

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА №40 «ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ»

УДК 531.3, 539.1.05

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА
К БАКАЛАВРСКОЙ ДИПЛОМНОЙ РАБОТЕ
АНОМАЛЬНЫЕ ИЗОТОПЫ В МОДЕЛЯХ ТЁМНЫХ
АТОМОВ**

Студент _____ М. И. Балиньо

Научный руководитель,
д.ф.-м.н., проф. _____ М. Ю. Хлопов

Научный консультант. _____ Д. О. Сопин

Москва 2026

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА БАКАЛАВРА

**АНОМАЛЬНЫЕ ИЗОТОПЫ В МОДЕЛЯХ ТЁМНЫХ
АТОМОВ**

Студент _____ М. И. Балиньо

Научный руководитель,
д.ф.-м.н., проф. _____ М. Ю. Хлопов

Научный консультант, _____ Д. О. Сопин

Рецензент,
к.ф.-м.н, доц. _____ А.Г. Майоров

Секретарь ГЭК,
к.ф.-м.н. _____ А. А. Кириллов

Зав. каф. №40,
д.ф.-м.н., проф. _____ М. Д. Скорохватов

СОДЕРЖАНИЕ

1	Обзор литературы	5
1.1	Современные представления о скрытой массе	5
1.2	Модели составной скрытой массы и образование атомов X-гелия	6
2	Формирование связанных систем темных атомов	8
2.1	Система $X^{--} - {}^4\text{He}$	9
2.2	Система $X^{--} - {}^8\text{Be}$	13
2.3	Сравнение с результатами Ахмедова и Поспелова	16
2.4	Зависимость энергии основного состояния от расстояния между α -кластерами	17
2.5	Внутренняя волновая функция ядра ${}^8\text{Be}$	18
3	Радиационный захват	21
3.1	Вычисление скорости радиационного захвата	21
3.2	Численная оценка образования $X\text{Be}$ с использованием LINX	24
	Заключение	26
	Список использованных источников	28

ВВЕДЕНИЕ

Скрытая масса составляет около 26% плотности энергии Вселенной. Несмотря на это, физическая природа скрытой массы до настоящего времени остаётся неизвестной. Существование скрытой массы следует из совокупности данных современной прецизионной космологии и астрофизических наблюдений, включая динамику галактик, гравитационное линзирование, формирование крупномасштабной структуры Вселенной, образование химических элементов в космологическом нуклеосинтезе и анализ реликтового излучения [1, 2]. Поэтому поиск возможных кандидатов на роль скрытой массы является одним из важнейших направлений современной космологии, астрофизики и физики элементарных частиц.

Физическая природа скрытой массы, как правило, связывается с расширениями Стандартной Модели фундаментальных взаимодействий. Возможный подход, объясняющий парадоксы прямого поиска частиц скрытой массы, открывает модель, в которой скрытая масса состоит из нейтральных связанных состояний[3]. К таким моделям относятся модели тёмных атомов. В рамках данного подхода предполагается существование новой тяжёлой стабильной частицы X с отрицательным электрическим зарядом $-Z_X = -2n$, где n — натуральное число. Такая частица может связываться с n ядрами ${}^4\text{He}$ посредством электромагнитного кулоновского взаимодействия, образуя нейтральные атомоподобные связанные состояния. Природа заряженных составляющих темных атомов связана с составной природой бозона Хиггса. В этом случае в ранней Вселенной устанавливается баланс между избытком отрицательно заряженных стабильных частиц и барионной асимметрией Вселенной. Эти составные системы, обозначаемые как $X\text{He}$, рассматриваются как возможные кандидаты на роль скрытой массы.

Атомы $X\text{He}$ могут, в частности, захватывать ядра ${}^4\text{He}$, что приводит к образованию аномального изотопа $X\text{Be}$. Если вероятность такого

процесса оказывается достаточно большой, то возможно перепроизводство $X\text{Be}$ -состояний, распространённость которых ограничена экспериментальными данными. В связи с этим оценка свойств образующегося состояния, вероятности его образования и возможной распространённости $X\text{Be}$ является проблемой развиваемого подхода и предметом настоящей работы.

Необходимость проведения данной научно-исследовательской работы обусловлена тем, что тяжёлые частицы X^{--} могут повлиять на ядерные процессы в ранней Вселенной. Образование связанных состояний с лёгкими ядрами может привести к накоплению аномальных изотопов. Если их количество оказывается слишком большим, соответствующая модель тёмных атомов может быть ограничена или исключена. Поэтому исследование образования $X\text{Be}$ -состояний и анализ их возможной сверхпродукции имеют важное значение для проверки моделей составной скрытой массы.

Целью данной работы является анализ образования аномальных изотопов в моделях тёмных атомов, в частности $X\text{Be}$ -состояний, и оценка возможности их перепроизводства в процессе первичного нуклеосинтеза.

1 ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

1.1 СОВРЕМЕННЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ О СКРЫТОЙ МАССЕ

Скрытая масса в современной космологии рассматривается как необходимая небарионная компонента вещества. Её существование следует из совокупности независимых наблюдательных данных: кривых вращения галактик, динамики скоплений галактик, гравитационного линзирования, формирования крупномасштабной структуры Вселенной и анизотропии реликтового излучения [4].

В отличие от обычной барионной материи, скрытая масса практически не участвует в электромагнитном взаимодействии и проявляет себя главным образом через гравитационные эффекты. Данные первичного нуклеосинтеза и реликтового излучения ограничивают количество барионного вещества во Вселенной, поэтому наблюдаемая доля скрытой массы не может быть объяснена только слабосветящимися или невидимыми астрофизическими объектами [1].

Таким образом, современные космологические данные указывают на необходимость существования новой формы материи, физическая природа которой, вероятно, связана с расширениями Стандартной Модели. Несмотря на большое число предложенных кандидатов, прямое обнаружение частиц скрытой массы остаётся нерешённой задачей. Это мотивирует рассмотрение альтернативных сценариев, в том числе моделей составной скрытой массы [2].

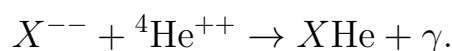
1.2 МОДЕЛИ СОСТАВНОЙ СКРЫТОЙ МАССЫ И ОБРАЗОВАНИЕ АТОМОВ Х-ГЕЛИЯ

Наряду с моделями, в которых скрытая масса описывается новыми элементарными нейтральными частицами, в современной литературе рассматриваются сценарии составной скрытой массы. В таких моделях предполагается, что частицы скрытой массы могут представлять собой не точечные объекты, а связанные состояния новых тяжёлых частиц. Подобные сценарии возникают в расширениях Стандартной модели, где допускается существование новых стабильных частиц с дополнительными квантовыми числами [2].

Существенная особенность составных моделей состоит в том, что новые стабильные частицы могут обладать электрическим зарядом, однако в современной Вселенной находиться преимущественно в составе электрически нейтральных связанных систем. Это позволяет рассматривать тяжёлые заряженные частицы как возможные составляющие скрытой массы, не противоречащие напрямую ограничениям на свободные стабильные заряженные частицы.

Особое значение имеют частицы с отрицательным зарядом, кратным двум элементарным зарядам. Стабильные частицы с зарядом -1 приводят к серьёзным ограничениям, поскольку они могли бы образовывать аномальные изотопы водорода или гелия. Поэтому в моделях составной скрытой массы особый интерес представляют частицы с зарядом -2 , которые могут связываться с ядрами первичного гелия и образовывать электрически нейтральные атомоподобные состояния [5, 6].

В простейшем случае рассматривается тяжёлая стабильная частица X^{--} с зарядом -2 . После образования первичного гелия в ранней Вселенной такая частица может связываться с ядром ${}^4\text{He}$, заряд которого равен $+2$, образуя нейтральное состояние



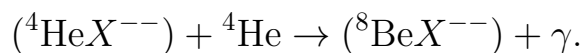
Испускание фотона необходимо для перехода системы в связанное состояние. В более общем случае частица с зарядом $-2n$, где n — натуральное

число, может связываться с n ядрами ${}^4\text{He}$. Такие нейтральные составные системы рассматриваются как тёмные атомы [6, 7].

Образование атомов X -гелия связано с эпохой первичного нуклеосинтеза. На ранних этапах эволюции Вселенной температура космологической плазмы была слишком высокой для существования устойчивых связанных состояний. По мере расширения и охлаждения Вселенной формировались лёгкие ядра, среди которых важную роль играет ядро ${}^4\text{He}$. После появления первичного гелия свободные частицы X^{--} могут захватываться ядрами ${}^4\text{He}$, и дальнейшая эволюция X^{--} определяется уже не как эволюция свободной заряженной частицы, а как эволюция нейтрального составного объекта.

После образования атомов X -гелия возможны последующие процессы захвата и образования более сложных связанных состояний.

Для настоящей работы особый интерес представляет взаимодействие $X\text{He}$ с дополнительным ядром ${}^4\text{He}$:



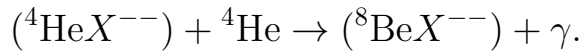
В результате такого процесса может образоваться связанное состояние, содержащее частицу X^{--} и ядерную систему с зарядом, соответствующим бериллию. Такое состояние обозначается как $X\text{Be}$ и может рассматриваться как аномальный изотоп. Поэтому вопрос о его образовании и возможном перепроизводстве является одним из важных критериев проверки моделей составной скрытой массы.

Данный процесс был рассмотрен в работе Ахмедова и Пospelова, посвящённой первичному нуклеосинтезу в присутствии долгоживущих дважды заряженных частиц X^{--} [8]. Именно эта реакция описывает переход от атома X -гелия к состоянию $X\text{Be}$ и тем самым связывает модель составной скрытой массы с проблемой образования аномальных изотопов.

В подходе Ахмедова и Пospelова свойства связанных состояний с частицей X^{--} описывалось в приближении равномерно заряженной сферы [8]. Такое приближение позволяет получить первичную оценку энергий связи и скоростей реакций, но не учитывает более детальную структуру ядер, участвующих в реакции.

2 ФОРМИРОВАНИЕ СВЯЗАННЫХ СИСТЕМ ТЕМНЫХ АТОМОВ

В настоящей главе формулируется расчётная задача, необходимая для дальнейшего анализа реакции образования $X\text{Be}$ -состояния. Рассматривается процесс радиационного захвата



В рассматриваемой модели частица X^{--} считается значительно более тяжёлой, чем ядра ^4He . В моделях тёмных атомов характерная масса таких стабильных многозарядных частиц обычно предполагается не ниже тераэлектронвольтового масштаба, $m_X \gtrsim 1 \text{ TeV}$ [7]. Поэтому для легких ядер, массы которых имеют порядок нескольких GeV, выполняется условие

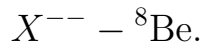
$$m_X \gg m_A.$$

Две α -частицы, участвующие в реакции, описываются радиус-векторами \vec{r}_1 и \vec{r}_2 , отсчитанными от положения частицы X^{--} .

В начальном состоянии одна из α -частиц связана с частицей X^{--} , образуя атом X -гелия:



Вторая α -частица соответствует налетающему ядру ^4He . В конечном состоянии обе α -частицы образуют ядерную систему, соответствующую ^8Be , связанную с частицей X^{--} . Таким образом, конечное состояние можно представить как



В простейшем α -кластерном описании ядро ^8Be рассматривается как система двух ядер ^4He , находящихся в относительном состоянии с нулевым

орбитальным моментом. Такое представление удобно для анализа реакции, поскольку оно позволяет связать структуру конечного состояния $X\text{He}$ с конфигурацией двух α -кластеров.

2.1 СИСТЕМА $X^{--} - {}^4\text{He}$

Для описания системы $X^{--} - {}^4\text{He}$ сначала рассмотрим простейшую модель, в которой заряд ядра ${}^4\text{He}$ считается равномерно распределённым внутри сферы конечного радиуса. Такое описание является менее детальным, однако оно позволяет аналитически задать потенциал взаимодействия и получить первое приближение для энергии связанного состояния. Подобное приближение использовалось ранее при рассмотрении связанных состояний тяжёлых заряженных частиц с ядрами [9, 5]

В этом случае потенциал взаимодействия частицы X^{--} с ядром имеет вид

$$V(r) = \begin{cases} -\frac{Z_X Z_N \alpha \hbar c}{2r_N} \left(3 - \frac{r^2}{r_N^2} \right), & r < r_N, \\ -\frac{Z_X Z_N \alpha \hbar c}{r}, & r \geq r_N, \end{cases} \quad (2.1)$$

где Z_X и Z_N — модули зарядовых чисел частицы X^{--} и ядра, а r_N — эффективный радиус равномерно заряженной сферы. Для системы $X^{--} - {}^4\text{He}$ используются значения

$$Z_X = 2, \quad Z_N = 2, \quad (2.2)$$

а радиус ядра принимается равным

$$r_N = 1.678 \text{ fm}. \quad (2.3)$$

После задания потенциала задача сводится к решению стационарного уравнения Шрёдингера

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + V(r) \right] \psi(\vec{r}) = E \psi(\vec{r}). \quad (2.4)$$

Поскольку потенциал $V(r)$ является центральным, волновую функ-

цию можно разложить по сферическим гармоникам:

$$\psi(\vec{r}) = R_l(r)Y_{lm}(\theta, \varphi). \quad (2.5)$$

В данной работе рассматривается основное связанное состояние, поэтому используется s -волна, соответствующая $l = 0$.

Удобно ввести приведённую радиальную функцию

$$u(r) = rR(r). \quad (2.6)$$

Тогда радиальное уравнение принимает вид

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + V(r) \right] u(r) = E u(r). \quad (2.7)$$

Для связанного состояния решение должно удовлетворять граничным условиям

$$u(0) = 0, \quad u(r) \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad r \rightarrow \infty. \quad (2.8)$$

Численное решение уравнения (2.7) для потенциала равномерно заряженной сферы даёт следующее значение энергии основного состояния:

$$E_0^{\text{sphere}} = -1.256 \text{ MeV}. \quad (2.9)$$

Далее рассмотрим более физически обоснованное описание системы $X^{--} - {}^4\text{He}$, в котором конечный размер ядра учитывается не только через один эффективный радиус, но и через распределение зарядовой плотности. Для этого используется параметризация зарядовой плотности ядра ${}^4\text{He}$, приведённая в работе [10]:

$$\rho_{\text{He}}(r) = \frac{p_1}{1 + 2 \exp\left(-\frac{b}{a}\right) \left[\cosh\left(\frac{r}{a}\right) - 1\right]} + p_2 \exp\left[-\frac{(r-c)^2}{d^2}\right], \quad (2.10)$$

где

$$p_1 = 0.112 \text{ fm}^{-3}, \quad p_2 = 0.0073 \text{ fm}^{-3}, \quad (2.11)$$

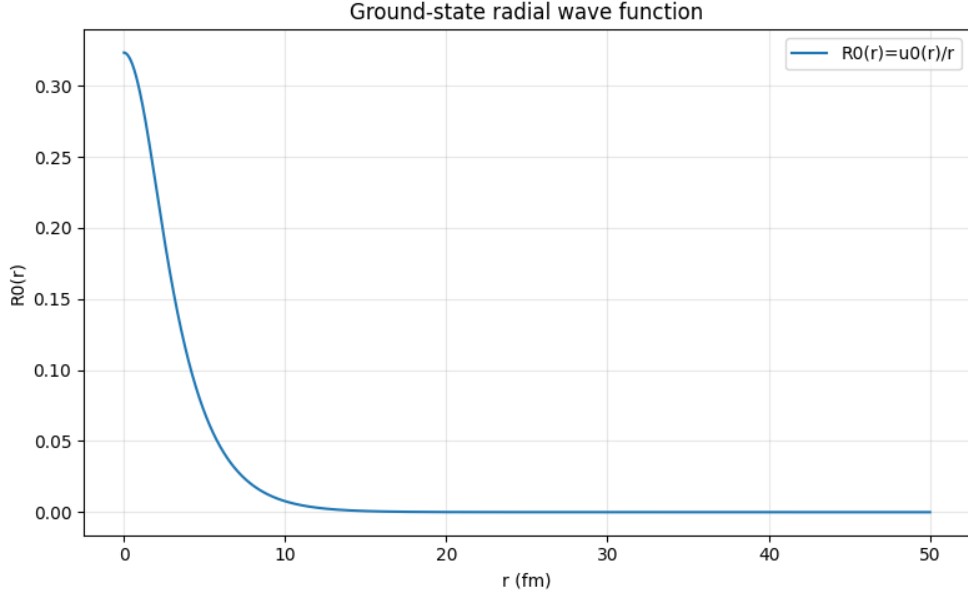


Рисунок 2.1 — Радиальная волновая функция $R_0(r) = u_0(r)/r$ основного состояния системы $X^{--} - {}^4\text{He}$, полученная для потенциала равномерно заряженной сферы.

$$a = 0.367 \text{ fm}, \quad b = 1.32 \text{ fm}, \quad c = 0.762 \text{ fm}, \quad d = 0.5 \text{ fm}. \quad (2.12)$$

Переходя к импульсному представлению, введём формфактор ядра ${}^4\text{He}$:

$$\rho_{\text{He}}(k) = 4\pi \int_0^\infty \rho_{\text{He}}(r) \frac{\sin(kr)}{kr} r^2 dr. \quad (2.13)$$

Тогда эффективный потенциал взаимодействия частицы X^{--} с ядром ${}^4\text{He}$ можно записать в виде

$$U_{X\text{He}}(r) = -8\pi Z_{\text{He}} e^2 \int_0^\infty dk \frac{\sin(kr)}{kr} \rho_{\text{He}}(k), \quad (2.14)$$

где $Z_{\text{He}} = 2$.

Для этого потенциала также решается стационарное уравнение Шрёдингера

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + U_{X\text{He}}(r) \right] \psi(\vec{r}) = E \psi(\vec{r}). \quad (2.15)$$

Численное решение этого уравнения позволяет определить энергию основного состояния E_0 и соответствующую приведённую радиальную функцию $u_0(r)$. Радиальная волновая функция затем восстанавливается по фор-

муле

$$R_0(r) = \frac{u_0(r)}{r}. \quad (2.16)$$

Полученное значение энергии основного состояния составляет

$$E_0 = -1.1675 \text{ MeV}. \quad (2.17)$$

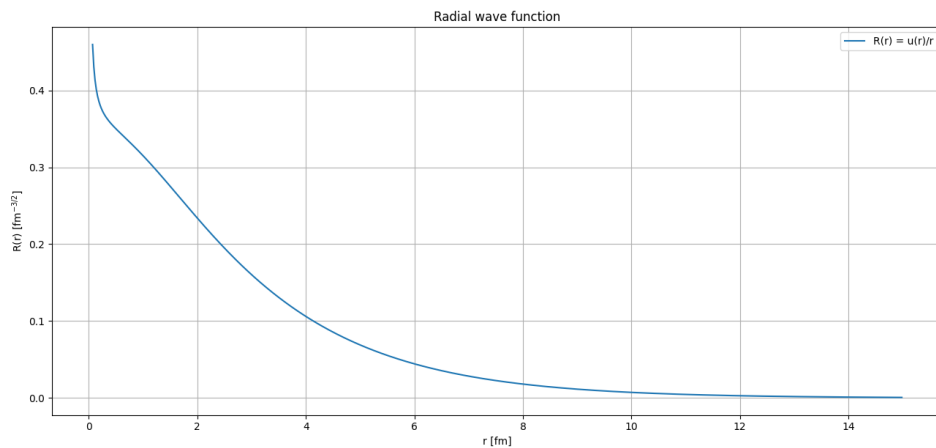


Рисунок 2.2 — Радиальная волновая функция $R_0(r) = u_0(r)/r$ основного связанного состояния системы $(X^{--}, {}^4\text{He})$, полученная с учётом распределения зарядовой плотности ядра.

Сравнение двух волновых функций показывает, что выбранная модель потенциала заметно влияет на поведение решения в области малых расстояний. И тоже может повлиять на дальнейшую оценку вероятности радиационного захвата и концентрации. $X\text{Be}$.

2.2 СИСТЕМА $X^{--} - {}^8\text{Be}$

Рассмотрим систему $X^{--} + {}^8\text{Be}$, в которой ядро ${}^8\text{Be}$ описывается в рамках α -кластерной модели как система двух α -частиц. Введём вектор \mathbf{s} , соединяющий центры двух α -кластеров, и вектор \mathbf{r} , задающий положение центра масс системы двух α -кластеров относительно тяжёлой отрицательно заряженной частицы X^{--} . В приближении $m_X \gg m_\alpha$ частицу X^{--} можно считать неподвижной и расположенной в начале координат.

В этом приближении зарядовая плотность ядра ${}^8\text{Be}$ представляется как сумма двух смещённых зарядовых плотностей ядра ${}^4\text{He}$:

$$\rho_{\text{Be}}(\mathbf{R}, \mathbf{s}) = \rho_{\text{He}}\left(\mathbf{R} - \frac{\mathbf{s}}{2}\right) + \rho_{\text{He}}\left(\mathbf{R} + \frac{\mathbf{s}}{2}\right). \quad (2.18)$$

Здесь величина

$$s = |\mathbf{s}|$$

характеризует расстояние между центрами двух α -кластеров.

Аналогично тому, как это было сделано для системы $X^{--} - {}^4\text{He}$, для системы $X^{--} - {}^8\text{Be}$ эффективный потенциал взаимодействия строится путём свёртки кулоновского взаимодействия с зарядовым распределением ядра. С учётом α -кластерной структуры ядра ${}^8\text{Be}$ этот потенциал имеет вид:

$$U(\mathbf{r}, \mathbf{s}) = -2Z_{\text{He}}e^2 \int d^3R \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{R}|} \left[\rho_{\text{He}}\left(\mathbf{R} - \frac{\mathbf{s}}{2}\right) + \rho_{\text{He}}\left(\mathbf{R} + \frac{\mathbf{s}}{2}\right) \right]. \quad (2.19)$$

В отличие от системы $X^{--} - {}^4\text{He}$, данный потенциал в общем случае не обладает сферической симметрией. Он зависит не только от расстояния

$$r = |\mathbf{r}|,$$

но и от взаимной ориентации векторов \mathbf{r} и \mathbf{s} . Если обозначить через θ угол

между этими векторами, то

$$\cos \theta = \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{s}}{rs}. \quad (2.20)$$

Следовательно, при фиксированном расстоянии между α -кластерами потенциал можно рассматривать как функцию

$$U = U(r, \cos \theta; s). \quad (2.21)$$

В дальнейшем величина s рассматривается не как динамическая переменная, а как фиксированный параметр, задающий внутреннюю конфигурацию двух α -кластеров. Такой подход соответствует первой приближённой оценке влияния частицы X^{--} на систему ${}^8\text{Be}$. Для того чтобы система двух α -кластеров могла рассматриваться как компактная конфигурация, расстояние между ними должно оставаться конечным и не должно существенно превышать характерный размер области перекрытия ядерных распределений. Поэтому в качестве начальной оценки выбирается значение

$$s \simeq 3.4 \text{ fm}.$$

Такой выбор соответствует конфигурации, в которой два α -кластера находятся достаточно близко друг к другу, что позволяет рассматривать систему как эффективное ядро ${}^8\text{Be}$, стабилизированное присутствием частицы X^{--} .

При фиксированном значении s потенциал $U(\mathbf{r}, \mathbf{s})$ становится потенциалом внешнего поля, создаваемого двумя α -частицами. Выберем ось z вдоль вектора \mathbf{s} . Тогда система обладает аксиальной симметрией относительно этой оси, и удобно перейти к цилиндрическим координатам (ρ, φ, z) . В этих координатах потенциал не зависит от азимутального угла φ и может быть записан в виде

$$U = U(\rho, z; s). \quad (2.22)$$

В цилиндрических координатах уравнение Шрёдингера для системы $X^{--} + {}^8\text{Be}$ принимает вид

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \left(\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + U(\rho, z; s) \right] \psi(\rho, \varphi, z; s) = E(s) \psi(\rho, \varphi, z; s), \quad (2.23)$$

где μ — приведённая масса системы X^{--} и ${}^8\text{Be}$.

С учётом аксиальной симметрии волновую функцию можно представить в виде

$$\psi(\rho, \varphi, z; s) = e^{im\varphi} \psi_m(\rho, z; s), \quad (2.24)$$

где m — магнитное квантовое число. После подстановки этого выражения в уравнение (2.23) получаем двумерное уравнение для функции $\psi_m(\rho, z; s)$:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \left(\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{m^2}{\rho^2} \right) + U(\rho, z; s) \right] \psi_m(\rho, z; s) = E(s) \psi_m(\rho, z; s). \quad (2.25)$$

Таким образом, исходная трёхмерная задача сводится к двумерной задаче в переменных ρ и z при заданном значении параметра s .

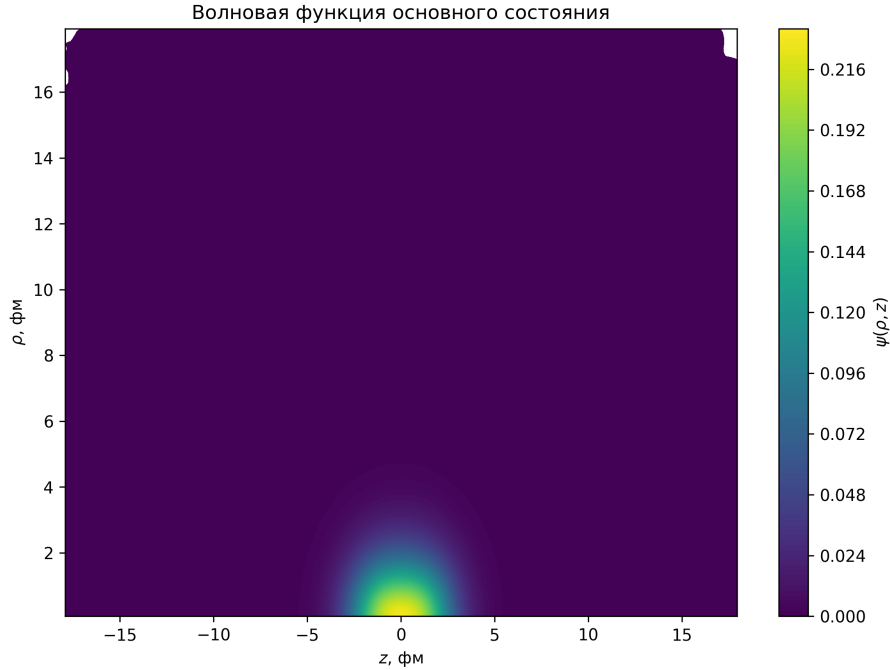
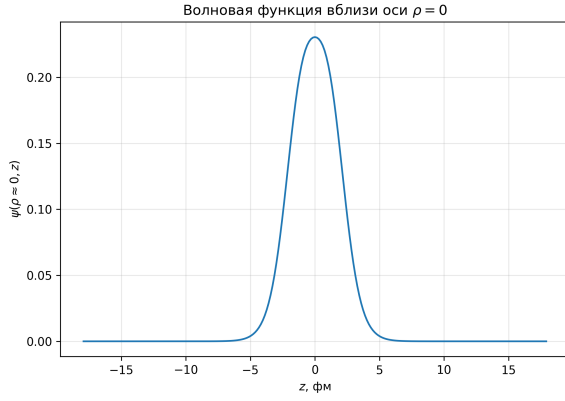
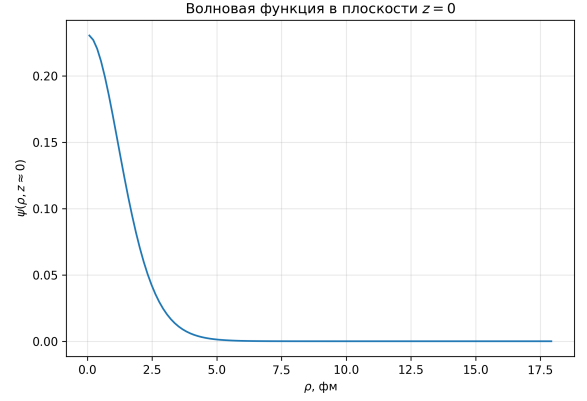


Рисунок 2.3 — Двумерное распределение волновой функции основного состояния системы $X^{--} - {}^8\text{Be}$.

На рисунке 2.3 показано двумерное распределение волновой функции основного состояния системы $X^{--} - {}^8\text{Be}$ в координатах (ρ, z) . Видно, что



(а) Сечение при $\rho = 0$.



(б) Сечение при $z = 0$.

Рисунок 2.4 — Одномерные сечения волновой функции основного состояния системы $X^{--} - {}^8\text{Be}$.

волновая функция локализована вблизи центра системы, то есть в области между двумя α -кластерами. Это означает, что частица X^{--} образует связанное состояние с системой двух α -кластеров, а вероятность обнаружения системы быстро уменьшается при удалении от центральной области.

2.3 СРАВНЕНИЕ С РЕЗУЛЬТАТАМИ АХМЕДОВА И ПОСПЕЛОВА

Полученные результаты можно сопоставить с расчётами, выполненными Ахмедовым и Пospelовым в работе [8]. В этой работе энергии связи состояний (NX^{--}), где N обозначает лёгкое ядро, были найдены численно из уравнения Шрёдингера для двухчастичной кулоновской задачи. При этом для описания зарядового распределения ядер использовалась упрощённая модель равномерно заряженной сферы радиуса $R_N = \sqrt{5/3} r_c(N)$, где $r_c(N)$ — среднеквадратичный зарядовый радиус ядра. В этой модели были получены энергии связи 1.16 MeV для системы $X^{--} - {}^4\text{He}$ и 3.40 MeV для системы $X^{--} - {}^8\text{Be}$.

В данной работе для системы $X^{--} - {}^4\text{He}$ было получено значение энергии связи, близкое к результату Ахмедова и Пospelова.

Для системы $X^{--} - {}^8\text{Be}$ отличие оказывается значительно более существенным. Основная причина состоит в том, что в работе Ахмедова и Пospelова ядро ${}^8\text{Be}$ рассматривалось как сферически симметричное за-

рядовое распределение. В данной работе, напротив, ${}^8\text{Be}$ описывается в α -кластерной модели как система двух α -частиц, разделённых расстоянием s .

2.4 ЗАВИСИМОСТЬ ЭНЕРГИИ ОСНОВНОГО СОСТОЯНИЯ ОТ РАССТОЯНИЯ МЕЖДУ α -КЛАСТЕРАМИ

В предыдущем разделе расстояние между двумя α -кластерами в системе $X^{--} - {}^8\text{Be}$ рассматривалось как фиксированный параметр. Однако поскольку ядро ${}^8\text{Be}$ в α -кластерной модели описывается как система двух α -частиц, важно оценить, насколько результат зависит от выбранного значения межкластерного расстояния s .

Для этого была проведена серия расчётов, в которых для каждого фиксированного значения s строился потенциал взаимодействия $U(\rho, z; s)$, после чего численно решалось двумерное уравнение Шрёдингера для основного состояния

Полученная зависимость $E_0(s)$ позволяет оценить чувствительность энергии связи системы (${}^8\text{Be}X^{--}$) к изменению внутренней конфигурации двух α -кластеров.

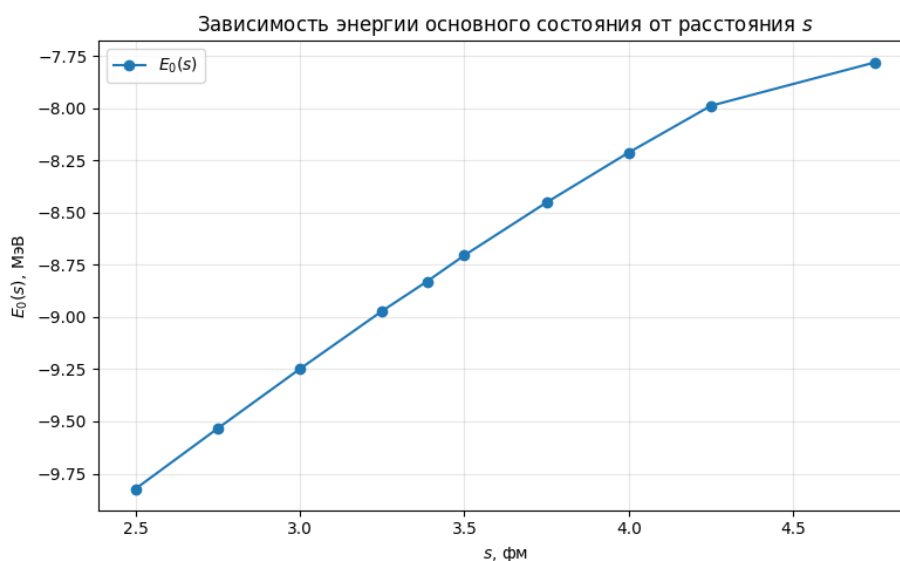


Рисунок 2.5 — Зависимость энергии основного состояния системы $X^{--} - {}^8\text{Be}$ от расстояния s между двумя α -кластерами.

На рисунке 2.5 представлена зависимость энергии основного состояния системы $X^{--}-{}^8\text{Be}$ от расстояния s между двумя α -кластерами. Видно, что при увеличении межкластерного расстояния энергия основного состояния энергии связи системы уменьшается.

Такое поведение является физически ожидаемым. При малых значениях s два α -частица находятся ближе друг к другу. В этом случае кулоновское притяжение частицы X^{--} к системе двух α -кластеров оказывается более сильным, и связанное состояние является более глубоким. При увеличении s зарядовое распределение становится более растянутым, эффективное притяжение ослабевает, поэтому энергия связи

$$E_{\text{bind}}(s) = |E_0(s)|$$

уменьшается. Это указывает на то, что связанное состояние (${}^8\text{Be}X^{--}$) чувствительно к внутренней конфигурации ядра ${}^8\text{Be}$ в рамках выбранной α -кластерной модели.

2.5 ВНУТРЕННЯЯ ВОЛНОВАЯ ФУНКЦИЯ ЯДРА ${}^8\text{Be}$

В рамках используемого α -кластерного приближения ядро ${}^8\text{Be}$ рассматривается как система двух α -частиц. Поэтому внутренняя волновая функция зависит от относительной координаты между двумя α -кластерами:

$$\vec{s} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2, \quad s = |\vec{s}|.$$

Здесь \vec{r}_1 и \vec{r}_2 — радиус-векторы двух α -частиц.

Поскольку рассматривается основное состояние двухкластерной системы, в первом приближении используется сферически-симметричная волновая функция, зависящая только от расстояния s . В качестве модели выберем гауссову функцию:

$$\psi_{{}^8\text{Be}}(s) = \frac{1}{(\pi b^2)^{3/4}} \exp\left(-\frac{s^2}{2b^2}\right),$$

где b — параметр ширины, задающий характерный размер относительного движения двух α -кластеров.

Нормировка функции выбрана так, что

$$\int |\psi_{8\text{Be}}(\vec{s})|^2 d^3s = 1.$$

Действительно, поскольку

$$|\psi_{8\text{Be}}(s)|^2 = \frac{1}{(\pi b^2)^{3/2}} \exp\left(-\frac{s^2}{b^2}\right),$$

то условие нормировки принимает вид

$$4\pi \int_0^\infty \frac{1}{(\pi b^2)^{3/2}} \exp\left(-\frac{s^2}{b^2}\right) s^2 ds = 1.$$

Для такой гауссовой функции среднеквадратичное расстояние между двумя α -кластерами равно

$$\langle s^2 \rangle = \frac{3}{2} b^2.$$

Следовательно,

$$s_{\text{rms}} = \sqrt{\langle s^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3}{2}} b.$$

Отсюда параметр ширины выражается через выбранное среднеквадратичное расстояние между α -частицами:

$$b = \sqrt{\frac{2}{3}} s_{\text{rms}}.$$

В данной работе в качестве начальной оценки принимается

$$s_{\text{rms}} = 3.4 \text{ fm}.$$

Тогда

$$b = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot 3.4 \text{ fm} \simeq 2.78 \text{ fm}.$$

Таким образом, внутренняя волновая функция ядра ${}^8\text{Be}$ в используемом

приближении имеет вид

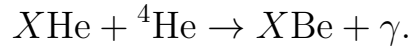
$$\psi_{s_{\text{Be}}}(s) = \frac{1}{[\pi(2.78 \text{ fm})^2]^{3/4}} \exp \left[-\frac{s^2}{2(2.78 \text{ fm})^2} \right].$$

Полученная функция $\psi_{s_{\text{Be}}}(s)$ будет использоваться далее в будущих вычислениях

3 РАДИАЦИОННЫЙ ЗАХВАТ

3.1 ВЫЧИСЛЕНИЕ СКОРОСТИ РАДИАЦИОННОГО ЗАХВАТА

В данном разделе проводится численная оценка величины σv для процесса радиационного захвата



В предыдущих разделах были получены численные волновые функции связанных состояний

$$\psi_{X\text{He}}(\mathbf{r}_1), \quad \psi_{X\text{Be}}\left(\frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}{2}\right),$$

а также внутренняя волновая функция двух α -кластеров, соответствующая ядру ${}^8\text{Be}$:

$$\psi_{{}^8\text{Be}}(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|).$$

Здесь \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 обозначают радиус-векторы двух α -частиц относительно тяжёлой частицы X^{--} .

Налетающая α -частица в асимптотической области описывается плоской волной

$$\psi_{\text{He}}(\mathbf{r}_2) \simeq \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_2),$$

где \mathbf{k} — импульс относительного движения в начальном состоянии. По порядку величины он определяется как

$$k \sim \sqrt{TM_{\text{He}}},$$

что соответствует характерному масштабу

$$k^{-1} \sim 20 \text{ fm.}$$

В дипольном приближении величина σv для рассматриваемого радиационного захвата может быть записана в виде

$$\sigma v = \frac{\alpha Z_{\text{He}}^2 \omega_\gamma^3}{2\pi} \sum_\lambda \int d\Omega_\gamma |I_\lambda|^2, \quad (3.1)$$

где матричный элемент I_λ определяется выражением

$$I_\lambda = \int d^3r_1 d^3r_2 \psi_{X\text{Be}}^* \left(\frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}{2} \right) \psi_{s\text{Be}}^* (|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|) \times \mathbf{e}_\lambda \cdot (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2) \psi_{X\text{He}}(\mathbf{r}_1) \psi_{\text{He}}(\mathbf{r}_2). \quad (3.2)$$

Здесь α — постоянная тонкой структуры,

$$\alpha = \frac{1}{137},$$

Z_{He} — зарядовое число ядра ${}^4\text{He}$,

$$Z_{\text{He}} = 2,$$

ω_γ — энергия испускаемого фотона, а \mathbf{e}_λ — вектор поляризации фотона.

Энергия испускаемого фотона определяется разностью энергий связи конечного и начального связанных состояний:

$$\omega_\gamma \simeq B_{X\text{Be}} - B_{X\text{He}}.$$

Из численного решения уравнения Шрёдингера были получены значения

$$B_{X\text{He}} = 1.16 \text{ MeV},$$

$$B_{X\text{Be}} = 4.5 \text{ MeV}.$$

Следовательно,

$$\omega_\gamma \simeq 3.34 \text{ MeV}.$$

Подстановка численных значений α , Z_{He} и ω_γ даёт следующий коэффициент перед матричным элементом:

$$\frac{\alpha Z_{\text{He}}^2 \omega_\gamma^3}{2\pi} = 0,1 \text{ MeV}^3.$$

Таким образом,

$$\sigma v \simeq 0.1 \text{ MeV}^3 \sum_\lambda \int d\Omega_\gamma |I_\lambda|^2. \quad (3.3)$$

Для вычисления шестимерного интеграла (3.2) был использован метод Монте-Карло. было получено

$$I = (6.24 \pm 0.24) \text{ fm}^{5/2}.$$

В естественных единицах это соответствует

$$I_{\text{nat}} = (1.14 \pm 0.04) \times 10^{-5} \text{ MeV}^{-5/2}.$$

Суммирование по двум поляризациям фотона и интегрирование по направлениям его испускания дают угловой множитель

$$\sum_\lambda \int d\Omega_\gamma |I_\lambda|^2 = \frac{8\pi}{3} |I_{\text{nat}}|^2.$$

Тогда выражение для σv принимает вид

$$\sigma v = \frac{\alpha Z_{\text{He}}^2 \omega_\gamma^3}{2\pi} \frac{8\pi}{3} |I_{\text{nat}}|^2. \quad (3.4)$$

Подставляя найденный матричный элемент, получаем

$$\sigma v = (2 \pm 0.15) \times 10^{-10} \text{ MeV}^{-2}.$$

В единицах cm^3/s это соответствует

$$\sigma v = (2.22 \pm 0.17) \times 10^{-21} \text{ cm}^3/\text{s}.$$

Для сравнения с оценкой работы Ахмедова и Поспелова [8] удобно

представить результат в виде величины $\sigma v/c$:

$$\frac{\sigma v}{c} = \frac{(2.2 \pm 0.2) \times 10^{-21} \text{ cm}^3/\text{s}}{3 \times 10^{10} \text{ cm/s}} = (7.40 \pm 0.58) \times 10^{-32} \text{ cm}^2.$$

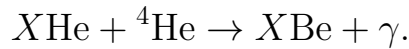
В работе [8] для аналогичного радиационного процесса захвата используется оценка

$$\frac{\sigma v}{c} \simeq (3 - 9) \times 10^{-31} \text{ cm}^2.$$

3.2 ЧИСЛЕННАЯ ОЦЕНКА ОБРАЗОВАНИЯ $X\text{He}$ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ LINX

Для оценки возможного образования аномальных изотопов в ранней Вселенной был использован численный код нуклеосинтеза LINX[11]. Данный программный комплекс предназначен для расчёта эволюции ядерных концентраций в условиях первичного нуклеосинтеза и использует современные численные методы, а также таблицы и ядерные данные, приведённые в работах [12, 13, 14, 15]

В рамках настоящей работы стандартная сеть реакций была расширена за счёт введения дополнительных частиц $X\text{He}$ и $X\text{Be}$. Это позволило учесть процессы, связанные с взаимодействием связанного состояния $X\text{He}$ с обычными ядрами. Основным рассматриваемым каналом является радиационный захват второй α -частицы с образованием состояния $X\text{Be}$:



Сечение данной реакции, вычисленное в предыдущем разделе, было включено в систему кинетических уравнений. Благодаря этому эволюция концентраций $X\text{He}$ и $X\text{Be}$ рассчитывалась совместно с остальными компонентами нуклеосинтезной сети при заданных космологических параметрах.

В качестве начального условия предполагалось, что вся плотность скрытой массы обеспечивается тяжёлыми частицами X^{--} . При этом отношение плотности скрытой массы к барионной плотности принималось равным

$$\frac{\rho_{\text{DM}}}{\rho_B} \simeq 5.36.$$

Такой выбор начальных условий соответствует современным космологическим данным [4]. При таком предположении можно проследить перераспределение частиц X^{--} между состояниями $X\text{He}$ и $X\text{Be}$ в ходе первичного нуклеосинтеза.

Расчёт проводился до температуры

$$T_{\text{end}} \simeq 5 \text{ keV},$$

соответствующей завершающей стадии рассматриваемого нуклеосинтезного процесса.

Относительная концентрация в расчёте определяется как

$$Y_i = \frac{n_i}{n_b},$$

где n_i — численная плотность соответствующей частицы, а n_b — барионная численная плотность.

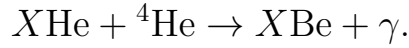
В результате численного расчёта была получена конечная относительная концентрация состояния $X\text{Be}$:

$$Y_{X\text{Be}} = 1.5 \times 10^{-3}$$

Это означает, что около 75 процента начальной концентрации $X\text{He}$ было преобразовано в состояние $X\text{Be}$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе было рассмотрено образование аномальных изотопов в моделях темных атомов, содержащих тяжелую стабильную отрицательно заряженную частицу X^{--} . Основное внимание было уделено процессу радиационного захвата ядра ${}^4\text{He}$ атомом X -гелия:



Данный процесс представляет интерес, поскольку он может приводить к образованию аномальных состояний и тем самым накладывать ограничения на рассматриваемый сценарий составной скрытой массы.

В работе были построены и численно исследованы связанные состояния $X^{--}-{}^4\text{He}$ и $X^{--}-{}^8\text{Be}$. Для системы $X^{--}-{}^4\text{He}$ было решено радиальное уравнение Шредингера с учетом конечного распределения зарядовой плотности ядра ${}^4\text{He}$. Полученная энергия связи составила

$$B_{X\text{He}} = 1.16 \text{ MeV}.$$

Для системы $X^{--}-{}^8\text{Be}$ использовалась α -кластерная модель, в которой ядро ${}^8\text{Be}$ рассматривается как система двух α -частиц. Были получены волновая функция и энергия связи состояния $X\text{Be}$:

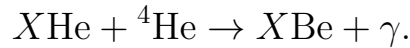
$$B_{X\text{Be}} = 4.51 \text{ MeV}.$$

На основе найденных волновых функций была получена оценка

$$\sigma v = (1.90 \pm 0.15) \times 10^{-10} \text{ MeV}^{-2}.$$

Полученная величина σv была затем включена в модифицированную сеть первичного нуклеосинтеза на основе кода LINX. В стандартную сеть

были добавлены дополнительные состояния $X\text{He}$ и $X\text{Be}$, а также канал радиационного захвата



При начальной концентрации

$$Y_{X\text{He}} = 2.05 \times 10^{-3}$$

и отсутствии начального $X\text{Be}$ была получена конечная относительная концентрация

$$Y_{X\text{Be}} = 1.5 \times 10^{-3}$$

Таким образом, в рамках использованной модели практически все начальное состояние $X\text{He}$ переходит в состояние $X\text{Be}$. Это указывает на возможное перепроизводство аномальных состояний в рамках ограниченной реакционной сети.

Однако данный результат не следует рассматривать как окончательный вывод об исключении рассматриваемой модели. Полученная оценка является предварительной, поскольку в расчете учитывался только основной канал образования $X\text{Be}$, тогда как последующая эволюция этого состояния не была включена в сеть реакций. В частности, не рассматривались возможные процессы с участием трех α -частиц, реакции $X\text{Be}$ с другими легкими ядрами, а также переходы к более тяжелым связанным ионным состояниям, равно как образование $X\text{He}$ молекул при взаимодействии $X\text{Be}$ ионов с $X\text{He}$.

В дальнейшем необходимо расширить используемую сеть реакций, включив в нее каналы разрушения и преобразования $X\text{Be}$. Такой анализ позволит определить, является ли образование $X\text{Be}$ реальной проблемой для модели или же его концентрация может быть снижена за счет последующей ядерной эволюции.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Горбунов Д. С., Рубаков В. А. *Введение в теорию ранней Вселенной: Теория горячего Большого взрыва*. Москва: Издательство ЛКИ, 2008.
- [2] Khlopov M. What comes after the Standard Model? *Progress in Particle and Nuclear Physics*. 2021. Vol. 116. 103824. DOI: 10.1016/j.pnpnp.2020.103824.
- [3] Belli P., Bernabei R., Beylin V., Bikbaev T., Kharakhashyan A., Khlopov M., Korchagin V., Mayorov A., Sopin D. A Dark Atom Scenario for Direct Dark Matter Investigation // *Universe*. 2026. Vol. 12. No. 116. DOI: 10.3390/universe12040116.
- [4] Planck Collaboration, Aghanim N. et al. Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters // *Astronomy & Astrophysics*. 2020. Vol. 641. A6. DOI: 10.1051/0004-6361/201833910.
- [5] Cahn R. N., Glashow S. L. Chemical Signatures for Superheavy Elementary Particles // *Science*. 1981. Vol. 213. No. 4508. P. 607–611. DOI: 10.1126/science.213.4508.607.
- [6] Khlopov M. Yu., Mayorov A. G., Soldatov E. Yu. Composite Dark Matter and Puzzles of Dark Matter Searches // *International Journal of Modern Physics D*. 2010. arXiv:1003.1144 [astro-ph.CO].
- [7] Beylin V. A., Bikbaev T. E., Khlopov M. Yu., Mayorov A. G., Sopin D. O. Dark Atoms of Nuclear Interacting Dark Matter // *Universe*. 2024. Vol. 10. No. 368. DOI: 10.3390/universe10090368.
- [8] Akhmedov E., Pospelov M. BBN catalysis by doubly charged particles. arXiv:2405.06019 [hep-ph], 2024.

- [9] Kohri K., Takayama F. Big Bang Nucleosynthesis with Long-Lived Charged Massive Particles // *Physical Review D*. 2007. Vol. 76. 063507. DOI: 10.1103/PhysRevD.76.063507.
- [10] Bazhin A. S., Samarin V. V. Study of the Structure of the ${}^9\text{Be}$ Nucleus in the Alpha-Cluster Model by the Method of Hyperspherical Functions // *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics*. 2024. Vol. 88. No. 8. P. 1177–1184.
- [11] Giovanetti C., Lisanti M., Liu H., Mishra-Sharma S., Ruderman J. T. LINX: A Fast, Differentiable, and Extensible Big Bang Nucleosynthesis Package. arXiv:2408.14538 [astro-ph.CO], 2024.
- [12] Escudero M. Neutrino decoupling beyond the Standard Model: CMB constraints on the Dark Matter mass with a fast and precise N_{eff} evaluation // *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*. 2019. No. 02. 007. DOI: 10.1088/1475-7516/2019/02/007.
- [13] Abenza M. E. Precision early universe thermodynamics made simple: N_{eff} and neutrino decoupling in the Standard Model and beyond // *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*. 2020. No. 05. 048. DOI: 10.1088/1475-7516/2020/05/048.
- [14] Pitrou C., Coc A., Uzan J.-Ph., Vangioni E. Precision Big Bang nucleosynthesis with improved Helium-4 predictions // *Physics Reports*. 2018. Vol. 754. P. 1–66. DOI: 10.1016/j.physrep.2018.04.005.
- [15] Burns A.-K., Tait T. M., Valli M. PRyMordial: the first three minutes, within and beyond the Standard Model // *European Physical Journal C*. 2024. Vol. 84. No. 1. 86. DOI: 10.1140/epjc/s10052-023-12327-2.