы с помощью Монте-Карло генераторов (MadGraph 5 и CompHEP). Для каждого из трех типов частиц получены спектры, выполнено сравнение с аналитическими расчетами, а также проведено сравнение работы двух генераторов.

В заключении подводятся итоги работы и далее приведен список использованных источников.

1 ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ МОДЕЛИ РАСПАДА ЧАСТИЦ СКРЫТОЙ МАССЫ

1.1 ПОЗИТРОННАЯ АНОМАЛИЯ И СКРЫТАЯ МАССА

Одним из ключевых наблюдательных результатов последних двух десятилетий стало обнаружение избытка позитронов в космических лучах, ставшего известным как позитронная аномалия. Впервые этот эффект был зафиксирован в 2008 году экспериментом PAMELA [1], который показал рост позитронной фракции в диапазоне энергий 10 – 100 ГэВ. Согласно стандартной модели происхождения космических лучей, позитроны должны являться вторичными продуктами взаимодействий протонов с межзвездной средой, и их доля должна убывать с энергией. Однако данные показали противоположную тенденцию.

Позднее этот результат был с высокой точностью подтвержден экспериментом AMS-02 [2], работающим на Международной космической станции. Он показал, что позитронная фракция не только возрастает, но и продолжает рост вплоть до энергий порядка 400 ГэВ. Дополнительные измерения гамма-фона и электрон-позитронного суммарного спектра были получены в эксперименте Fermi-LAT [3; 4], что наложило дополнительные ограничения на возможные источники избытка.

Существующие объяснения позитронной аномалии можно разделить на два основных класса:

Астрофизические источники. Наиболее вероятными объектами этого класса являются пульсары и их туманности. В магнитосферах вращающихся нейтронных звезд формируются мощные электрические поля,

ускоряющие заряженные частицы, которые запускают каскады рождения электрон-позитронных пар [8; 9]. Важной особенностью является ограниченная дальность распространения высокоэнергичных позитронов (порядка ~ 1 кпк), что делает вклад ближайших источников доминирующим.

Частицы скрытой массы. Этот класс гипотез предполагает, что позитроны образуются в результате аннигиляции или распада частиц скрытой массы [5; 6]. В этом случае спектр позитронов определяется не только астрофизической средой, но и физикой взаимодействия новых частиц.

Современная космология и астрофизика частиц исходят из того, что около 26% полной энергии Вселенной приходится на скрытую массу, которая не участвует в электромагнитном взаимодействии и проявляет себя только гравитационно [16]. Несмотря на многочисленные косвенные подтверждения ее существования (вращательные кривые галактик, гравитационное линзирование, анизотропия реликтового излучения), природа частиц скрытой массы остается неизвестной.

В рамках физики частиц скрытая масса интерпретируется как новый класс частиц за пределами Стандартной модели, обладающих крайне слабыми взаимодействиями с обычным веществом. Наиболее распространенными кандидатами являются слабовзаимодействующие массивные частицы (WIMPs), аксионы, стерильные нейтрино, а также частицы скрытых или темных секторов, включая темные фотоны и скалярные бозоны.

Особый интерес представляют модели, в которых частицы скрытой массы нестабильны и способны распадаться с очень большим временем жизни $\tau_X \sim 10^{26} - 10^{28}$ с. Такие сценарии позволяют объяснить наблюдаемые аномалии в спектрах космических лучей, не противореча космологическим ограничениям [10; 13].

Модели скрытой массы, состоящей из скалярных бозонов, являются одними из наиболее широко обсуждаемых кандидатов на решение позитронной аномалии среди существующих кандидатов [7; 10; 11; 16].

Однако все эти модели сталкиваются с общей проблемой: сопутствующее гамма-излучение, возникающее в результате внутреннего тормозного излучения и обратного комптоновского рассеяния, может превышать наблюдаемый диффузный гамма-фон [12; 13]. Это делает необходимым поиск механизмов подавления излучения фотонов конечного состояния.

1.2 КИНЕМАТИКА РАСПАДОВ И ФОРМУЛА ШИРИНЫ РАСПАДА

В квантовой теории поля вероятность распада частицы X определяется полной шириной распада Γ , которая связана со временем жизни как

$$\tau_X = \frac{1}{\Gamma}. \quad (1.1)$$

Общая дифференциальная ширина распада [17] частицы X на N частиц конечного состояния выражается как

$$d\Gamma = \frac{1}{2M_X} \frac{1}{2S_X + 1} \frac{1}{n!} \prod_{i=1}^N \frac{d^3 p_i}{2E_i (2\pi)^3} (2\pi)^4 \delta^{(4)} \left(p_X - \sum_{i=1}^N p_i \right) \sum_{s_1, s_2} |\mathcal{M}|^2. \quad (1.2)$$

где M_X – масса распадающейся частицы, S_X – спин частицы X , n – количество тождественных частиц в конечном состоянии, $|\mathcal{M}|$ – квадрат амплитуды перехода (квадрат матричного элемента).

Для двухчастичного распада $X \rightarrow 1 + 2$ в системе покоя частицы X интегрирование по фазовому пространству происходит только по углам, так как значения импульсов и энергий частиц принимают фиксированные значения.

Для трехчастичного распада $X \rightarrow 1 + 2 + 3$ фазовое пространство становится существенно сложнее [17]. В системе покоя родительской частицы оно записывается как

$$d\Gamma = \frac{|\mathcal{M}|^2 / (2S_X + 1)}{2M_X n! (2\pi)^5} \prod_{i=1}^3 \frac{d^3 p_i}{2E_i} \delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3) \delta(E_1 + E_2 + E_3 - M_X). \quad (1.3)$$

Ключевым инструментом для анализа таких процессов является метод, предложенный В. И. Гольданским [17], основанный на переходе к инвариантным переменным и последовательной интеграции по фазовому пространству. В частности, удобно использовать переменные $s_{ij} = (p_i + p_j)^2$, которые ограничивают допустимую кинематическую область (диаграмму Далица).

После интегрирования по углам дифференциальная ширина по энер-

гии одной из частиц (например, фотона) принимает вид:

$$\frac{d\Gamma}{dE_\gamma} = \frac{1}{8M_X(2\pi)^3(2S_X + 1)n!} \int_{E_1^-}^{E_1^+} |\mathcal{M}|^2 dE_1, \quad (1.4)$$

где границы интегрирования определяются кинематикой трехчастичного распада и зависят от масс конечных частиц.

Таким образом, метод Гольданского позволяет свести задачу трехчастичного распада к одномерному интегралу по энергии, что существенно упрощает аналитический анализ спектров.

1.3 ПОСТРОЕНИЕ МАТРИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИАГРАММ ФЕЙНМАНА

Расчет вероятностей распада частиц скрытой массы в рамках квантовой теории поля основывается на вычислении матричного элемента перехода \mathcal{M} , который определяется по правилам Фейнмана [18; 19], выводимым из соответствующего лагранжиана взаимодействия. В рамках теории возмущений амплитуда распада представляется в виде суммы вкладов всех связанных диаграмм Фейнмана, описывающих заданный процесс.

Общий алгоритм вычисления матричного элемента включает следующие этапы:

- 1) задание лагранжиана взаимодействия \mathcal{L}_{int} и вывод правил Фейнмана (вершин, пропагаторов, внешних линий);
- 2) построение всех диаграмм Фейнмана заданного порядка по константе взаимодействия и запись аналитического выражения для каждой диаграммы;
- 3) суммирование вкладов и вычисление $|\mathcal{M}|^2$ с усреднением по спинам и поляризациям начального состояния и суммой по спинам и поляризациям конечного состояния.

В рассматриваемых моделях распада частиц скрытой массы взаимодействие с лептонным сектором Стандартной модели задается эффектив-

ными юкавскими и векторными операторами вида

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{int}^{scalar} &\supset \bar{\psi}(a + b\gamma^5)X\psi, \\ \mathcal{L}_{int}^{vector} &\supset \bar{\psi}(a + b\gamma^5)\gamma^\mu X_\mu\psi,\end{aligned}\tag{1.5}$$

что приводит к вершине взаимодействия Xe^+e^- (или ее аналогам) с фактором $\sim (a + b\gamma^5)$.

Диаграммы Фейнмана представляют собой графическое отображение членов разложения S-матрицы по константе взаимодействия. Каждая диаграмма соответствует определенному интегралу по внутренним импульсам и дает вклад в наблюдаемые распределения. Структура диаграмм Фейнмана определяет форму дифференциальной ширины распада и, следовательно, наблюдаемые спектры частиц.

В процессах распада на две заряженные частицы возникает внутреннее тормозное излучение, что приводит к появлению инфракрасных особенностей. Это выражается в логарифмическом усилении спектра при малых энергиях фотона. Интенсивность излучения определяется наличием заряженных частиц в конечном состоянии и структурой лагранжиана взаимодействия. В распадах с меньшим числом заряженных частиц количество гамма-излучения существенно уменьшается, что играет ключевую роль в моделях скрытой массы, рассматриваемых в настоящей работе.

2 ПОЛУЧЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКИХ СПЕКТРОВ ФОТОНОВ В РАСПАДЕ ЧАСТИЦ СКРЫТОЙ МАССЫ

2.1 РАСПАД НЕЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ

Для скалярной и векторной частиц в соответствии с $U(1)$ симметрией [18; 19] написаны соответствующие добавки к лагранжиану Стандартной модели, которые включают члены, описывающие моду распада частицы X на электрон и позитрон:

$$\mathcal{L}_{X_{Scalar}^0} = \frac{1}{2}\partial_\mu X \partial^\mu X - \frac{1}{2}M_X^2 X^2 - \bar{\psi}(a + b\gamma^5)X\psi, \quad (2.1)$$

$$\mathcal{L}_{X_{Vector}^0} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}M_X^2 X_\mu X^\mu - \bar{\psi}(a + b\gamma^5)\gamma^\mu X_\mu\psi, \quad (2.2)$$

где M_X – масса частицы X , a, b – константы взаимодействия, ψ – биспиноры электронов и позитронов.

Для расчета ширины распада частицы X на электрон и позитрон построены матричные элементы в соответствии с диаграммами Фейнмана (рисунок 2.1):

$$\begin{aligned} i\mathcal{M}_{X_S^0} &= \bar{u}^{s_1}(p_1)(-i(a + b\gamma^5))v^{s_2}(p_2), \\ i\mathcal{M}_{X_V^0} &= \bar{u}^{s_1}(p_1)(-i(a + b\gamma^5))\gamma^\mu \varepsilon_\mu(q)v^{s_2}(p_2). \end{aligned} \quad (2.3)$$

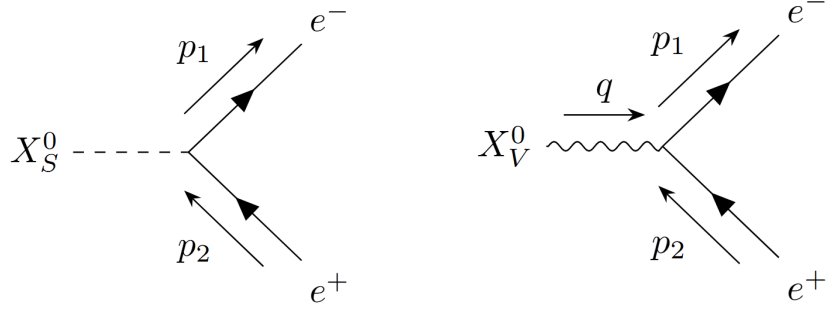


Рисунок 2.1 — Диаграммы Фейнмана для распадов $X^0 \rightarrow e^+ + e^-$.

Квадрат модуля матричного элемента распада после суммирования по поляризациям и преобразований матриц принимает значение константы:

$$\begin{aligned}
 |\mathcal{M}_{X_S^0}|^2 &= 2M_X^2 \left(a^2 \left(1 - \frac{4m_e^2}{M_X^2} \right) + b^2 \right), \\
 |\mathcal{M}_{X_V^0}|^2 &= 4M_X^2 \left(a^2 \left(1 + \frac{2m_e^2}{M_X^2} \right) + b^2 \left(1 - \frac{4m_e^2}{M_X^2} \right) \right).
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

где m_e — масса электрона.

Вычисления квадрата модуля матричного элемента здесь и далее были произведены с помощью пакета FeynCalc [20; 21].

Полная ширина распада имеет вид:

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{X_S^0} &= \frac{M_X}{8\pi} \sqrt{1 - \frac{4m_e^2}{M_X^2}} \left(a^2 \left(1 - \frac{4m_e^2}{M_X^2} \right) + b^2 \right), \\
 \Gamma_{X_V^0} &= \frac{M_X}{12\pi} \sqrt{1 - \frac{4m_e^2}{M_X^2}} \left(a^2 \left(1 + \frac{2m_e^2}{M_X^2} \right) + b^2 \left(1 - \frac{4m_e^2}{M_X^2} \right) \right).
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Матричные элементы для диаграмм Фейнмана распада частицы X на электрон, позитрон и фотон конечного состояния (рисунок 2.2) имеют

ВИД:

$$\begin{aligned}
i\mathcal{M}_{X_S^0} &= \bar{u}(p_1)(-ie\gamma^{\mu_1})\varepsilon_{\mu_1}^*(k)i\frac{\not{q}_1 + m_e}{q_1^2 - m_e^2}(-i(a + b\gamma^5))v(p_2) + \\
&+ \bar{u}(p_1)(-i(a + b\gamma^5))i\frac{-\not{q}_2 + m_e}{q_2^2 - m_e^2}(-ie\gamma^{\mu_2})\varepsilon_{\mu_2}^*(k)v(p_2), \\
i\mathcal{M}_{X_V^0} &= \bar{u}(p_1)(-ie\gamma^{\mu_1})\varepsilon_{\mu_1}^*(k)i\frac{\not{q}_1 + m_e}{q_1^2 - m_e^2}(-i(a + b\gamma^5)\gamma^{\nu_1})\varepsilon_{\nu_1}(q)v(p_2) + \\
&+ \bar{u}(p_1)(-i(a + b\gamma^5)\gamma^{\nu_2})\varepsilon_{\nu_2}(q)i\frac{-\not{q}_2 + m_e}{q_2^2 - m_e^2}(-ie\gamma^{\mu_2})\varepsilon_{\mu_2}^*(k)v(p_2).
\end{aligned} \tag{2.6}$$

где $q_1 = p_1 + k$, $q_2 = p_2 + k$ – импульсы виртуальных фотонов, e – элементарный электрический заряд.

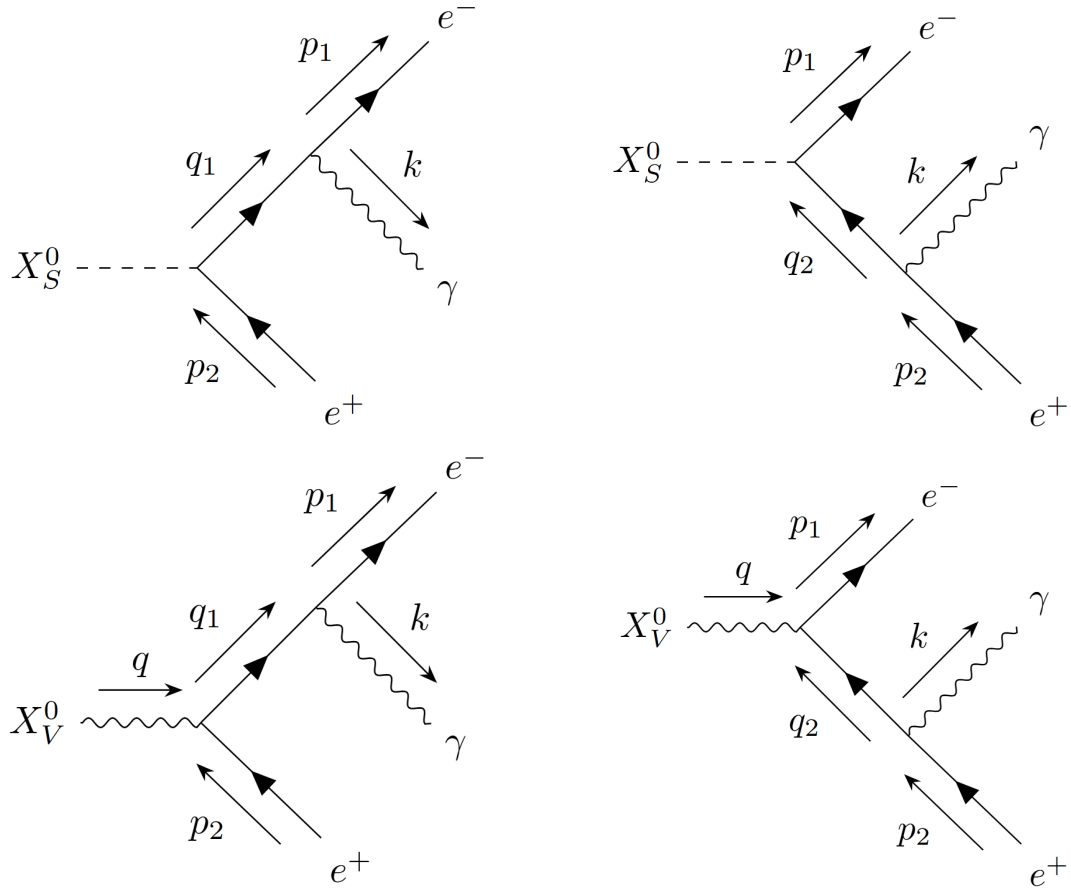


Рисунок 2.2 — Диаграммы Фейнмана для распада $X^0 \rightarrow e^- + e^+ + \gamma$.

На основе кинематики распада в 3 частицы [17] вычислены пределы

на энергию частиц:

$$\begin{aligned}
E_1^\pm &= \frac{(E_{1m} - E_\gamma)(M_X - E_\gamma) \pm E_\gamma \sqrt{(E_{\gamma m} - E_\gamma)(M_X/2 - E_\gamma)}}{M_X - 2E_\gamma}, \\
E_{1m} = E_{2m} &= \frac{M_X}{2}, \quad E_{\gamma m} = \frac{M_X^2 - 4m_e^2}{2M_X}, \\
E &= \frac{M_X^2 - 2m_e^2}{2M_X}, \quad B = \frac{M_X^2 + 2m_e^2}{2M_X},
\end{aligned} \tag{2.7}$$

где E_1 – энергия электрона, E_2 – энергия позитрона, E_γ – энергия фотона конечного состояния, E_{1m} – максимально возможная энергия электрона, E_{2m} – максимально возможная энергия позитрона, $E_{\gamma m}$ – максимально возможная энергия фотона, E, B – параметры для универсальности и краткости обозначений.

Дифференциальная ширина распада частицы X на электрон, позитрон и фотон в зависимости от энергии фотона принимает вид

$$\begin{aligned}
\frac{d\Gamma_{X_S^0}}{dE_\gamma} &= \frac{e^2/M_X^2}{2(2\pi)^3} \left(m_e^2 \left(a^2 E_{\gamma m} + b^2 \frac{M_X}{2} \right) \cdot F_1 + F_2 \cdot \frac{M_X}{E_\gamma} \cdot \right. \\
&\quad \left. \cdot (a^2 (E_\gamma^2 - 2E_\gamma E_{\gamma m} + 2E_{\gamma m} E) + b^2 (E_\gamma^2 - M_X E_\gamma + M_X E)) \right) \Big|_{E_1^-}^{E_1^+}, \\
\frac{d\Gamma_{X_V^0}}{dE_\gamma} &= \frac{e^2/M_X^2}{3(2\pi)^3} \left(m_e^2 (a^2 B + b^2 E_{\gamma m}) \cdot F_1 - 2M_X E_1 (a^2 + b^2) + F_2 \frac{M_X}{E_\gamma} \cdot \right. \\
&\quad \left. \cdot \left(a^2 (E_\gamma^2 - 2E_\gamma B + B E) + 2b^2 \left(E_\gamma \frac{B}{M_X} - E_{\gamma m} E_\gamma + E_{\gamma m} E \right) \right) \right) \Big|_{E_1^-}^{E_1^+},
\end{aligned} \tag{2.8}$$

$$\begin{aligned}
F_1 = F_1(E_1) &= \left(\frac{1}{E_1 + E_\gamma + E_{2m} - M_X} - \frac{1}{E_{1m} - E_1} \right), \\
F_2 = F_2(E_1) &= \ln \frac{E_1 + E_\gamma + E_{2m} - M_X}{E_{1m} - E_1}.
\end{aligned}$$

2.2 РАСПАД ЧАСТИЦЫ С ЗАРЯДОМ +1

Для скалярной и векторной частиц X с зарядом +1 и нейтрального фермиона Y в соответствии с U(1) симметрией [18; 19] написаны добавки, которые включают члены, описывающие моду распада частицы X на

позитрон и частицу Y :

$$\mathcal{L}_{X_S^+} = D_\mu X^\dagger D^\mu X - M_X^2 X^\dagger X + \bar{Y}(i\gamma^\mu \partial_\mu Y - m_Y)Y - (\bar{\psi}(a + b\gamma^5)XY + h.c.), \quad (2.9)$$

$$\mathcal{L}_{X_V^+} = -\frac{1}{2}F_{\mu\nu}^\dagger F^{\mu\nu} + M_X^2 X_\mu^\dagger X^\mu + \bar{Y}(i\gamma^\mu \partial_\mu Y - m_Y)Y - (\bar{\psi}(a + b\gamma^5)\gamma^\mu X_\mu Y + h.c.), \quad (2.10)$$

где m_Y – масса частицы Y .

Ввиду наличия в конечном состоянии лишь одной заряженной частицы излучение фотонов подавляется, но при этом не исчезает полностью.

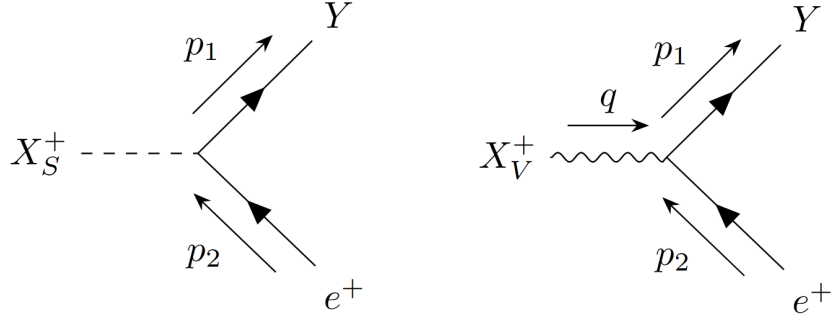


Рисунок 2.3 — Диаграммы Фейнмана для распадов $X^+ \rightarrow Y + e^+$.

Для расчета ширины распада частицы X на фермион Y и позитрон построены матричные элементы в соответствии с диаграммами Фейнмана (рисунок 2.3):

$$\begin{aligned} i\mathcal{M}_{X_S^+} &= \bar{u}^{s_1}(p_1)(-i(a + b\gamma^5))v^{s_2}(p_2), \\ i\mathcal{M}_{X_V^+} &= \bar{u}^{s_1}(p_1)(-i(a + b\gamma^5))\gamma^\mu \varepsilon_\mu(q)v^{s_2}(p_2). \end{aligned} \quad (2.11)$$

Квадрат модуля матричного элемента распада после суммирования

по поляризациям и преобразований матриц принимает значение константы:

$$\begin{aligned}
|\mathcal{M}_{X_S^+}|^2 &= 2M_X^2 \left(a^2 \left(1 - \frac{(m_e + m_Y)^2}{M_X^2} \right) + b^2 \left(1 - \frac{(m_e - m_Y)^2}{M_X^2} \right) \right), \\
|\mathcal{M}_{X_V^+}|^2 &= 4M_X^2 \left(a^2 \left(1 - \frac{m_e^2 - 6m_e m_Y + m_Y^2}{2M_X^2} - \frac{(m_e^2 - m_Y^2)^2}{2M_X^4} \right) + \right. \\
&\quad \left. + b^2 \left(1 - \frac{m_e^2 + 6m_e m_Y + m_Y^2}{2M_X^2} - \frac{(m_e^2 - m_Y^2)^2}{2M_X^4} \right) \right). \tag{2.12}
\end{aligned}$$

Полная ширина распада имеет вид:

$$\begin{aligned}
\Gamma_{X_S^+} &= \frac{M_X}{8\pi} \sqrt{\left(1 - \frac{(m_e + m_Y)^2}{M_X^2} \right) \left(1 - \frac{(m_e - m_Y)^2}{M_X^2} \right)} \cdot \\
&\quad \cdot \left(a^2 \left(1 - \frac{(m_e + m_Y)^2}{M_X^2} \right) + b^2 \left(1 - \frac{(m_e - m_Y)^2}{M_X^2} \right) \right), \\
\Gamma_{X_V^+} &= \frac{M_X}{12\pi} \sqrt{\left(1 - \frac{(m_e + m_Y)^2}{M_X^2} \right) \left(1 - \frac{(m_e - m_Y)^2}{M_X^2} \right)} \cdot \\
&\quad \cdot \left(a^2 \left(1 - \frac{m_e^2 - 6m_e m_Y + m_Y^2}{2M_X^2} - \frac{(m_e^2 - m_Y^2)^2}{2M_X^4} \right) + \right. \\
&\quad \left. + b^2 \left(1 - \frac{m_e^2 + 6m_e m_Y + m_Y^2}{2M_X^2} - \frac{(m_e^2 - m_Y^2)^2}{2M_X^4} \right) \right). \tag{2.13}
\end{aligned}$$

Матричные элементы для диаграмм Фейнмана распада частицы X на фермион Y , позитрон и фотон конечного состояния (рисунок 2.4) имеют вид:

$$\begin{aligned}
i\mathcal{M}_{X_S^+} &= \bar{u}(p_1)(-i(a + b\gamma^5))i\frac{-\not{q}_2 + m_e}{q_2^2 - m_e^2}(-ie\gamma^\mu)\varepsilon_\mu^*(k)v(p_2), \\
i\mathcal{M}_{X_V^+} &= \bar{u}(p_1)(-i(a + b\gamma^5)\gamma^\nu)\varepsilon_\nu(q)i\frac{-\not{q}_2 + m_e}{q_2^2 - m_e^2}(-ie\gamma^\mu)\varepsilon_\mu^*(k)v(p_2). \tag{2.14}
\end{aligned}$$

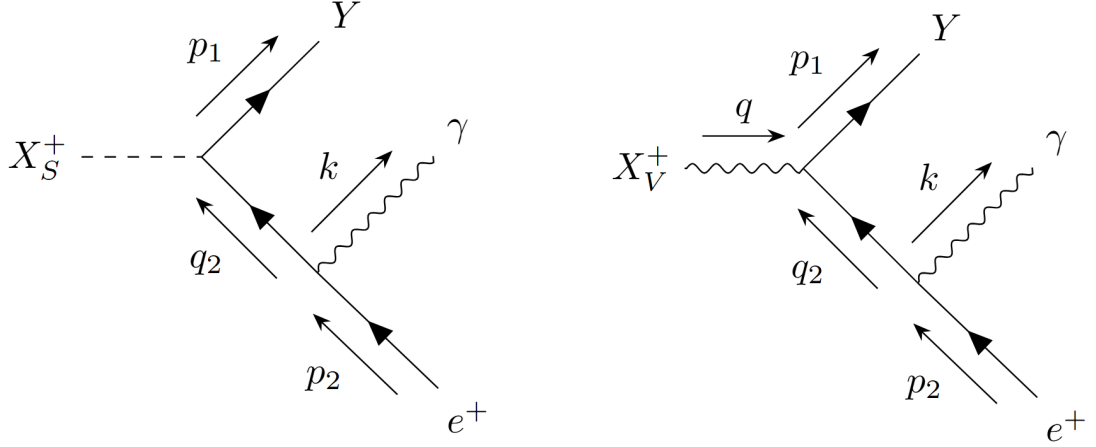


Рисунок 2.4 — Диаграммы Фейнмана для распада $X^+ \rightarrow Y + e^+ + \gamma$.

На основе кинематики распада в 3 частицы [17] вычислены пределы на энергию частиц:

$$\begin{aligned}
 E_1^\pm &= \frac{(E_{1m} - E_\gamma)(M_X - E_\gamma) \pm E_\gamma \sqrt{(E_{\gamma m} - E_\gamma)(A - E_\gamma)}}{M_X - 2E_\gamma}, \\
 E_{1m} &= \frac{M_X^2 + m_y^2 - m_e^2}{2M_X}, \quad E_{2m} = \frac{M_X^2 + m_e^2 - m_y^2}{2M_X}, \\
 E_{\gamma m} &= \frac{M_X^2 - (m_e + m_y)^2}{2M_X}, \\
 E &= \frac{M_X^2 - m_e^2 - m_y^2}{2M_X}, \quad A = \frac{M_X^2 - (m_e - m_y)^2}{2M_X},
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

где E_1 — энергия частицы Y , E_2 — энергия позитрона, E_γ — энергия фотона конечного состояния, E_{1m} — максимально возможная энергия частицы Y , E_{2m} — максимально возможная энергия позитрона, $E_{\gamma m}$ — максимально возможная энергия фотона, E, A — параметры для универсальности и краткости обозначений.

Дифференциальная ширина распада частицы X на фермион Y , позитрон и фотон в зависимости от энергии фотона принимает вид

$$\begin{aligned}
 \frac{d\Gamma_{X_S^+}}{dE_\gamma} &= \frac{e^2/M_X^2}{2(2\pi)^3} \left(-(a^2 + b^2)M_X E_1 - \frac{m_e^2(a^2 E_{\gamma m} + b^2 A)}{E_{1m} - E_1} - \right. \\
 &\quad \left. - ((a^2 + b^2)(M_X E_\gamma + m_e^2) + (a^2 - b^2)m_e m_y) \ln(E_{1m} - E_1) \right) \Big|_{E_1^-}^{E_1^+}.
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

2.3 РАСПАД ЧАСТИЦЫ С ЗАРЯДОМ +2

Для скалярной и векторной частиц в соответствии с $U(1)$ симметрией и правилами зарядового сопряжения [18; 19] написаны добавки, которые включают члены, описывающие моду распада частицы X на два позитрона:

$$\mathcal{L}_{X_{Scalar}^{++}} = D_\mu X^\dagger D^\mu X - M_X^2 X^\dagger X - (\bar{\psi}(a + b\gamma^5)X\psi^C + h.c.), \quad (2.17)$$

$$\mathcal{L}_{X_{Vector}^{++}} = -\frac{1}{2}F_{\mu\nu}^\dagger F^{\mu\nu} + M_X^2 X_\mu^\dagger X^\mu - (\bar{\psi}(a + b\gamma^5)\gamma^\mu X_\mu\psi^C + h.c.). \quad (2.18)$$

Для распадов вида $X \rightarrow e^+ + e^-$ и $X \rightarrow e^+ + e^+$ лагранжианы взаимодействия выглядят разным образом, что приводит к изменению правил расчета матричных элементов. Их можно получить из соотношений для биспиноров [18] $\psi^C = C(\bar{\psi})^T$, $\bar{\psi}^C = (C(\bar{\psi})^T)^\dagger \gamma_0 = \psi^T C$, где $C = i\gamma_2\gamma_0$ – матрица оператора зарядового сопряжения в базисе Дирака со свойствами $C^+ = C^{-1} = C^T = -C = i\gamma_0\gamma_2$. Разложение $\psi(x)$ по собственным функциям гамильтониана Дирака имеет вид:

$$\psi(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} \sum_s (a_p^s u^s(p) e^{-ipx} + b_p^{s\dagger} v^s(p) e^{ipx}), \quad (2.19)$$

$$\bar{\psi}(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} \sum_s (b_p^s \bar{v}^s(p) e^{-ipx} + a_p^{s\dagger} \bar{u}^s(p) e^{ipx}), \quad (2.20)$$

где a_p^s – оператор уничтожения e^- с биспинором u , $b_p^{s\dagger}$ – оператор рождения e^+ с биспинором v , b_p^s – оператор уничтожения e^+ с биспинором \bar{v} , $a_p^{s\dagger}$ – оператор рождения e^- с биспинором \bar{u} . После применения операции зарядового сопряжения:

$$\psi^C(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} \sum_s (b_p^s u^s(p) e^{-ipx} + a_p^{s\dagger} v^s(p) e^{ipx}), \quad (2.21)$$

$$\bar{\psi}^C(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} \sum_s (a_p^s \bar{v}^s(p) e^{-ipx} + b_p^{s\dagger} \bar{u}^s(p) e^{ipx}), \quad (2.22)$$

где a_p^s – оператор уничтожения e^- с биспинором \bar{v} , $b_p^{s\dagger}$ – оператор рождения e^+ с биспинором \bar{u} , b_p^s – оператор уничтожения e^+ с биспинором u , $a_p^{s\dagger}$ – оператор рождения e^- с биспинором v .

Операторы рождения и уничтожения в этих разложениях поменялись местами относительно соответствующих несопряженных версий. Это означает, что для правил Фейнмана зарядосопряженная частица ведет себя так же, как и частица (за исключением перестановки импульсов тождественных частиц): она обладает теми же биспинорами в начальном и конечном состоянии, тем же пропагатором, а в вершинном члене меняется только знак заряда. Таким образом, матричный элемент двух распадов составляется из одинаковых биспиноров. В распаде $X \rightarrow e^\pm + e^\pm$ фермионам в конечном состоянии соответствуют биспиноры: e^- , $C(e^-) - \bar{u}(p_1)$ и $e^+ - v(p_2)$.

Для получения энергетического спектра трехчастичного распада частицы X на два позитрона (рисунки 2.5 и 2.6) построены матричные элементы с учетом тождественности частиц в конечном состоянии:

$$\begin{aligned}
 i\mathcal{M}_{X_S^{++}} &= \bar{u}^{s_1}(p_1)(-i(a + b\gamma^5))v^{s_2}(p_2) - \\
 &\quad - \bar{u}^{s_2}(p_2)(-i(a + b\gamma^5))v^{s_1}(p_1), \\
 i\mathcal{M}_{X_V^{++}} &= \bar{u}^{s_1}(p_1)(-i(a + b\gamma^5))\gamma^\mu \varepsilon_\mu(q)v^{s_2}(p_2) - \\
 &\quad - \bar{u}^{s_2}(p_2)(-i(a + b\gamma^5))\gamma^\mu \varepsilon_\mu(q)v^{s_1}(p_1).
 \end{aligned}
 \tag{2.23}$$

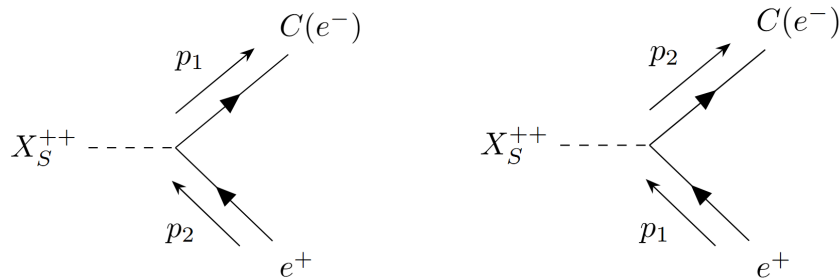


Рисунок 2.5 — Диаграммы Фейнмана для распада $X_S^{++} \rightarrow e^+ + e^+$.

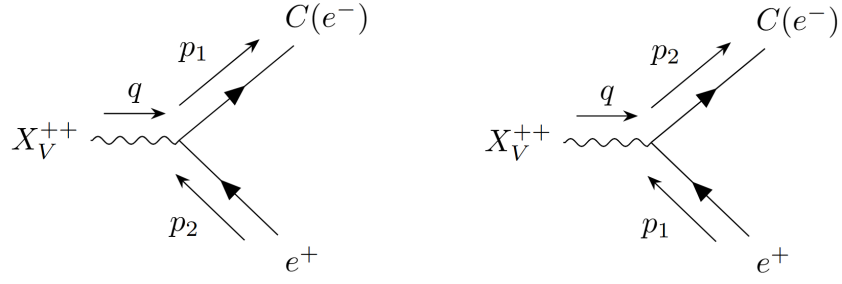


Рисунок 2.6 — Диаграммы Фейнмана для распада $X_V^{++} \rightarrow e^+ + e^-$.

Квадрат модуля матричного элемента распада после суммирования по поляризациям и преобразований матриц принимает значение константы:

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_{X_S^{++}}|^2 &= 4M_X^2 \left(a^2 \left(1 - \frac{4m_e^2}{M_X^2} \right) + b^2 \right), \\ |\mathcal{M}_{X_V^{++}}|^2 &= 8M_X^2 \left(b^2 \left(1 - \frac{4m_e^2}{M_X^2} \right) \right). \end{aligned} \quad (2.24)$$

где m_e — масса электрона.

Полная ширина распада:

$$\begin{aligned} \Gamma_{X_S^{++}} &= \frac{M_X}{4\pi} \sqrt{1 - \frac{4m_e^2}{M_X^2}} \left(a^2 \left(1 - \frac{4m_e^2}{M_X^2} \right) + b^2 \right), \\ \Gamma_{X_V^{++}} &= \frac{M_X}{6\pi} \sqrt{1 - \frac{4m_e^2}{M_X^2}} \left(b^2 \left(1 - \frac{4m_e^2}{M_X^2} \right) \right). \end{aligned} \quad (2.25)$$

По сравнению со случаем распада $X \rightarrow e^- + e^+$ (формула (2.5)) ширина распада скалярной частицы и псевдовекторной частицы увеличилась вдвое. Таким образом, можно говорить о качественном отличии случаев.

Кроме того, наблюдается запрет распада векторной частицы X на два тождественных фермиона. Это объясняется антисимметричностью статистики Ферми-Дирака: векторный ток члена взаимодействия в лагранжиане зануляется при учете перестановки двух фермионов.

Матричные элементы для диаграмм Фейнмана (рисунки 2.7 и 2.8):

$$\begin{aligned}
i\mathcal{M}_{X_S^{++}} &= \bar{u}(p_1)(+ie\gamma^{\mu_1})\varepsilon_{\mu_1}^*(k)i\frac{\not{q}_1 + m_e}{q_1^2 - m_e^2}(-i(a + b\gamma^5))v(p_2) + \\
&+ \bar{u}(p_1)(-i(a + b\gamma^5))i\frac{-\not{q}_2 + m_e}{q_2^2 - m_e^2}(-ie\gamma^{\mu_2})\varepsilon_{\mu_2}^*(k)v(p_2) - \\
&- \bar{u}(p_2)(+ie\gamma^{\mu_3})\varepsilon_{\mu_3}^*(k)i\frac{\not{q}_2 + m_e}{q_2^2 - m_e^2}(-i(a + b\gamma^5))v(p_1) - \\
&- \bar{u}(p_2)(-i(a + b\gamma^5))i\frac{-\not{q}_1 + m_e}{q_1^2 - m_e^2}(-ie\gamma^{\mu_4})\varepsilon_{\mu_4}^*(k)v(p_1), \\
i\mathcal{M}_{X_V^{++}} &= \bar{u}(p_1)(ie\gamma^{\mu_1})\varepsilon_{\mu_1}^*(k)i\frac{\not{q}_1 + m_e}{q_1^2 - m_e^2}(-i(a + b\gamma^5)\gamma^{\nu_1})\varepsilon_{\nu_1}(q)v(p_2) + \\
&+ \bar{u}(p_1)(i(a + b\gamma^5)\gamma^{\nu_2})\varepsilon_{\nu_2}(q)i\frac{-\not{q}_2 + m_e}{q_2^2 - m_e^2}(ie\gamma^{\mu_2})\varepsilon_{\mu_2}^*(k)v(p_2) - \\
&- \bar{u}(p_2)(ie\gamma^{\mu_3})\varepsilon_{\mu_3}^*(k)i\frac{\not{q}_2 + m_e}{q_2^2 - m_e^2}(-i(a + b\gamma^5)\gamma^{\nu_3})\varepsilon_{\nu_3}(q)v(p_1) - \\
&- \bar{u}(p_2)(i(a + b\gamma^5)\gamma^{\nu_4})\varepsilon_{\nu_4}(q)i\frac{-\not{q}_1 + m_e}{q_1^2 - m_e^2}(ie\gamma^{\mu_4})\varepsilon_{\mu_4}^*(k)v(p_1).
\end{aligned} \tag{2.26}$$

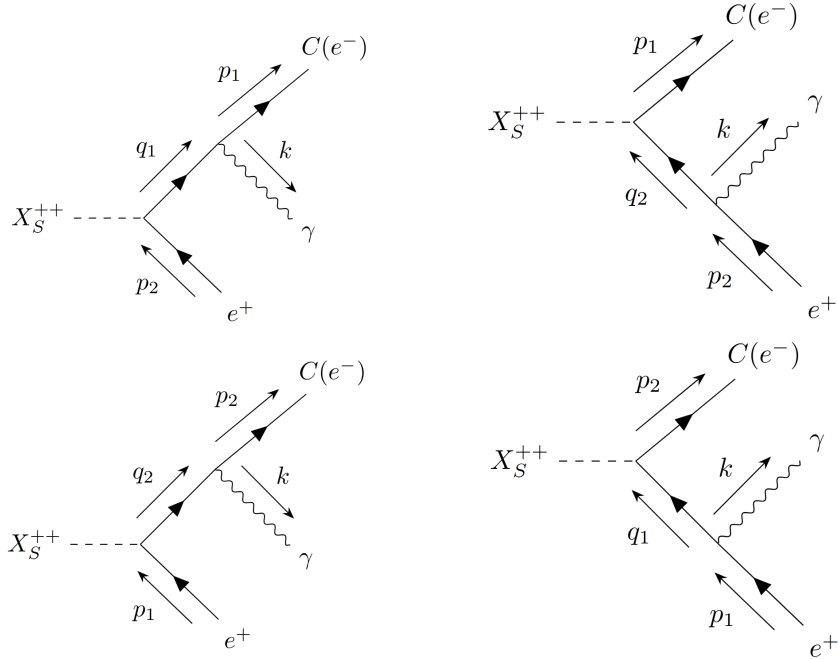


Рисунок 2.7 — Диаграммы Фейнмана для распада $X_{scalar}^{++} \rightarrow e^+ + e^+ + \gamma$.

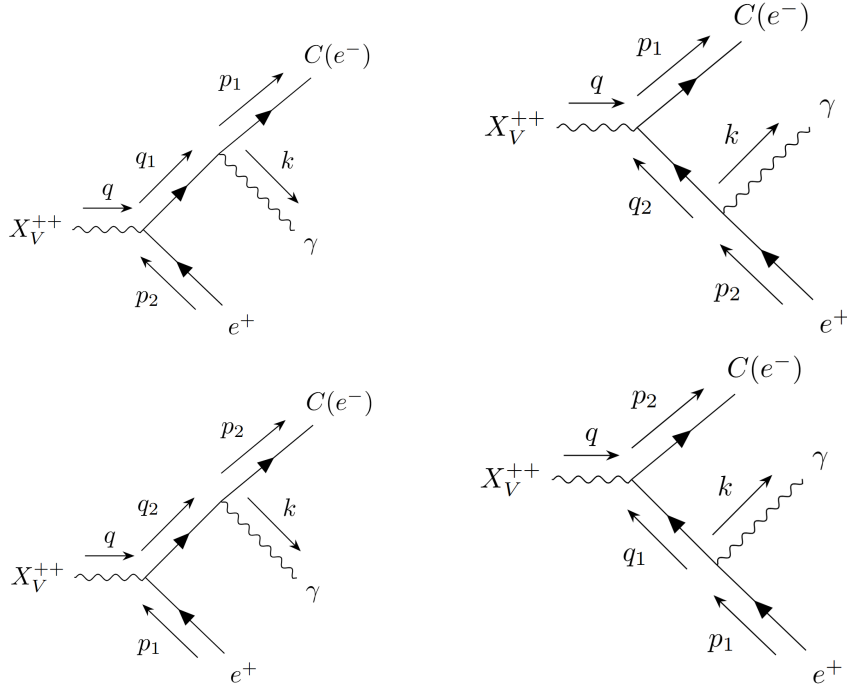


Рисунок 2.8 — Диаграммы Фейнмана для распада $X_{vector}^{++} \rightarrow e^+ + e^+ + \gamma$.

Дифференциальная ширина распада в зависимости от энергии фотона принимает вид

$$\begin{aligned}
\frac{d\Gamma_{X_S^{++}}}{dE_\gamma} &= \frac{e^2/M_X^2}{(2\pi)^3} \left(-4E_1 M_X (a^2 + b^2) + m_e^2 \left(a^2 E_{\gamma m} + b^2 \frac{M_X}{2} \right) F_1 + \right. \\
&+ F_2 \cdot \frac{M_X}{E_\gamma} \left. \left((a^2 + b^2) (E_\gamma^2 + M_X E_\gamma) - 2a^2 E_{\gamma m} E + b^2 M_X E \right) \right) \Big|_{E_1^-}^{E_1^+}, \\
\frac{d\Gamma_{X_V^{++}}}{dE_\gamma} &= \frac{2b^2 e^2/M_X^2}{3(2\pi)^3} \left(-4E_1 \left(E_\gamma - \frac{m_e^2}{M_X} \right) + m_e^2 E_{\gamma m} \cdot F_1 + \right. \\
&+ F_2 \cdot \frac{M_X}{E_\gamma} \left. \left(E_\gamma^2 \frac{2E}{M_X} + M_X E_\gamma - 2E_{\gamma m} E \right) \right) \Big|_{E_1^-}^{E_1^+}.
\end{aligned} \tag{2.27}$$

3 МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПАДА ЧАСТИЦ СКРЫТОЙ МАССЫ

3.1 МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПАДА НЕЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ

Создание расширений Стандартной модели, предполагающих существование рассмотренных частиц, было произведено с помощью программы FeynRules [22]. За основу была выбрана Стандартная модель, установленная в FeynRules. В качестве входных данных использовались соответствующие лагранжианы частиц скрытой массы X и их взаимодействий, заданных формулами (2.1-2.2), масса частицы X – 1000 ГэВ, значения констант взаимодействия a и b варьировались в пределах от 0 до 10^{-1} . Файлы моделей созданы в формате UFO [23] и могут быть использованы многими Монте-Карло генераторами.

Моделирование распада частицы X в электроны, позитроны и фотоны производилось в программах CompHEP [24] и MadGraph 5 [25], так как в них доступно использование любых моделей в формате UFO. Обе программы являются Монте-Карло генераторами, что позволяет получить более достоверные результаты при генерации большего количества событий. Анализ полученных спектров производился с помощью программных пакетов MadAnalysis 5 [26] и ROOT CERN [27].

Было произведено моделирование распадов частиц как с фотоном в конечном состоянии, так и без него. Во втором случае ширина распада рассчитывалась аналитически в программе CompHEP и численно в программе MadGraph 5, при этом проводилось сравнение результатов с аналитическим решением (формулы (2.5)) для различных масс электрона (так как масса электрона пренебрежимо мала по сравнению с массой частицы X , отклонение рассчитанных значений может быть меньше точности, заданной для

чисел с плавающей точкой). Полученные значения для $a = 10^{-6}$, $b = 10^{-1}$ приведены в таблицах 3.1 и 3.2.

Таблица 3.1 — Ширины распадов скалярной частицы $X \rightarrow e^- + e^+$

| m_e , ГэВ | CompHEP, ГэВ | MadGraph 5, ГэВ | Аналитическая, ГэВ |
|-----------------------|--------------|-----------------|--------------------|
| $5, 11 \cdot 10^{-4}$ | 0,3979 | 0,3979 | 0,3979 |
| 100 | 0,3898 | 0,3898 | 0,3898 |

Таблица 3.2 — Ширины распадов векторной частицы $X \rightarrow e^- + e^+$

| m_e , ГэВ | CompHEP, ГэВ | MadGraph 5, ГэВ | Аналитическая, ГэВ |
|-----------------------|--------------|-----------------|--------------------|
| $5, 11 \cdot 10^{-4}$ | 0,2653 | 0,2653 | 0,2653 |
| 100 | 0,2495 | 0,2495 | 0,2495 |

Полученные в программах значения совпадают друг с другом и с аналитическим расчетом.

Для трехчастичного распада частицы X произведено моделирование в программах MadGraph 5 и CompHEP. Ограничения на энергии частиц конечного состояния: энергия фотона не менее 1 ГэВ (в обеих программах), энергия электрона и позитрона не более 499 ГэВ (в CompHEP). Использованные значения констант взаимодействия: $a = 10^{-6}$, $b = 10^{-1}$.

Построены графики энергетических спектров распада $X \rightarrow e^+ + e^- + \gamma$ в зависимости от энергии фотона для аналитического решения и данных моделирования (рисунок 3.1). В случае скалярной частицы наблюдается совпадение спектров во всем диапазоне рассматриваемых энергий фотона. Для векторной же частицы спектр, рассчитанный в программе CompHEP, при энергиях выше 400 ГэВ переходит в отрицательную область, что противоречит фундаментальным принципам квантовой теории поля. Следовательно, реализация моделирования данного процесса в программном пакете CompHEP является некорректной.

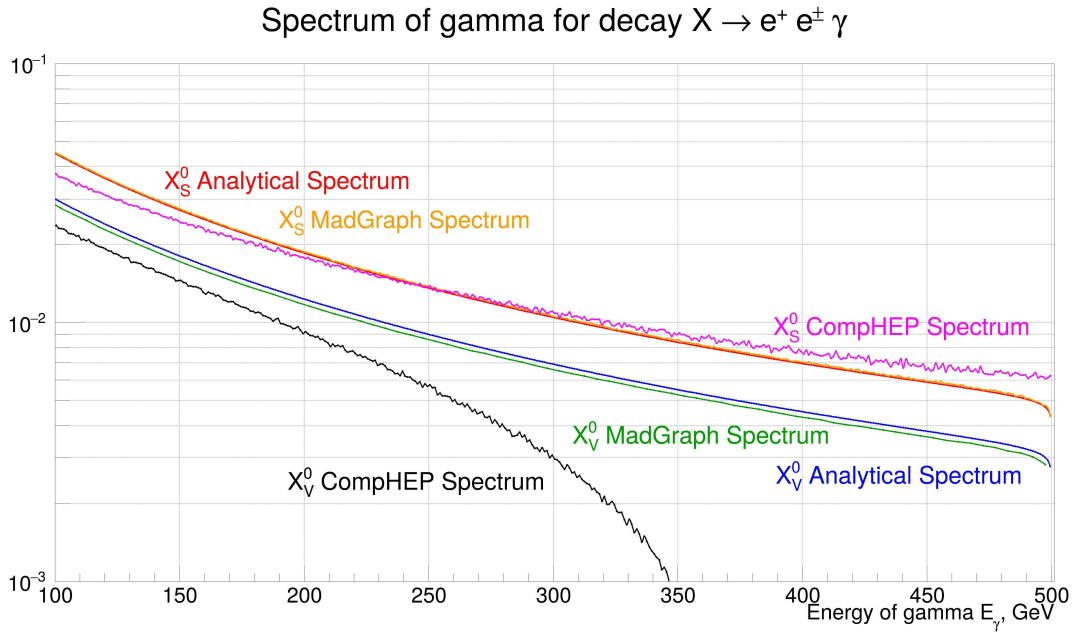


Рисунок 3.1 — Аналитический и смоделированный фотонные спектры распада $X \rightarrow e^+ + e^- + \gamma$.

3.2 МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПАДА ЧАСТИЦЫ С ЗАРЯДОМ $+1$

Значения ширин распада частиц X на два позитрона в аналитическом случае (формулы (2.13)) сравнены с результатами моделирования в программах MadGraph 5 и CompHEP для различных масс электрона. Полученные значения для $a = 10^{-6}$, $b = 10^{-1}$ приведены в таблицах 3.3 и 3.4.

Таблица 3.3 — Ширины распадов скалярной частицы $X \rightarrow Y + e^+$

| m_e , ГэВ | CompHEP, ГэВ | MadGraph 5, ГэВ | Аналитическая, ГэВ |
|-----------------------|--------------|-----------------|--------------------|
| $5, 11 \cdot 10^{-4}$ | 0,3979 | 0,3979 | 0,3979 |
| 100 | 0,3900 | 0,3900 | 0,3900 |

Таблица 3.4 — Ширины распадов векторной частицы $X \rightarrow Y + e^+$

| m_e , ГэВ | CompHEP, ГэВ | MadGraph 5, ГэВ | Аналитическая, ГэВ |
|-----------------------|--------------|-----------------|--------------------|
| $5, 11 \cdot 10^{-4}$ | 0,2653 | 0,2653 | 0,2653 |
| 100 | 0,2613 | 0,2613 | 0,2613 |

Полученные в программах значения совпадают друг с другом и с

аналитическим расчетом.

Энергетические спектры распада $X \rightarrow e^+ + Y + \gamma$ (рисунок 3.2) для $a = 10^{-6}$, $b = 10^{-1}$ незначительно (менее чем в 1,5 раза) отличаются в области энергий выше 300 ГэВ, что объясняется выбором ограничений на энергию частиц конечного состояния для корректной работы Монте-Карло генераторов.

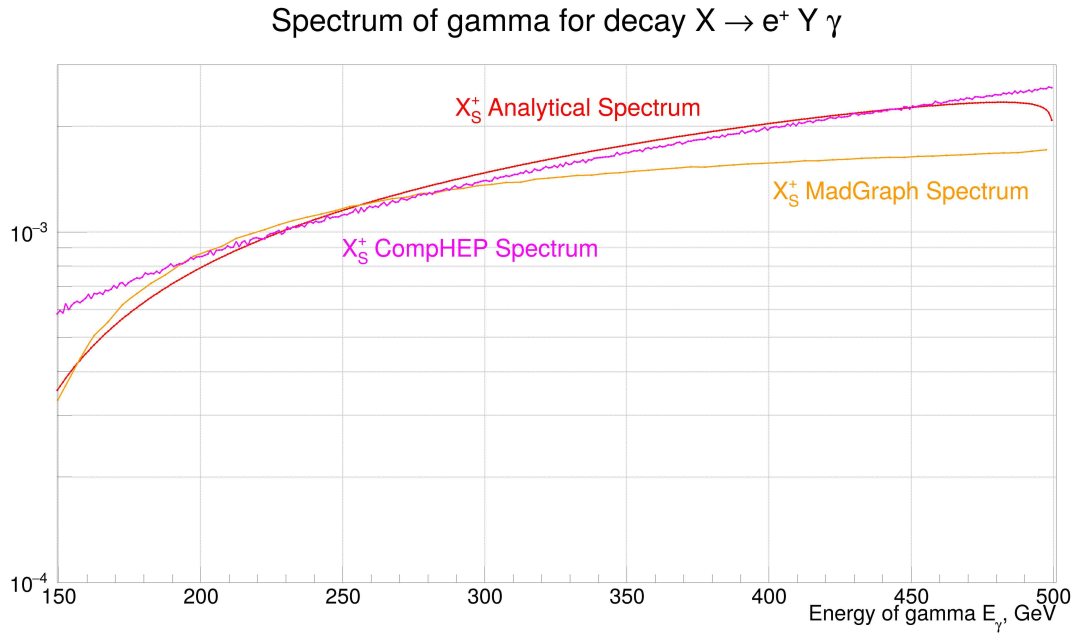


Рисунок 3.2 — Аналитический и смоделированный фотонные спектры распада $X \rightarrow e^+ + Y + \gamma$.

3.3 МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПАДА ЧАСТИЦЫ С ЗАРЯДОМ $+2$

Значения ширин распада частиц X на два позитрона в аналитическом случае (формулы (2.25)) сравнены с результатами моделирования в программах MadGraph 5 и CompHEP для различных масс электрона. Полученные значения для $a = 10^{-6}$, $b = 10^{-1}$ приведены в таблицах 3.5 и 3.6.

Таблица 3.5 — Ширины распадов скалярной частицы $X \rightarrow e^+ + e^+$

| m_e , ГэВ | CompHEP, ГэВ | MadGraph 5, ГэВ | Аналитическая, ГэВ |
|-----------------------|--------------|-----------------|--------------------|
| $5, 11 \cdot 10^{-4}$ | 0,1989 | 0,7958 | 0,7958 |
| 100 | 0,1949 | 0,7485 | 0,7485 |

Таблица 3.6 — Ширины распадов векторной частицы $X \rightarrow e^+ + e^+$

| m_e , ГэВ | CompHEP, ГэВ | MadGraph 5, ГэВ | Аналитическая, ГэВ |
|-----------------------|--------------|-----------------|--------------------|
| $5, 11 \cdot 10^{-4}$ | 0,1326 | 0,5305 | 0,5305 |
| 100 | 0,1248 | 0,4990 | 0,4990 |

Полученные значения в двух программах отличаются в 4 раза, так как в CompHEP не учитывается увеличение количества диаграмм, связанное с перестановками тождественных частиц. MadGraph 5 корректно учитывает перестановки, что приводит к верному результату моделирования.

Энергетические спектры распада $X \rightarrow e^+ + e^+ + \gamma$ (рисунок 3.3) для $a = 10^{-6}$, $b = 10^{-1}$ значительно отличаются друг от друга и от результатов аналитического расчета. В программе CompHEP при энергии выше 400 ГэВ спектр становится отрицательным. В программе MadGraph 5 наблюдается большее количество низкоэнергетических фотонов, чем в случае аналитического расчета, что связано с некорректным учетом эффектов зарядового сопряжения частиц.

Spectrum of gamma for decay $X \rightarrow e^+ e^+ \gamma$

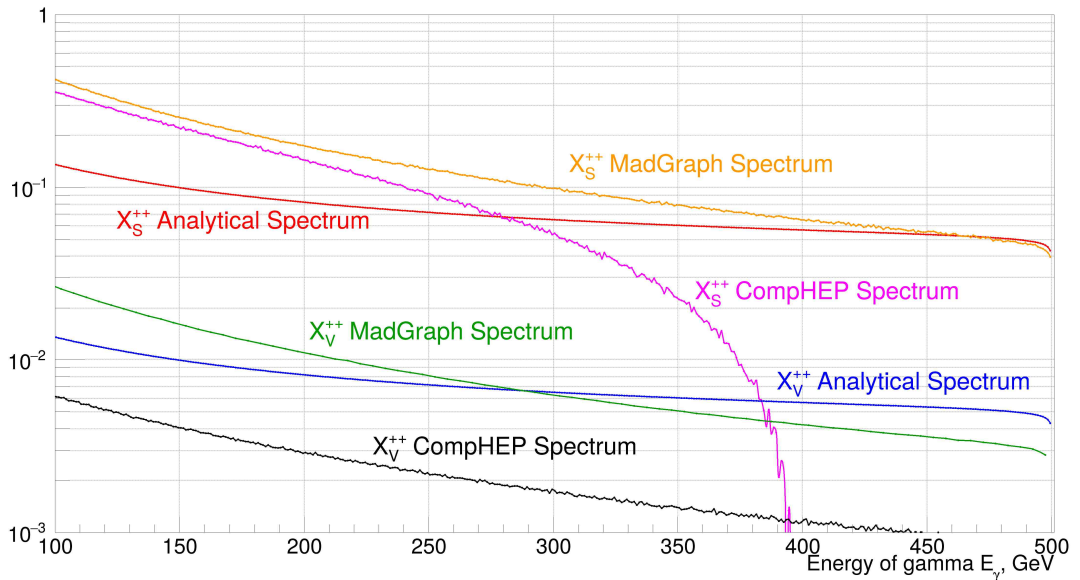


Рисунок 3.3 — Аналитический и смоделированный фотонные спектры распада $X \rightarrow e^+ + e^+ + \gamma$.

3.4 СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ МОНТЕ-КАРЛО ГЕНЕРАТОРОВ

По результатам расчетов ширины двухчастичного распада (таблицы 3.1-3.6) и моделирования энергетических спектров трехчастичного распада (рисунки 3.1-3.3) получены следующие выводы:

- 1) Расчет квадратов матричных элементов в MadGraph 5 производится численно, а не аналитически, как это реализовано в CompHEP, поэтому моделирование распадов более чем двух частиц занимает значительно больше времени, чем в CompHEP;
- 2) Учет расходимости ширины распада в MadGraph 5 реализован лучше, чем в CompHEP, так как требуются более мягкие ограничения на энергию частиц конечного состояния;
- 3) В CompHEP не учитываются перестановки тождественных частиц при зарядовом сопряжении;
- 4) В CompHEP и MadGraph 5 некорректно рассчитываются процессы взаимодействия зарядово сопряженной частицы и фотона.

Для сравнения количества испускаемого гамма-излучения в распаде частицы X построены спектры множественности фотонов (рисунок 3.4) в перерасчете на один испущенный позитрон для всех исследуемых моделей (скалярные и векторные бозоны X с зарядами 0, +1 и +2).

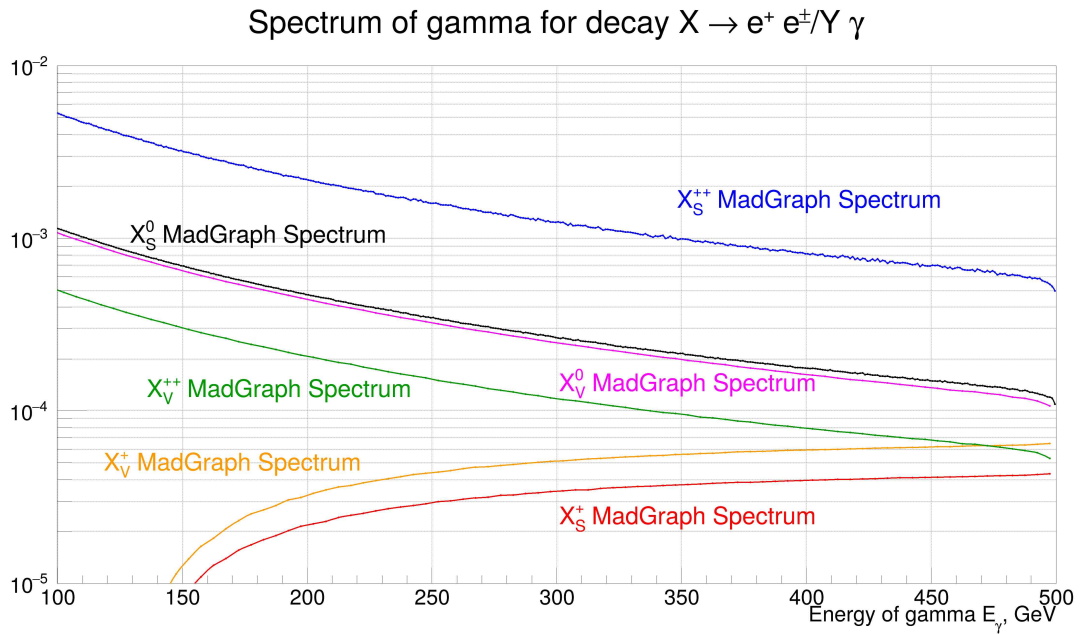


Рисунок 3.4 — Спектры множественности фотонов для распада частицы X в расчете на один позитрон.

Случаи с двумя заряженными частицами в конечном состоянии различаются друг от друга не более чем на порядок. В распаде векторной частицы с зарядом $+2$ наблюдается в 2,5 меньше фотонов с энергией более 100 ГэВ по сравнению с распадом нейтральной скалярной частицы.

В случае с одной заряженной частицей в конечном состоянии наблюдается значительное подавление гамма-излучения, что обусловлено отсутствием кулоновского взаимодействия между конечными частицами. В распаде бозона с зарядом $+1$ наблюдается в 200 раз меньше фотонов с энергией более 100 ГэВ по сравнению с распадом нейтральной скалярной частицы. Эта модель наиболее перспективна для разрешения позитронной аномалии.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе было проведено исследование распадов бозонных частиц скрытой массы в контексте проблемы позитронной аномалии. Основная цель состояла в поиске механизмов подавления гамма-излучения, которое является критическим ограничением для моделей скрытой массы, претендующих на объяснение избытка позитронов в космических лучах. Выдвинутая гипотеза о том, что в распаде заряженных частиц скрытой массы наблюдается подавление внутреннего тормозного излучения, подтвердилась в ходе выполнения работы.

В соответствии с поставленными задачами были получены следующие **результаты**:

В ходе работы разработаны модели распада скрытой массы, включающие скалярные и векторные бозоны с зарядами 0, +1 и +2. Рассмотрены трехчастичные моды распада в конечном состоянии с участием позитронов и фотонов.

Аналитические выражения для дифференциальных ширин трехчастичного распада получены для каждого из трех типов частиц. Установлено, что ключевым фактором, определяющим интенсивность сопутствующего гамма-излучения, является количество заряженных частиц в конечном состоянии.

С помощью Монте-Карло генераторов MadGraph 5 и CompHEP проведено моделирование процессов распада. Для моды распада бозона с зарядом +1 зафиксировано подавление выхода фотонов с энергией выше 100 ГэВ в 200 раз по отношению к распаду нейтральной скалярной частицы. Наблюдаемый эффект обусловлен отсутствием кулоновского взаимодействия между продуктами распада, что приводит к существенному снижению вклада внутреннего тормозного излучения. Для векторной частицы с зарядом +2 выход высокоэнергичных фотонов (с энергией более 100 ГэВ) оказался в 2,5 раза меньшим по сравнению с распадом нейтральной ска-

лярной частицы. Различия между рассмотренными модами для случаев с двумя заряженными частицами в конечном состоянии не превышают одного порядка величины.

Выполнено сравнение генераторов событий MadGraph 5 и CompHEP. Выявлены следующие систематические недостатки: в пакете CompHEP не учитываются перестановки тождественных частиц при зарядовом сопряжении; в обоих пакетах зафиксирована некорректная обработка процессов электромагнитного взаимодействия зарядово-сопряженной частицы. Указанные ограничения свидетельствуют о необходимости модификации существующего программного обеспечения или сочетания численного моделирования с аналитическими расчетами для задач, связанных с зарядовым сопряжением.

Модель распада бозонной скрытой массы с зарядом $+1$ является наиболее перспективной для разрешения позитронной аномалии. Предложенный механизм подавления внутреннего тормозного излучения (за счет отсутствия кулоновского взаимодействия) значительно снижает ограничения на параметры модели, связанные с интенсивностью сопутствующего гамма-излучения.

Таким образом, **цель работы достигнута, задачи выполнены в полном объеме, а гипотеза подтверждена**, что делает возможным объяснение позитронной аномалии в рамках моделей распадающейся скрытой массы. Предложенный механизм подавления может быть распространен на более широкий класс моделей (например, модели с темными атомами).

Полученные в настоящей работе энергетические спектры могут быть использованы для моделирования рождения частиц в распадах скрытой массы и их распространения по Галактике, что позволит в будущем подтвердить или исключить подобные модели как объяснение позитронной аномалии.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. An anomalous positron abundance in cosmic rays with energies 1.5-100 GeV / O. Adriani [et al.] // Nature. — 2009. — Vol. 458. — P. 607–609. — arXiv: [0810.4995 \[astro-ph\]](#).
2. First Result from the Alpha Magnetic Spectrometer on the International Space Station: Precision Measurement of the Positron Fraction in Primary Cosmic Rays of 0.5–350 GeV / M. Aguilar [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2013. — Vol. 110. — P. 141102.
3. Measurement of separate cosmic-ray electron and positron spectra with the Fermi Large Area Telescope / M. Ackermann [et al.] // Physical review letters. — 2012. — Vol. 108, no. 1. — P. 011103.
4. The spectrum of isotropic diffuse gamma-ray emission between 100 MeV and 820 GeV / M. Ackermann [et al.] // Astrophys. J. — 2015. — Vol. 799. — P. 86. — arXiv: [1410.3696 \[astro-ph.HE\]](#).
5. *Fan Y.-Z., Zhang B., Chang J.* e^\pm Excesses in the Cosmic Ray Spectrum and Possible Interpretations // Int. J. Mod. Phys. D. — 2010. — Vol. 19. — P. 2011–2058. — arXiv: [1008.4646 \[astro-ph.HE\]](#).
6. *Malyshev D., Cholis I., Gelfand J.* Pulsars versus Dark Matter Interpretation of ATIC/PAMELA // Phys. Rev. D. — 2009. — Vol. 80. — P. 063005. — arXiv: [0903.1310 \[astro-ph.HE\]](#).
7. Indirect effects of dark matter / K. M. Belotsky [et al.] // Int. J. Mod. Phys. D. — 2019. — Vol. 28, no. 13. — P. 1941011. — arXiv: [1909.04735 \[hep-ph\]](#).
8. *Profumo S.* Dissecting cosmic-ray electron-positron data with Occam’s Razor: the role of known Pulsars // Central Eur. J. Phys. — 2011. — Vol. 10. — P. 1–31. — arXiv: [0812.4457 \[astro-ph\]](#).

9. *Feng J., Zhang H.-H.* Pulsar interpretation of lepton spectra measured by AMS-02 // *Eur. Phys. J. C.* — 2016. — Vol. 76, no. 5. — P. 229. — arXiv: [1504.03312 \[hep-ph\]](#).
10. Strong constraints on dark photon and scalar dark matter decay from INTEGRAL and AMS-02 data / T. T. Q. Nguyen [et al.] // *Phys. Rev. D.* — 2026. — Vol. 113, no. 10. — P. 103051. — arXiv: [2412.00180 \[hep-ph\]](#).
11. *Weniger C.* From superWIMPs to decaying dark matter: Models, bounds and indirect searches : Other thesis / Weniger Christoph. — 2010.
12. Fermi-LAT kills dark matter interpretations of AMS-02 data. Or not? / K. Belotsky [et al.] // *JCAP.* — 2017. — Vol. 01. — P. 021. — arXiv: [1606.01271 \[astro-ph.HE\]](#).
13. *Bell N. F., Galea A. J., Petraki K.* Lifetime Constraints for Late Dark Matter Decay // *Phys. Rev. D.* — 2010. — Vol. 82. — P. 023514. — arXiv: [1004.1008 \[astro-ph.HE\]](#).
14. *Белоцкий К. М., Соловьев М. Л.* Скрытая масса с особым пространственным распределением как возможное объяснение позитронной аномалии в космических лучах // *Физика элементарных частиц и атомного ядра.* — 2025. — Т. 56, № 3. — С. 986–994.
15. *Yang F., Su M., Zhao Y.* Dark Matter Annihilation from Nearby Ultra-compact Micro Halos to Explain the Tentative Excess at ~ 1.4 TeV in DAMPE data. — 2017. — arXiv: [1712.01724 \[astro-ph.HE\]](#).
16. *Bertone G., Hooper D., Silk J.* Particle dark matter: Evidence, candidates and constraints // *Phys. Rept.* — 2005. — Vol. 405. — P. 279–390. — arXiv: [hep-ph/0404175](#).
17. *Гольданский В. И., Никитин Ю. П., Розенталь И. Л.* Кинематические методы в физике высоких энергий. — М. : Наука, 1987. — С. 199.
18. *Peskin M. E., Schroeder D. V.* An Introduction to Quantum Field Theory. — Boulder, CO : Westview Press, 1995. — P. 864.
19. *Weinberg S.* The Quantum Theory of Fields, Vol. 1: Foundations. — Cambridge : Cambridge University Press, 1995. — P. 609.

20. *Mertig R., Bohm M., Denner A.* FEYN CALC: Computer algebraic calculation of Feynman amplitudes // *Comput. Phys. Commun.* — 1991. — Vol. 64. — P. 345–359.
21. *Shtabovenko V., Mertig R., Orellana F.* New Developments in FeynCalc 9.0 // *Comput. Phys. Commun.* — 2016. — Vol. 207. — P. 432–444. — arXiv: [1601.01167 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1601.01167).
22. FeynRules 2.0 - A complete toolbox for tree-level phenomenology / A. Alloul [et al.] // *Comput. Phys. Commun.* — 2014. — Vol. 185. — P. 2250–2300. — arXiv: [1310.1921 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1310.1921).
23. UFO - The Universal FeynRules Output / C. Degrande [et al.] // *Comput. Phys. Commun.* — 2012. — Vol. 183. — P. 1201–1214. — arXiv: [1108.2040 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1108.2040).
24. CompHEP: A Package for evaluation of Feynman diagrams and integration over multiparticle phase space / A. Pukhov [et al.]. — 1999. — arXiv: [hep-ph/9908288](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9908288).
25. The automated computation of tree-level and next-to-leading order differential cross sections, and their matching to parton shower simulations / J. Alwall [et al.] // *JHEP.* — 2014. — Vol. 07. — P. 079. — arXiv: [1405.0301 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1405.0301).
26. *Conte E., Fuks B., Serret G.* MadAnalysis 5, A User-Friendly Framework for Collider Phenomenology // *Comput. Phys. Commun.* — 2013. — Vol. 184. — P. 222–256. — arXiv: [1206.1599 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1206.1599).
27. *Brun R., Rademakers F.* ROOT: An object oriented data analysis framework // *Nucl. Instrum. Meth. A* / ed. by M. Weren, D. Perret-Gallix. — 1997. — Vol. 389. — P. 81–86.