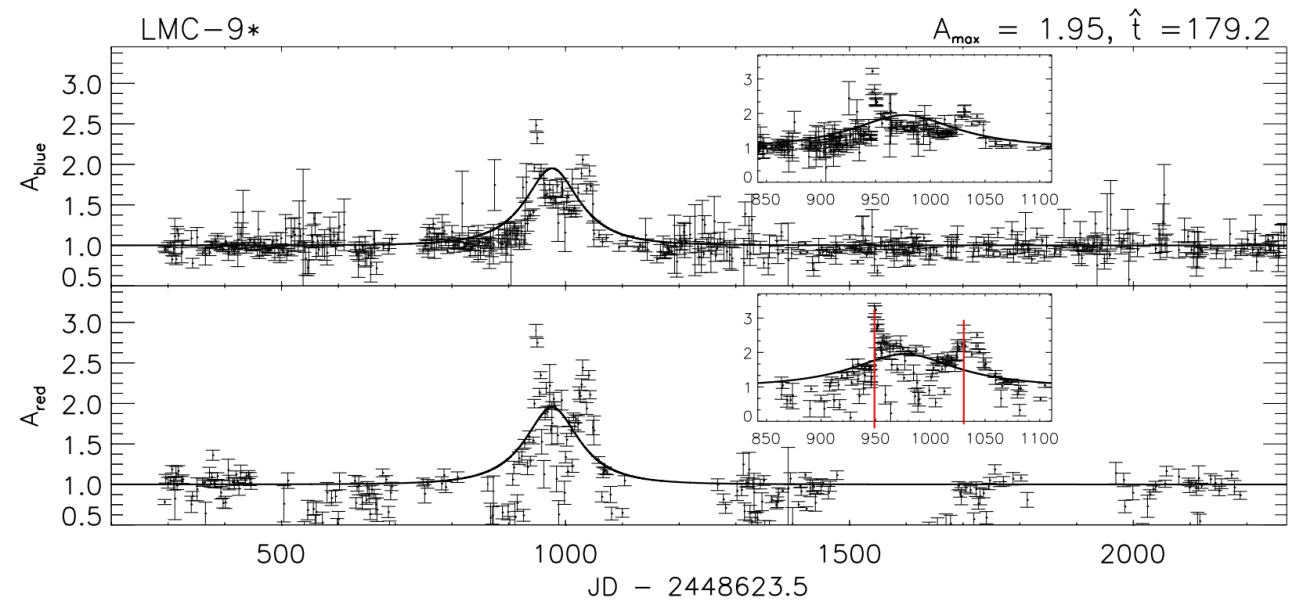




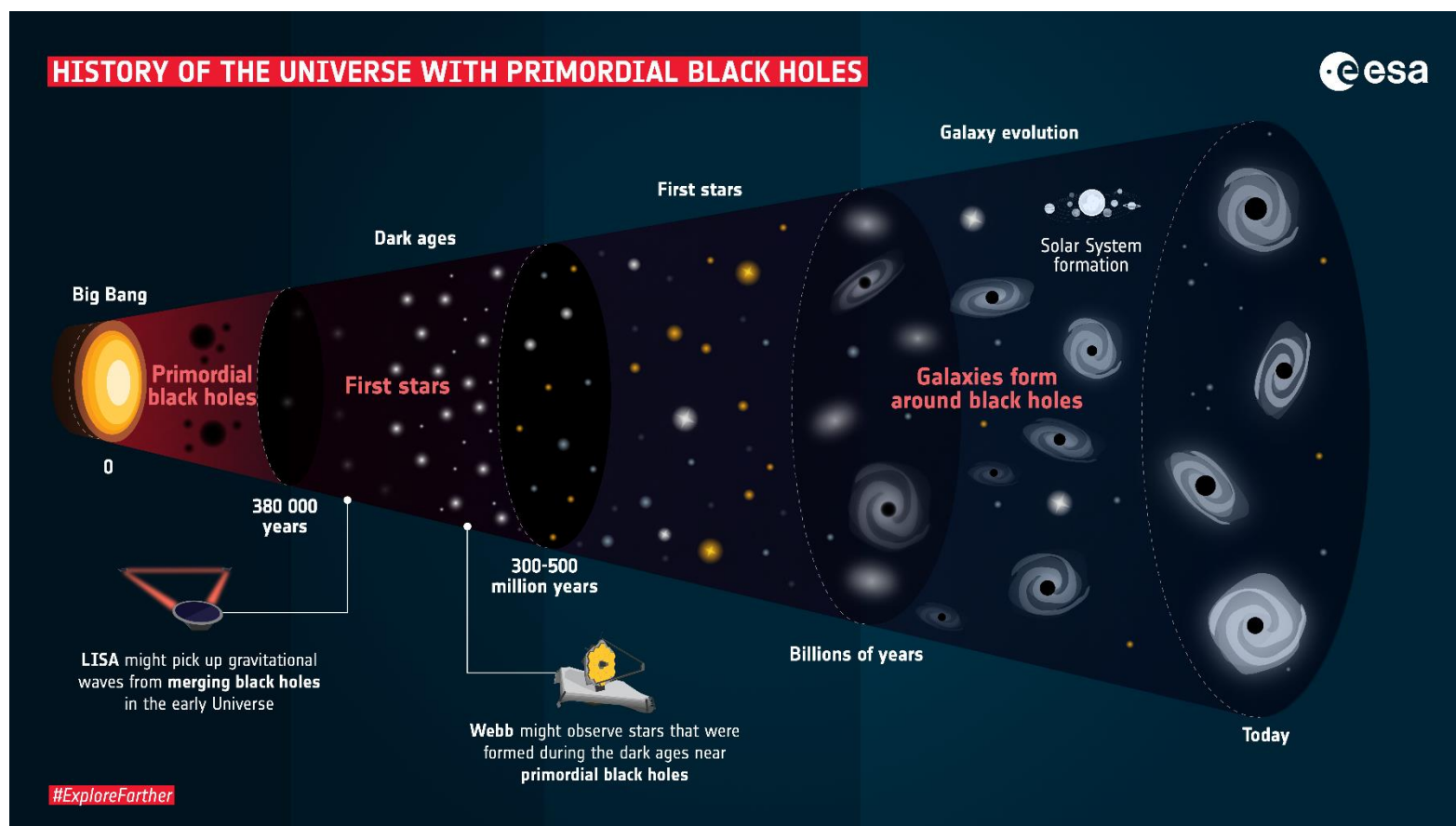
# Изучение эффекта гравитационного линзирования на кластере первичных черных дыр

Мучкинова Б.Ю.

Научный руководитель: Белоцкий К.М

26.06.2026

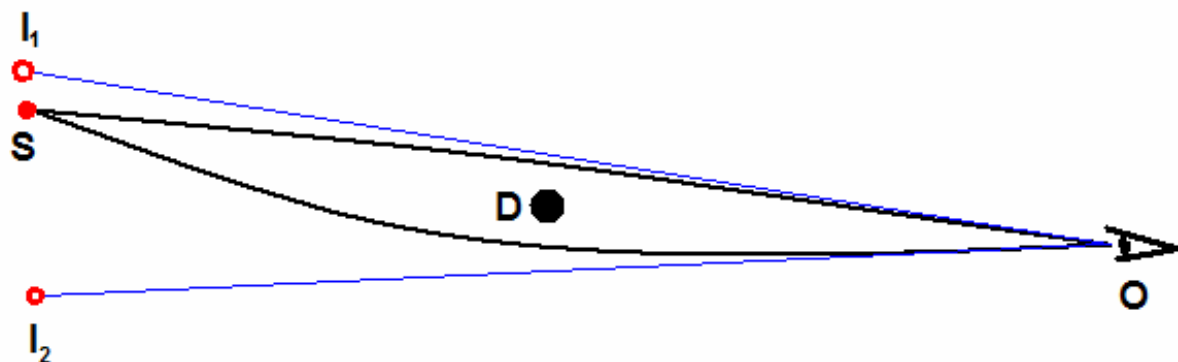
## Первичные черные дыры



**ПЧД могут объяснить:**

1. природу скрытой массы;
2. происхождение ранних квазаров,  $Z = 10$ ;
3. данные LIGO/Virgo/KAGRO.

## Гравитационное микролинзирование



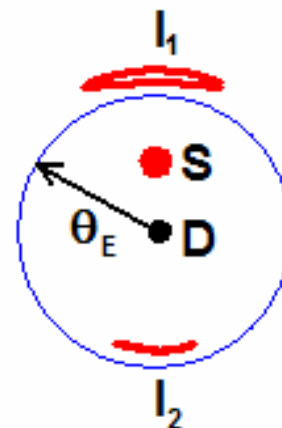
$$\theta_E^2 = \frac{4GM_D}{c^2} \frac{l_{SD}}{l_{DO}l_{SO}} = 2r_{gD} \left( \frac{1}{l_{DO}} - \frac{1}{l_{SO}} \right)$$

угол Хвольсона-Эйнштейна

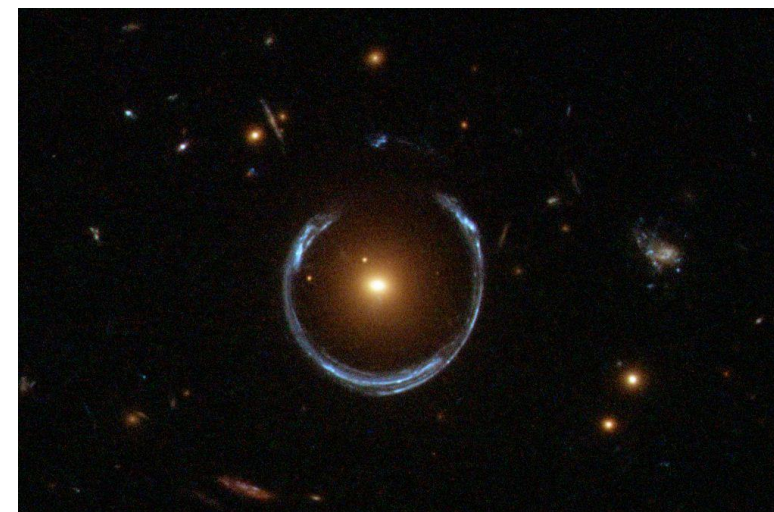
$$\mu = \frac{\theta_I d\theta_I}{\theta_S d\theta_S} = \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta\theta}{\theta_S} + \frac{\theta_S}{\Delta\theta} \right)$$

усиление интенсивности

$$\Delta\theta = \sqrt{\theta_S^2 + 4\theta_E^2}$$



круг  
Хвольсона-  
Эйнштейна  
(конус)

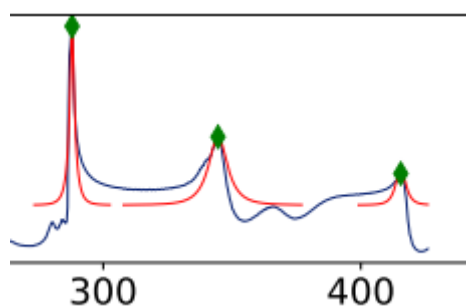


# Возможные особенности линзирования на кластере

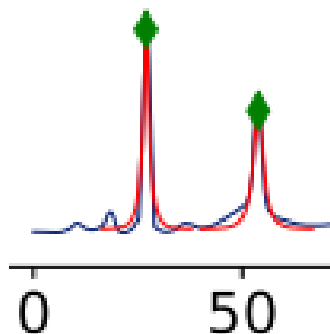
## Возможные особенности линзирования на кластере

Искаженная форма  
профиля события

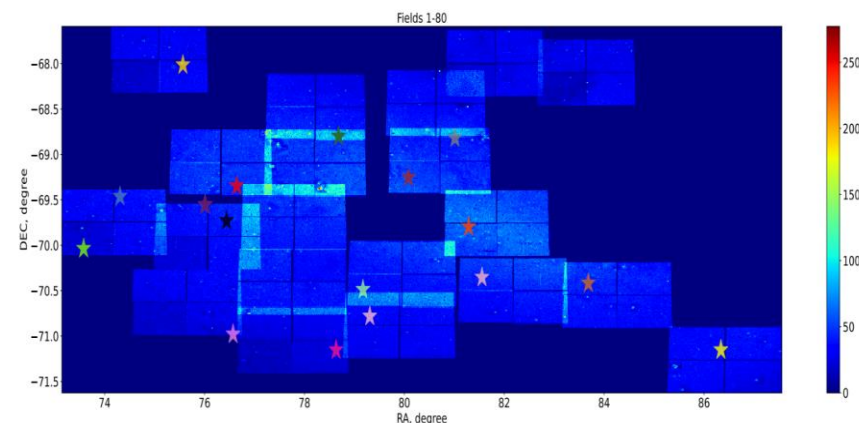
Экранировка



Кратность событий  
для одной звезды



Группирование событий  
по времени и расстоянию



(К. Тощенко и др.)

# Гипотезы

| Гипотеза                    | Описание                                            |
|-----------------------------|-----------------------------------------------------|
| <b>H1<sub>mono</sub></b>    | Кластерная модель, все ПЧД имеют одинаковую массу   |
| <b>H2<sub>mono</sub></b>    | Одиночные ПЧД, все ПЧД имеют одинаковую массу       |
| <b>H1<sub>lognorm</sub></b> | Кластерная модель, логнормальное распределение масс |
| <b>H2<sub>lognorm</sub></b> | Одиночные ПЧД, логнормальное распределение масс     |
| <b>H3</b>                   | Смешанная модель: кластеры + одиночные ПЧД          |

# Профили плотности гало

Рассмотрены четыре профиля гало:

| Название профиля плотности | Формула                                                                                                                     |
|----------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Профиль NFW                | $\rho_{NFW}(r) = \frac{\rho_s}{(r/r_s)(1 + r/r_s)^2}$                                                                       |
| Профиль Einasto            | $\rho_{Ein}(r) = \rho_{-2} \exp \left[ -\frac{2}{\alpha} \left( \left( \frac{r}{r_{-2}} \right)^\alpha - 1 \right) \right]$ |
| Профиль Burkert            | $\rho_{Bur}(r) = \frac{\rho_0 r_c^3}{(r + r_c)(r^2 + r_c^2)^2}$                                                             |
| Изотермический профиль     | $\rho_{ISO}(r) = \frac{\rho_0}{1 + (r/r_c)^2}$                                                                              |

Профили были нормированы к одной локальной плотности

# Дифференциальная частота

$$\frac{d\Gamma_H}{dt_E}(t_E) = \int_0^{D_S} dD_L \int dM n_{\text{lens}}^{(H)}(D_L, M) \mathcal{K}(D_L, M, t_E) \psi_H(M)$$

$n_{\text{lens}}^{(H)}$  – концентрация линз

$\mathcal{K}(D_L, M, t_E) = \int dv_T \left[ 2u_T R_E(D_L, M) v_T \right] f(v_T)$  – фактор линзирования

$\psi_H$  – массовое распределение ПЧД

# Видимая дифференциальная скорость

Введем видимую (с учетом эффективности детектирования) дифференциальную скорость

$$\Gamma_{j,H}^{\text{vis}} = \int \varepsilon_j(t_E) \frac{d\Gamma_H}{dt_E}(t_E) dt_E$$

Нормировка:  $\phi_H(t_E) = \frac{1}{C_H} \frac{d\Gamma_H}{dt_E}(t_E), \quad C_H = \int \frac{d\Gamma_H}{dt_E}(t_E) dt_E,$

Тогда  $\Gamma_{j,H}^{\text{vis}} = C_H A_{j,H}, \quad A_{j,H} = \int \varepsilon_j(t_E) \phi_H(t_E) dt_E$



# Функции предельного правдоподобия

$\lambda_j$  — истинная (но неизвестная)  
нормировка видимой скорости событий в  
обзоре  $j$

Тогда функция предельного  
правдоподобия для количества событий

$$Z_{j,H}^{\text{count}} = P(N_j | H) = \int_0^\infty P(N_j | \lambda_j, H) p(\lambda_j) d\lambda_j$$

Учитывая распределение по  
длительности событий, получим функцию  
предельного правдоподобия для  
длительности событий

$$L_{j,H}^{\text{shape}} = \prod_{i \in D_j} \frac{\varepsilon_j(t_{E,i}) \phi_H(t_{E,i})}{A_{j,H}}$$

Предельное правдоподобие гипотезы

$$Z_H = P(D | H) = \prod_j Z_{j,H}^{\text{count}} L_{j,H}^{\text{shape}}.$$

При равных априорных вероятностях  
 $P(H_k) = 1/5$

$$P(H_k | D) = \frac{Z_{H_k}}{\sum_\ell Z_{H_\ell}}$$

# Результаты

$r_0 \approx 0.1$  пк

| Профиль | $P(H1_m D)$ | $P(H1_l D)$ | $P(H2_m D)$ | $P(H2_l D)$ | $P(H3 D)$ |
|---------|-------------|-------------|-------------|-------------|-----------|
| NFW     | 0.3281      | 0.0120      | 0.3289      | 0.0022      | 0.3289    |
| Einasto | 0.3281      | 0.0120      | 0.3290      | 0.0020      | 0.3290    |
| Burkert | 0.3281      | 0.0121      | 0.3289      | 0.0021      | 0.3289    |
| ISO     | 0.3280      | 0.0119      | 0.3288      | 0.0025      | 0.3288    |

Для всех профилей:

$$\hat{f}_{cl} = 0$$

Результат практически не меняется при замене профиля гало.

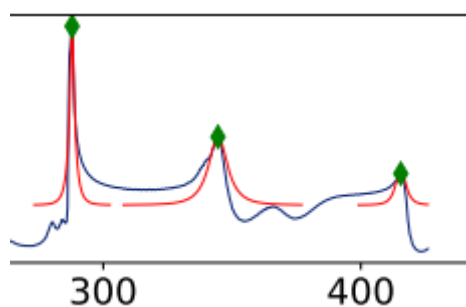
# Возможные особенности линзирования на кластере

## Возможные особенности линзирования на кластере

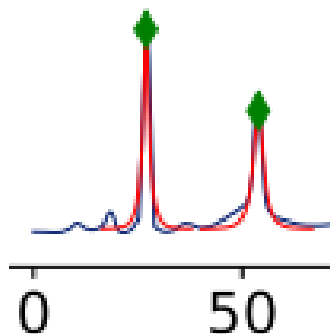
Искаженная форма  
профиля события

(К. Тощенко и др.)

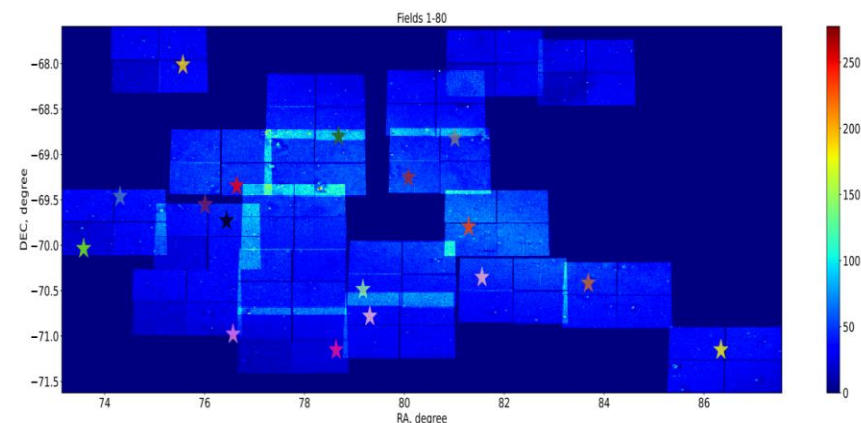
Экранировка



Кратность событий  
для одной звезды



Группирование событий  
по времени и расстоянию



+ увеличение длительности без искажения событий(?)

# Заключение

Был проведен статистический анализ: рассматривалась вероятность объяснения событий линзирования, полученных в данных MACHO, EROS, OGLE с помощью ПЧД в рамках пяти гипотез:

**H1<sub>mono</sub>** Кластеры ПЧД, массы которых одинаковы;

**H1<sub>lognorm</sub>** Кластеры ПЧД с массовым (логнормальным) распределением;

**H2<sub>mono</sub>** Одиночные ПЧД массы которых одинаковы;

**H2<sub>lognorm</sub>** Одиночные ПЧД с массовым (логнормальным) распределением;

**H3** Смешанная (кластеры + одиночные ПЧД).

При значениях  $\kappa$  больше или порядка 0,1 пк кластерная структура практически не проявляется по распределению событий линзирования по их длительности. Результат почти не зависит от профилей NFW, Einasto, Burkert и ISO. Кластерная гипотеза возможно начнет проявляться при значениях порядка 0,01 пк и ниже.

Целью является разработка методики статистического анализа по нескольким критериям:

- 1) длительность событий;*
- 2) временной интервал между событиями;*
- 3) пространственное распределение событий.*

Все три критерия не являются искажениями событий и присутствуют в имеющихся данных наблюдения (EROS, MACHO, OGLE и др.). В настоящей дипломной работе выявлены разные критерии поиска кластеров ПЧД по событиям линзирования и реализована методика статистического анализа по одному критерию. В дальнейшем необходимо расширить методику на все критерии.



## Back-Up



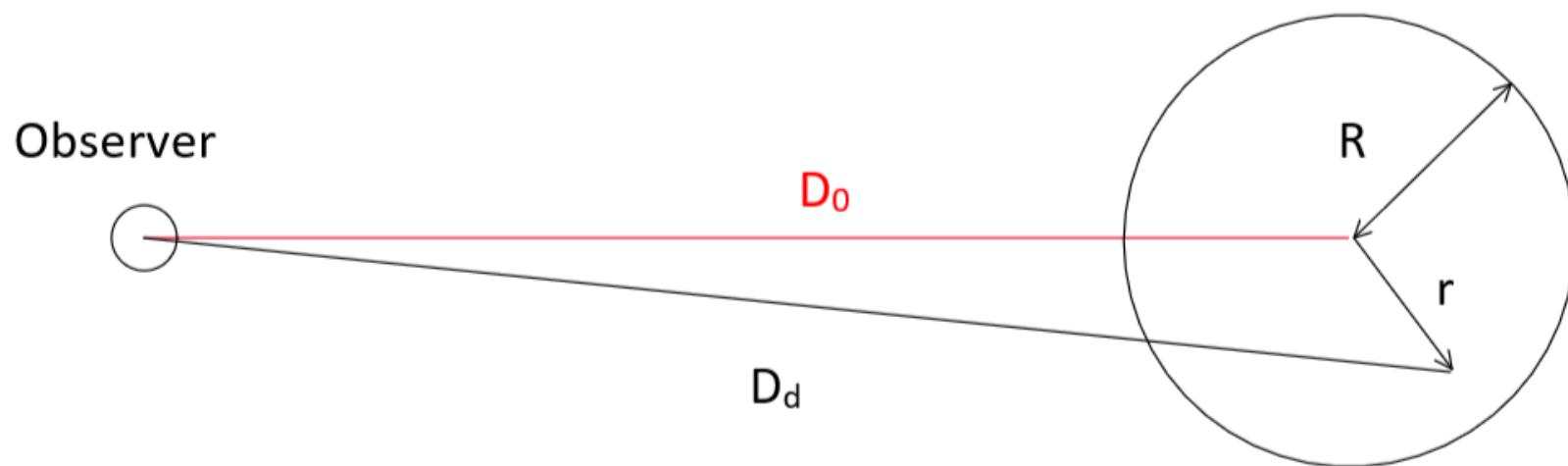
# Параметры кластера

$R \leq 1$  пк – радиус кластера

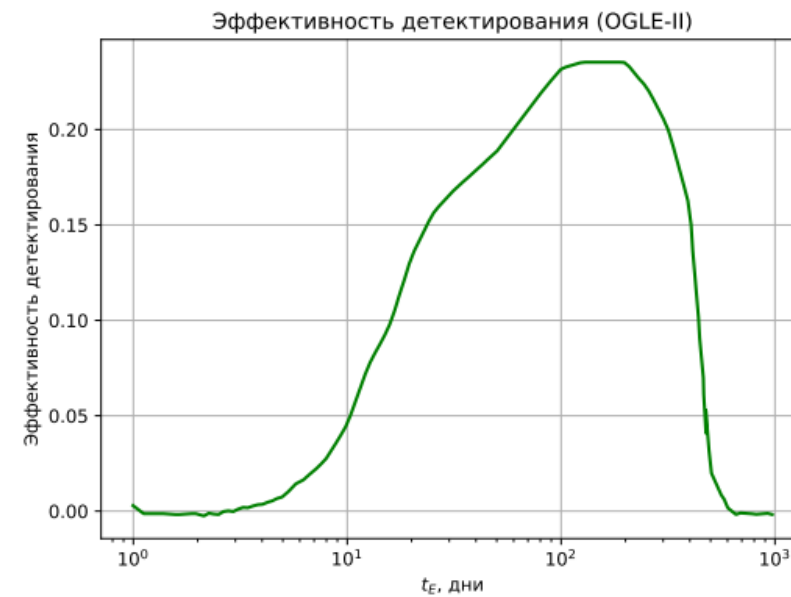
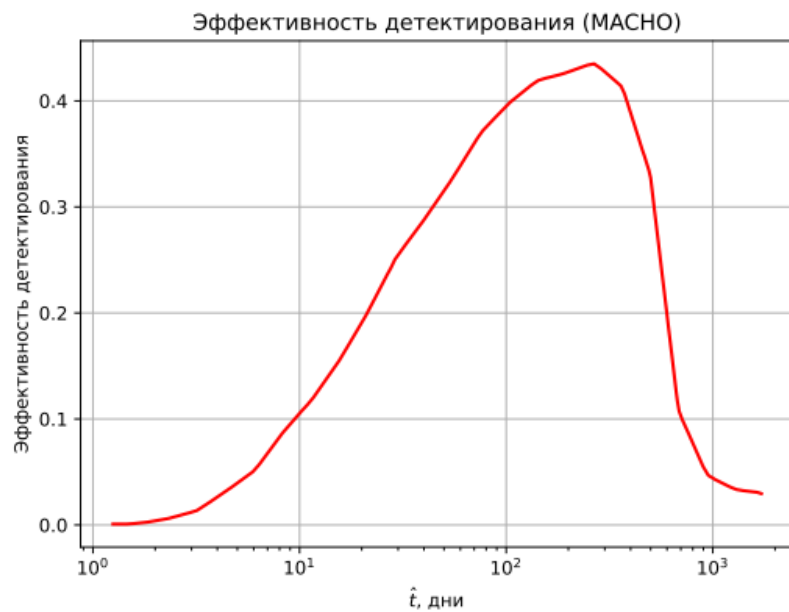
$M_{cl} = 10^4 M_{\odot}$  – масса кластера

$r_0 \leq 0.1 R$  – радиус ядра кластера ("кора")

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{(r + r_0)^3}, \quad 0 < r < R$$



# Эффективность детектирования





# Характеристики обзоров и событий

Таблица 1: Основные параметры экспериментов микролинзирования.

| Эксперимент | $N_*$ (звёзд)     | $T_{\text{obs}}$ (лет) | Область  | Частота съёмки        |
|-------------|-------------------|------------------------|----------|-----------------------|
| MACHO       | $1.1 \times 10^7$ | 7.5                    | LMC      | 1–2 дня <sup>-1</sup> |
| EROS-2      | $3.3 \times 10^7$ | 6.7                    | LMC, SMC | 2–3 дня <sup>-1</sup> |
| OGLE-II     | $1.2 \times 10^7$ | 4.0                    | LMC, SMC | 1 день <sup>-1</sup>  |

Таблица 2: Длительности зарегистрированных событий микролинзирования  $t_E$  (дни).

| Эксперимент | Количество событий $N_{\text{ev}}$ | $t_E$ (дни)                                                                                       |
|-------------|------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|
| MACHO       | 17                                 | 34.4, 34.2, 45.4, 75.6, 91.6, 102.9, 43.9, 66.4, 100.1, 36.8, 74.2, 72.7, 93.2, 229.3, 85.2, 85.2 |
| EROS-2      | 0                                  | —                                                                                                 |
| OGLE-II     | 1                                  | 89.7                                                                                              |