

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»  
(НИЯУ МИФИ)

**ОТЧЕТ О «НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ  
ДЕЯТЕЛЬНОСТИ АСПИРАНТА И ПОДГОТОВКЕ К ЗАЩИТЕ  
ДИССЕРТАЦИИ НА СОИСКАНИЕ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ  
КАНДИДАТА НАУК» ЗА 2 СЕМЕСТР**

«Взаимодействие первичного газа с доменными стенками в ранней Вселенной»

Аспирант,  
Научная специальность

Д. П. Филиппов  
1.3.15 Физика атомных ядер и элементарных частиц, физика высоких энергий

Научный руководитель,  
Должность, степень, звание

А. А. Кириллов  
к.ф.-м.н.

Дата защиты:

01.07.2026

Результат защиты:

Москва 2026

# ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Введение</b>	<b>4</b>
<b>1 Взаимодействие доменных стенок с фермионами</b>	<b>7</b>
1.1 Модели доменных стенок . . . . .	7
1.2 Коэффициент отражения фермионов . . . . .	8
1.3 Взаимодействие с электромагнитным полем . . . . .	13
1.4 Поверхностная плотность энергии . . . . .	16
<b>2 Эволюция доменной стенки</b>	<b>18</b>
2.1 Коллапс замкнутой стенки . . . . .	19
2.1.1 Дозвуковой режим . . . . .	19
2.1.2 Сверхзвуковой режим . . . . .	21
2.1.3 Локальный нагрев Вселенной . . . . .	25
<b>Заключение</b>	<b>26</b>
<b>Список литературы</b>	<b>27</b>

# ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность работы:** Недавние наблюдения, сделанные телескопами «Хаббл» [1] и «Джеймс Уэбб» [2; 3], подтверждают существование сверхмассивных черных дыр в ранней Вселенной, механизм образования которых при больших красных смещениях остаётся неизвестным. Идея о том, что чёрные дыры могут иметь незвёздное происхождение, была выдвинута около шестидесяти лет назад [4] и с тех пор остаётся предметом активного изучения многих научных групп по всему миру.

Одним из сценариев является образование первичных чёрных дыр (ПЧД) в результате коллапса топологических дефектов — доменных стенок (ДС). Образование топологических солитонов, таких как струны и доменные стенки, впервые предсказывается в теориях великого объединения в результате теплового фазового перехода [5]. Однако возможен и не тепловой механизм, реализующийся в инфляционных сценариях, где возникают подходящие начальные условия для образования ДС [6]. Альтернативные механизмы предполагают образование ПЧД из больших возмущений плотности вещества [7], требующих экзотических спектров мощности. Напротив, образование ДС с последующим коллапсом в ПЧД возникает естественным путём [8; 9].

В ранней Вселенной доменные стенки могли образоваться из-за динамики скалярного поля с определённым потенциалом [5; 10]. Квантовые флуктуации такого скалярного поля во время инфляционной стадии могут привести к созданию подходящих начальных условий для образования замкнутых ДС [11; 12]. После инфляции космологический горизонт  $r_h$  изменяется как  $2t$ , в то время как радиус стенки  $r$  увеличивается как  $\sqrt{t}$ . Следовательно, в некоторый момент доменная стенка становится причинно связанной и начинает сжиматься под действием поверхностного натяжения. При отсутствии взаимодействия с окружающей средой стенка коллапсирует в ПЧД. Однако взаимодействие с газом может замедлить коллапс и привести к отсроченному образованию ПЧД. Самовзаимодействие и коллапс ДС могут быть мощным источником гравита-

ционных волн, которые можно наблюдать в будущих экспериментах [13—16].

Взаимодействие сети стенок и струн с частицами окружающей среды активно исследуется в различных теоретических подходах. Аналитические выражения для коэффициентов отражения фермионных, скалярных и аксионоподобных частиц от стенки получены в работах [17—19]. Взаимодействие доменных стенок с плазмой и окружающим веществом рассматривалось в [9; 10; 20; 21].

В ряде работ [19; 22—24] показано, что стенка может проводить ток, экранировать внешние поля. После распада стенки может оставаться магнитное поле, наблюдаемое в галактиках [23]. Влияние давления фотонов, аксионов и фермионов на КХД-аксионные стенки, а также связанные с этим эффекты двулучевого преломления и поляризации исследованы в [25—28]. Различные варианты детектирования стенок через их взаимодействие с фотонами, в том числе с помощью гравитационных интерферометров, обсуждаются в [29]. Возможен метод детектирования доменных стенок с помощью минералов в земной коре, предложенный в [30].

Стандартная модель аксионов предсказывает образование сети доменных стенок, что приводит к космологическим проблемам, если нарушение симметрии происходит после инфляции [31; 32]. Идея о том, что нарушение симметрии во время инфляции может создавать замкнутые доменные стенки, была предложена в [33] и впоследствии использована в работах [34; 35].

Для решения проблемы сети струн-стенок предложены различные подходы. Модификация вакуумной структуры: поднятие одного из вакуумов [36; 37], модели с двумя вакуумами [38], модели с всегда нарушенной симметрией PQ [39; 40]. Другой подход связан с образованием ПЧД из сети струн-стенок [41—45], в том числе через механизм Киббла [46; 47] и в рамках теорий великого объединения [48]. Альтернативные методы включают нарушение симметрии после инфляции [49; 50], путем встраивания дискретных симметрий в непрерывные калибровочные группы [51], а также модели аксионов со стенками другого поля [15; 52; 53]. Проверка образования чёрных дыр из сферических стенок представлена в [54]. Влияние аксионных стенок на космическое микроволновое фоновое излучение обсуждается в [34; 35], а их исследования в звёздах — в [55].

Существуют также альтернативные модели, не связанные с аксионами: образование стенок в теориях великого объединения [48], модели с фазовым

переходом первого рода [56], стенки в КХД из нетривиальных решений [57], модели с двумя аксионами [58], а также модель с монополями, струнами и ПЧД без доменных стенок [59].

Генерация гравитационных волн при коллапсе доменных стенок является важным предсказанием, которое может быть проверено в будущих экспериментах. Обзоры по данной тематике представлены в [60; 61]. Гравитационные волны от стенок неаксионного происхождения рассмотрены в [16; 21; 62]. Поляризация гравитационных волн при прохождении через стенку в теориях модифицированной гравитации обсуждается в [63]. Влияние аксионных стенок на момент вращения небесных тел исследовано в [64].

**Цель работы:** изучить влияние плазмы частиц в постинфляционную эпоху на эволюцию замкнутых доменных стенок и формирования первичных чёрных дыр.

**Предварительный план работы:**

- изучить возможные варианты взаимодействия ДС с фермионами;
- решить релятивистское уравнение движения стенки с учётом давления запертого внутри газа.

# 1 ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДОМЕННЫХ СТЕНОК С ФЕРМИОНАМИ

## 1.1 МОДЕЛИ ДОМЕННЫХ СТЕНОК

Рассмотрим полевую модель [9] в которой доменная стенка описывается аксионно подобным комплексным скалярным полем

$$V = \frac{1}{4} \left( \phi^* \phi - \frac{f^2}{2} \right)^2 + \Lambda^4 (1 - \cos(\theta)), \quad (1.1)$$

поле  $\phi$  имеет вид

$$\phi = \rho e^{i\theta}, \quad (1.2)$$

где  $\rho$  – радиальная компонента комплексного поля,  $\theta$  – его фаза.

Параметр  $f$  – это величина поля, при котором возникает вакуумное состояние, а  $\Lambda$  – малый параметр, приводящий к нарушению симметрии. Последний член (1.1) очень мал ( $\Lambda \ll f \sim H$ ) и играет роль только после инфляции.

После инфляции доменная стенка образованная в результате эволюции поля  $\phi$  [8; 9]. Радиальная компонента  $\rho$  принимает значение  $f$ , ДС создаётся фазой поля

$$\theta(x) = 4 \arctan \left( \exp \left( \frac{2x}{d} \right) \right), \quad (1.3)$$

где  $d$  толщина стенки

$$d = \frac{2f}{\Lambda^2}. \quad (1.4)$$

В модели (1.1) возможно взаимодействие с фермионами вида

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = \partial_\nu \theta \bar{\psi} \gamma^5 \gamma^\nu \psi. \quad (1.5)$$

Как показано в [9; 18; 25], давление частиц обратно пропорционально параметру  $f$ , который должен иметь значение  $\sim H$  для формирования сферически-

подобных замкнутых доменных стенок, что делает взаимодействие с фермионами пренебрежимо малым. Давление фотонов в этой модели также незначительно [25], однако возможна поляризация фотонов [27].

Рассмотрим другую модель, в которой ДС создается двумя скалярными полями [65]

$$V(\phi, \chi) = \frac{m^2}{2}(\phi^2 + \chi^2) + \Lambda^4 \exp \left[ -\frac{(\phi - \phi_0)^2 + (\chi - \chi_0)^2}{2\sigma^2} \right]. \quad (1.6)$$

В этом случае вакуум находится в точке  $(0,0)$ .  $\Lambda, \sigma, \phi_0, \chi_0$  — параметры, определяющие высоту, ширину и положение экспоненциального пика. В отличие от модели аксионного поля (1.1), здесь возможны различные типы взаимодействия с фермионами, приводящие к разным результатам.

Взаимодействие

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = (\phi + \chi)\bar{\psi}\psi \quad (1.7)$$

будет создавать как потенциальный барьер, так и яму для фермионов, в зависимости от положения седловой точки  $(\phi_0, \chi_0)$ . Взаимодействие

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = \frac{1}{\Lambda}(\phi^2 + \chi^2)\bar{\psi}\psi, \quad (1.8)$$

всегда создает барьер для фермионов.

## 1.2 КОЭФФИЦИЕНТ ОТРАЖЕНИЯ ФЕРМИОНОВ

Следуя подходу [18; 25] найдём коэффициент отражения фермионов от ДС модели (1.6). Наличие экспоненциального пика в этой модели усложняет аналитический вывод, поэтому расчёт коэффициента отражения будет производиться численно.

Первым этапом необходимо получить профиль стенки аналогично (1.3). Начальная конфигурация стенки задается кольцом в пространстве полей, как было сделано в [12].

Уравнения движения полей создающих стенку

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} - \nabla^2\phi = -\frac{\partial V}{\partial\phi}, \quad (1.9)$$

$$\ddot{\chi} + 3H\dot{\chi} - \nabla^2\chi = -\frac{\partial V}{\partial\chi}. \quad (1.10)$$

Решая систему уравнений с начальными условиями [12], получаем статическую конфигурацию стенки, которая будет служить потенциальным барьером для фермионов.

Следующим этапом необходимо вывести уравнение движения фермионов и коэффициент отражения. Уравнение движения релятивистских фермионов с учётом взаимодействия с ДС в одномерном приближении имеет вид

$$i\gamma^\mu\partial_\mu\psi - gU(x)\psi = 0, \quad (1.11)$$

где  $U(x)$  потенциальный барьер создаваемый стенкой, форма которого определяется лагранжианом взаимодействия (1.7), (1.8) и может иметь вид  $U(x) = \phi(x) + \chi(x)$  или  $U(x) = \frac{1}{\Lambda}(\phi^2(x) + \chi^2(x))$ ,  $g$  константа взаимодействия. Для численного решения зададим значение  $g = 1$ .

Выберем представление гамма-матриц

$$\gamma^0 = \sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^1 = i\sigma_z = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}, \quad (1.12)$$

с сигнатурой  $(+, -)$ . Используя стационарное решение для (1.11)

$$\psi(t, x) = e^{-iEt}\psi(x), \quad (1.13)$$

получим

$$\psi'_1 = -V\psi_1 + E\psi_2, \quad (1.14)$$

$$\psi'_2 = -E\psi_1 + V\psi_2, \quad (1.15)$$

где  $'$  означает производную по координате  $x$ . При  $x \rightarrow \pm\infty$  значение полей стенки  $\phi, \chi$  стремится к вакуумному значению 0, значит  $U(x) \rightarrow 0$ . Решая

систему вдали от стенки

$$\psi_1' = E\psi_2, \quad (1.16)$$

$$\psi_2' = -E\psi_1, \quad (1.17)$$

получим

$$\psi_1 = ae^{iEx} + be^{-iEx}, \quad (1.18)$$

$$\psi_2 = iae^{iEx} - ibe^{-iEx}. \quad (1.19)$$

Граничные условия при  $x \rightarrow \pm\infty$  барьер  $U(x) \rightarrow 0$ . Справа  $x = x_R$  — только прошедшая волна  $a = 1$

$$\begin{pmatrix} \psi_1(x_R) \\ \psi_2(x_R) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} e^{iEx_R}. \quad (1.20)$$

Слева  $x = x_L$  — суперпозиция падающей и отраженной волн

$$\begin{cases} \psi_1(x_L) = a e^{iEx_L} + b e^{-iEx_L}, \\ \psi_2(x_L) = ia e^{iEx_L} - ib e^{-iEx_L}. \end{cases} \quad (1.21)$$

Решая систему относительно  $a$  и  $b$

$$\begin{cases} \psi_1 = a e^{iEx_L} + b e^{-iEx_L}, \\ \psi_2 = i a e^{iEx_L} - i b e^{-iEx_L}. \end{cases} \quad (1.22)$$

Умножим второе уравнение на  $-i$  и складывая с первым

$$a = \frac{\psi_1(x_L) - i\psi_2(x_L)}{2} e^{-iEx_L}, \quad (1.23)$$

$$b = \frac{\psi_1(x_L) + i\psi_2(x_L)}{2} e^{iEx_L}. \quad (1.24)$$

Тогда коэффициент отражения примет вид

$$R = \left| \frac{b}{a} \right|^2 = \left| \frac{\psi_1(x_L) + i\psi_2(x_L)}{\psi_1(x_L) - i\psi_2(x_L)} \right|^2. \quad (1.25)$$

Результаты численного решения для коэффициента отражения фермионов представлены на графиках 1.1–1.4.

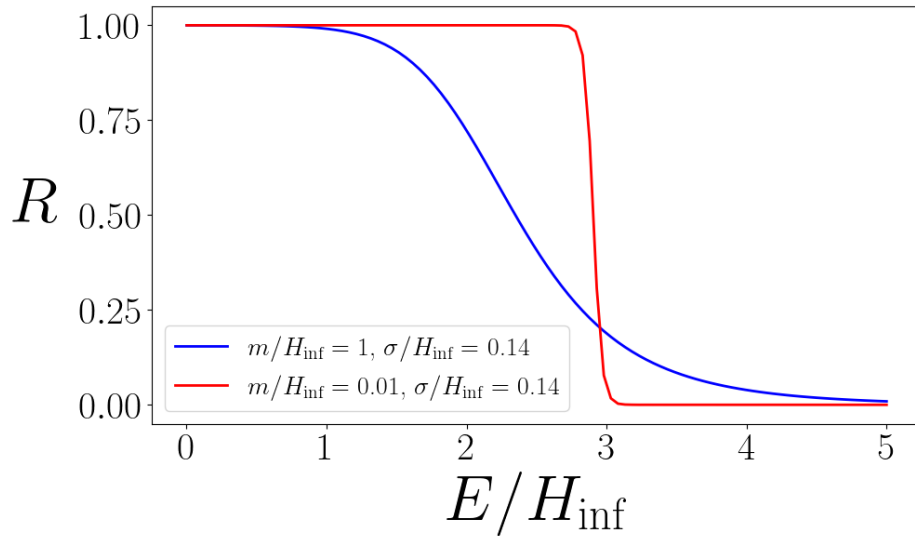


Рисунок 1.1 — Значение коэффициента отражения фермионов для взаимодействия (1.7). Синяя линия отображает случай когда массы полей  $\phi, \chi$  имеют значение  $m/H_{\text{inf}} = 1$  и ширина пика  $\sigma/H_{\text{inf}} = 0.14$ . Красная линия отображает случай когда массы полей  $\phi, \chi$  имеют значение  $m/H_{\text{inf}} = 0.01$  и ширина пика  $\sigma/H_{\text{inf}} = 0.14$

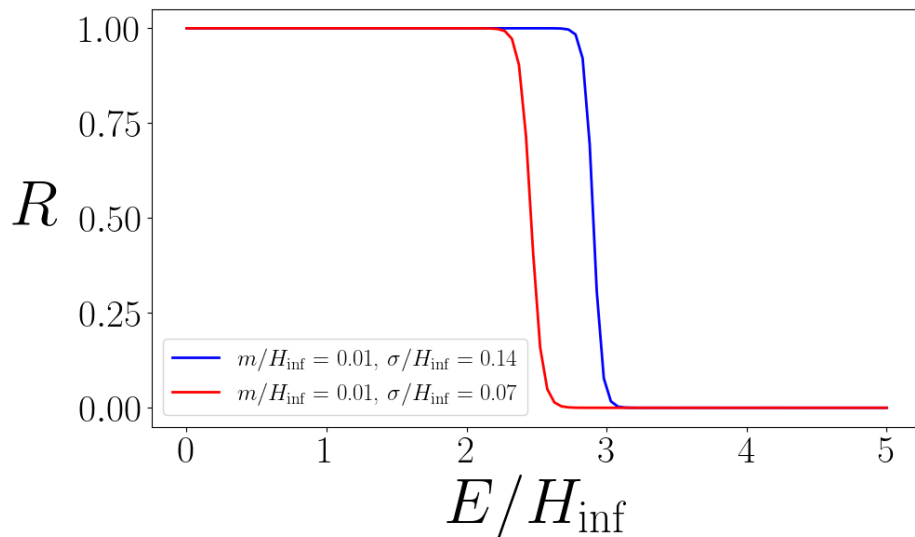


Рисунок 1.2 — Значение коэффициента отражения фермионов для взаимодействия (1.7). Синяя линия отображает случай когда массы полей  $\phi, \chi$  имеют значение  $m/H_{\text{inf}} = 0.01$  и ширина пика потенциала  $\sigma/H_{\text{inf}} = 0.14$ . Красная линия отображает случай когда массы полей  $\phi, \chi$  имеют значение  $m/H_{\text{inf}} = 0.01$  и ширина пика  $\sigma/H_{\text{inf}} = 0.07$

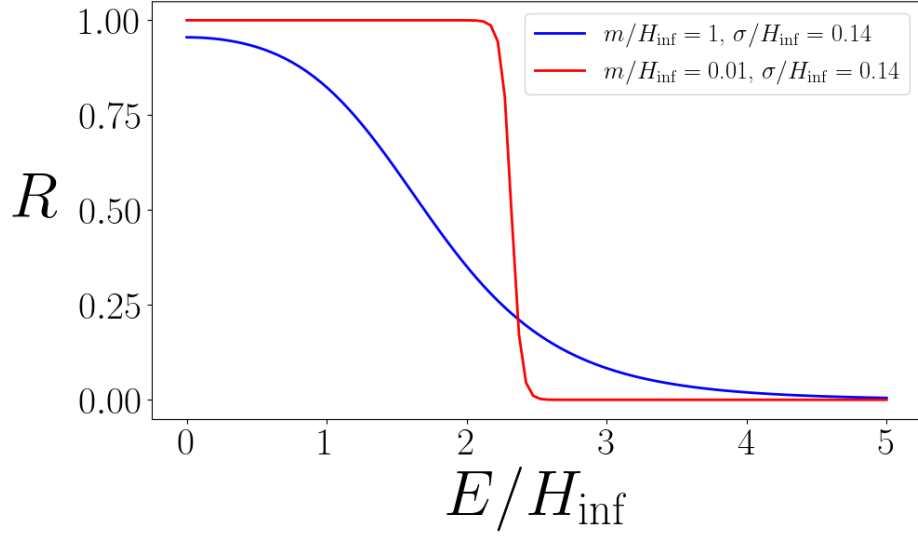


Рисунок 1.3 — Значение коэффициента отражения фермионов для взаимодействия (1.8). Синяя линия отображает случай когда массы полей  $\phi, \chi$  имеют значение  $m/H_{\text{inf}} = 1$  и ширина пика потенциала  $\sigma/H_{\text{inf}} = 0.14$ . Красная линия отображает случай когда массы полей  $\phi, \chi$  имеют значение  $m/H_{\text{inf}} = 0.01$  и ширина пика  $\sigma/H_{\text{inf}} = 0.14$

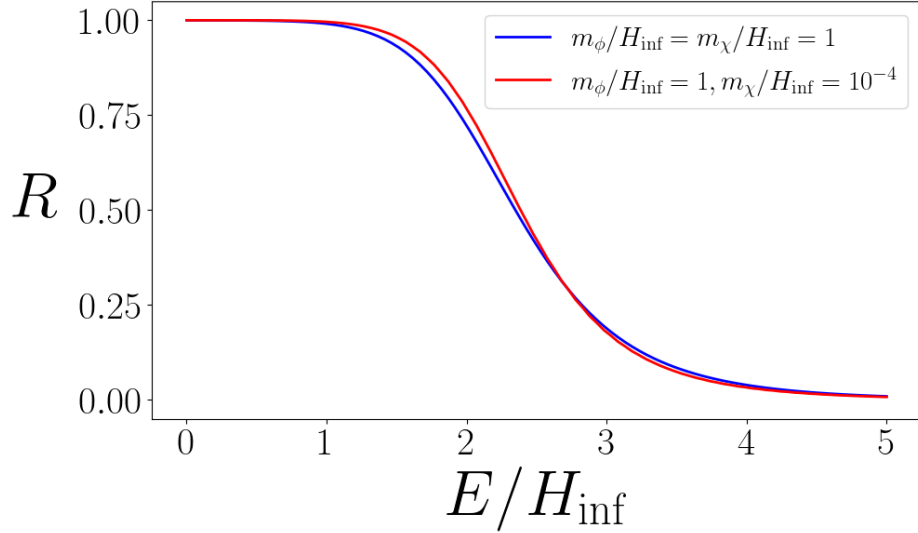


Рисунок 1.4 — Значение коэффициента отражения фермионов для взаимодействия (1.7). Синяя линия отображает случай когда массы полей  $\phi, \chi$  имеют значение  $m/H_{\text{inf}} = 1$ . Красная линия отображает случай когда масса поля  $\phi$  имеет значение  $m_\phi/H_{\text{inf}} = 1$  и масса поля  $\chi$  имеет значение  $m_\chi/H_{\text{inf}} = 10^{-4}$

### 1.3 ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ С ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

Рассмотрим лагранжиан электромагнитного поля с учётом взаимодействия с полями стенки  $\phi, \chi$

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{4}gV(x)F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}, \quad (1.26)$$

где  $g$  константа взаимодействия,  $V(x)$  имеет два возможных варианта

$$V(x) = \frac{1}{\Lambda}(\phi(x) + \chi(x)) \quad (1.27)$$

$$V(x) = \frac{1}{\Lambda^2}(\phi^2(x) + \chi^2(x)). \quad (1.28)$$

Лагранжиан (1.26) можно переписать как

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}(1 + V(x))F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}, \quad (1.29)$$

откуда следуют параметры среды

$$\varepsilon(x) = 1 + V(x), \quad \mu(x) = \frac{1}{1 + V(x)}, \quad (1.30)$$

где  $\varepsilon, \mu$  - диэлектрическая и магнитная проницаемость среды. Показатель преломления имеет значение

$$n = \sqrt{\varepsilon\mu} = 1, \quad (1.31)$$

а импеданс среды

$$Z(x) = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \frac{1}{1 + V(x)}. \quad (1.32)$$

Отражение возможно если электромагнитная волна проходит через область в которой меняется значение импеданса.

Рассматриваем нормальное падение с частотой  $\omega$

$$E_y(x, t) = E(x)e^{-i\omega t}. \quad (1.33)$$

Из уравнений Максвелла в такой среде получаем

$$\frac{d}{dx} \left( (1 + V(x)) E'(x) \right) + \omega^2 (1 + V(x)) E(x) = 0. \quad (1.34)$$

Делаем замену переменной

$$E(x) = \frac{\mathcal{E}(x)}{\sqrt{1 + V(x)}}. \quad (1.35)$$

Подстановка в (1.34) даёт уравнение

$$\mathcal{E}''(x) + [\omega^2 - U(x)] \mathcal{E}(x) = 0, \quad (1.36)$$

где эффективный потенциал

$$U(x) = \frac{V''(x)}{2(1 + V(x))} - \frac{(V'(x))^2}{4(1 + V(x))^2}. \quad (1.37)$$

Для уравнения вида

$$\mathcal{E}'' + k^2(x) \mathcal{E} = 0, \quad k(x) = \sqrt{\omega^2 - U(x)}, \quad (1.38)$$

если

$$\left| \frac{k'(x)}{k^2(x)} \right| \ll 1, \quad (1.39)$$

то волна распространяется без отражений.

Пусть профиль  $V(x)$  имеет характерную ширину  $d$  и амплитуду  $V_0$ . Тогда производные по порядку величины

$$V' \sim \frac{V_0}{d}, \quad V'' \sim \frac{V_0}{d^2}. \quad (1.40)$$

При  $V_0 \ll 1$  имеем  $1 + V \approx 1$ . Из (1.37)

$$U \sim \frac{V_0}{d^2}, \quad U' \sim \frac{V_0}{d^3}. \quad (1.41)$$

Тогда

$$\left| \frac{k'}{k^2} \right| \sim \frac{V_0}{\omega^3 d^3} \ll 1. \quad (1.42)$$

Поскольку  $\lambda \sim 1/\omega$ , получаем условие на длину волны

$$\lambda \ll \frac{d}{V_0^{1/3}}. \quad (1.43)$$

При  $V_0 \gg 1$  главный вклад в (1.37)

$$\frac{V''}{2(1+V)} \sim \frac{1}{d^2}, \quad \frac{(V')^2}{4(1+V)^2} \sim \frac{1}{d^2}, \quad (1.44)$$

так что

$$U \sim \frac{1}{d^2}, \quad U' \sim \frac{1}{d^3}. \quad (1.45)$$

Критерий (1.39) даёт

$$\left| \frac{k'}{k^2} \right| \sim \frac{1}{\omega^3 d^3} \ll 1 \quad \implies \quad \lambda \ll d. \quad (1.46)$$

Перепишем условия через температуру плазмы  $\lambda \sim 1/T$ . Толщина стенки  $d \sim 1/m$ . В общем случае можно записать условие

$$T_{\text{th}} \sim gmU_0. \quad (1.47)$$

Если энергия фотона больше порогового значения  $T_{\text{th}}$  то прохождение барьера, создаваемого ДС, происходит без отражения.

При  $V(x) = 0$  в (1.34) получим

$$\frac{d}{dx}(1 \cdot E') + \omega^2(1)E = 0, \quad (1.48)$$

откуда  $E'' + \omega^2 E = 0$ . Решения — плоские волны  $E(x) = Ae^{i\omega x} + Be^{-i\omega x}$ , что соответствует свободному распространению при  $V(x) = 0$ .

## 1.4 ПОВЕРХНОСТНАЯ ПЛОТНОСТЬ ЭНЕРГИИ

Для вычисления поверхностной плотности энергии доменной стенки рассмотрим статический случай. Потенциал имеет вид

$$V(\phi, \chi) = \frac{m^2}{2}(\phi^2 + \chi^2) + \Lambda^4 \exp\left(-\frac{(\phi - \phi_0)^2 + (\chi - \chi_0)^2}{2\sigma^2}\right), \quad (1.49)$$

с вакуумом в  $(0, 0)$  и пиком в  $(\phi_0, \chi_0)$ . Расстояние между ними

$$R_0 = \sqrt{\phi_0^2 + \chi_0^2}. \quad (1.50)$$

Из статических уравнений движения полей следует

$$\left(\frac{d\phi}{dx}\right)^2 + \left(\frac{d\chi}{dx}\right)^2 = 2V. \quad (1.51)$$

Вводя элемент длины в пространстве полей  $d\ell^2 = d\phi^2 + d\chi^2$ , получаем выражение для поверхностной плотности энергии

$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} T_{00} dx = \oint \sqrt{2V} d\ell. \quad (1.52)$$

Траектория стенки в пространстве полей параметризуется замкнутой кривой вокруг пика

$$\phi(\theta) = \phi_0 + R(\theta) \cos \theta, \quad \chi(\theta) = \chi_0 + R(\theta) \sin \theta, \quad \theta \in [0, 2\pi]. \quad (1.53)$$

Выберем начало отсчёта  $\theta = 0$  в направлении к вакууму, тогда  $\phi_0 = R_0$ ,  $\chi_0 = 0$ . Стенка проходит в окрестности пика  $R_{\min} \ll R_0$ , траектория имеет вид

$$R(\theta) = R_0 \cos^2 \frac{\theta}{2}, \quad d\ell = R_0 \left| \cos \frac{\theta}{2} \right| d\theta. \quad (1.54)$$

В этом приближении основной вклад в потенциал даёт квадратичный член, а экспоненциальным можно пренебречь

$$V(\theta) = \frac{m^2}{2} (R_0^2 + R^2 - 2R_0 R \cos \theta). \quad (1.55)$$

Подставляя  $R(\theta) = R_0 \cos^2(\theta/2)$  и используя  $\cos \theta = 2 \cos^2(\theta/2) - 1$ , получаем

$$V(\theta) = \frac{m^2 R_0^2}{2} \left( 1 - 3 \cos^4 \frac{\theta}{2} + 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right). \quad (1.56)$$

Тогда интеграл для поверхностной плотности энергии

$$\mu = \int_0^{2\pi} \sqrt{2V(\theta)} d\ell(\theta) = mR_0^2 \int_0^{2\pi} \sqrt{1 - 3 \cos^4 \frac{\theta}{2} + 2 \cos^2 \frac{\theta}{2}} \cdot \left| \cos \frac{\theta}{2} \right| d\theta. \quad (1.57)$$

Используя чётность подынтегрального выражения и замену  $u = \cos(\theta/2)$ , получаем

$$\mu = 4mR_0^2 \int_0^1 u \sqrt{1 + 3u^2} du \approx 3.1mR_0^2. \quad (1.58)$$

Таким образом,

$$\mu \approx mR_0^2, \quad R_0 = \sqrt{\phi_0^2 + \chi_0^2}. \quad (1.59)$$

Потенциал (1.1) является частным случаем потенциала (1.6). Масса аксиона  $m = \Lambda^2/f$  и  $R_0^2$  в этом случае будет иметь значение  $f^2$ , тогда получим плотность энергии для (1.1)

$$\mu \approx \frac{\Lambda^2}{f} f^2 \approx \Lambda^2 f, \quad (1.60)$$

что совпадает с результатом поверхностной плотности энергии потенциала (1.1) полученного в [31] с точностью до коэффициента.

Оценим толщину стенки  $\delta$ . Внутри стенки поля меняются от вакуума  $(0, 0)$  до значений порядка  $R_0$  в пространстве полей. Поэтому

$$\frac{d\phi}{dx} \sim \frac{R_0}{\delta}, \quad \frac{d\chi}{dx} \sim \frac{R_0}{\delta}. \quad (1.61)$$

Из уравнения (1.51) и  $V_{\text{saddle}} \sim \frac{m^2}{2} R_0^2$  получаем

$$\frac{1}{2} \left( \frac{R_0^2}{\delta^2} + \frac{R_0^2}{\delta^2} \right) \sim \frac{m^2}{2} R_0^2. \quad (1.62)$$

Отсюда

$$\frac{1}{\delta^2} \sim \frac{m^2}{2}, \quad \delta \sim \frac{1}{m}. \quad (1.63)$$

## 2 ЭВОЛЮЦИЯ ДОМЕННОЙ СТЕНКИ

После окончания инфляции размер ДС может быть больше размера космологического горизонта и будет возрастать как  $\sqrt{t}$ . На RD-стадии Вселенной, космологический горизонт возрастает пропорционально  $2t$ , соответственно, в какой-то момент стенка окажется под горизонтом. На рисунке 2.1 показана схема эволюции стенки и космологического горизонта с момента завершения инфляции. Параметры в момент пересечения горизонта и ДС будут обозначаться с индексом  $i$ . Тогда  $t_i$  – время пересечения и  $r_i$  – радиус ДС стенки, соответственно.

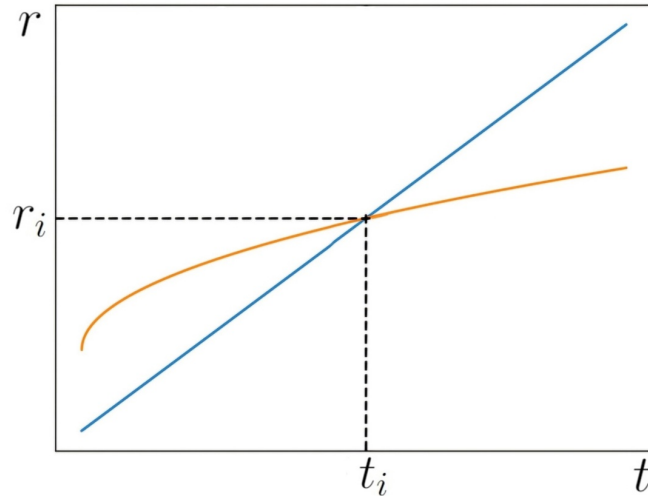


Рисунок 2.1 — Схема эволюции космологического горизонта и доменной стенки

В конце инфляционной стадии радиус доменной стенки  $r_{\text{inf}}$  зависит от номера е-фолда  $N$  при котором создаются подходящие начальные условия для образования солитона [8; 9; 11; 65] и может быть найден как

$$r_{\text{inf}} = r(t_{\text{inf}}) = H^{-1} e^{N_{\text{inf}} - N}, \quad (2.1)$$

где  $N_{\text{inf}} = 60$  число е-фолдов, необходимых для формирования видимой части Вселенной, параметр Хаббла в конце инфляции  $H = 10^{13}$  ГэВ, время завершения инфляции  $t_{\text{inf}} = N_{\text{inf}}/H$ .

Время пересечения космологического горизонта и доменной стенки соответствует

$$t_i = \frac{1}{2} r_{inf} \sqrt{\frac{t_i}{t_{inf}}}. \quad (2.2)$$

Используя уравнение (2.1), получим

$$t_i = \frac{e^{2(N_{inf}-N)}}{4HN_{inf}}. \quad (2.3)$$

В этот момент размер ДС равен размеру горизонта и оценивается как

$$r_i = 2t_i = \frac{e^{2(N_{inf}-N)}}{2HN_{inf}}. \quad (2.4)$$

## 2.1 КОЛЛАПС ЗАМКНУТОЙ СТЕНКИ

### 2.1.1 ДОЗВУКОВОЙ РЕЖИМ

После пересечения космологического горизонта, движение стенки, в сферическом приближении, описывается уравнением движения [66]

$$\dot{v} = (1 - v^2) \left( -\frac{2}{R} - 3Hv + \frac{P'_0}{\mu} \right), \quad (2.5)$$

где  $v = \dot{R} - HR$  скорость относительно Хаббловского потока,  $R$  и  $\dot{R}$  радиус и скорость стенки в физических координатах,  $\mu$  поверхностная плотность энергии стенки,  $P'_0$  – давление газа протонов  $p$ , нейтронов  $n$ , электронов  $e$  и нейтрино  $\nu$  без давления фотонов.

Воспользуемся приближением идеального одноатомного газа, тогда изменение концентрации частиц, пренебрегая реакциями изменяющим их число, будет происходить за счёт изменения объёма.

$$\dot{n}_{0j} = -3 \frac{\dot{R}}{R} n_{0j}, \quad (2.6)$$

где индекс  $j$  отображает компоненту состава газа протоны  $p$ , нейтроны  $n$ , электроны  $e$  или нейтрино  $\nu$ .

Из первого закона термодинамики получим дифференциальное уравнение изменения температуры

$$\frac{d}{dt}U_0 = -P_0 \frac{dV_0}{dt} - 4\pi R^2 \sigma T_0^4. \quad (2.7)$$

Изменение внутренней энергии газа происходит за счёт изменения объема сферы  $V_0$  и излучения фотонов с поверхности сферы (при выбранных параметрах толщина стенки много меньше её радиуса). Масса полей  $m = 10^{-6}$  эВ, толщина стенки  $\delta \sim 20$  см, номер е-фолда  $N = 15$ , начальный радиус стенки в момент пересечения горизонта  $R_i = 2 \cdot 10^{10}$  см, порогова температура отражения фотонов от стенки  $T_{\text{crit}} \sim m$ . В уравнении (2.7)  $P_0$  учитывает давление частиц и фотонов. Параметры газа

$$U_0 = \sum_j \varepsilon_{0j} V_0 \quad (2.8)$$

$$\varepsilon_0 = \sum_j (n_{0j} m_j + 3n_{0j} T_0) + \varepsilon_\gamma \quad (2.9)$$

$$P_0 = P_\gamma + \sum_j T_{0j} n_{0j}. \quad (2.10)$$

На графиках 2.2, 2.3 показаны результаты численного решения системы уравнений (2.5), (2.6), (2.7), (2.8). Численное решение останавливается когда скорость стенки достигает скорости звука в плазме.

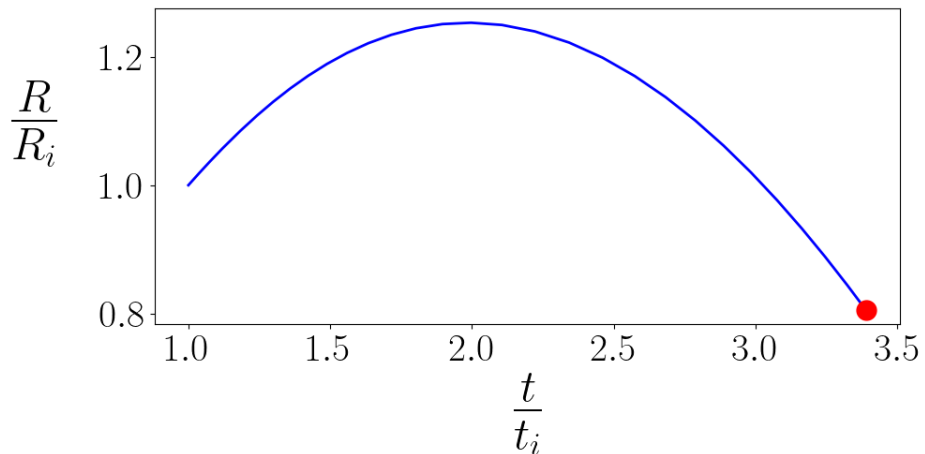


Рисунок 2.2 — Изменение радиуса ДС после пересечения горизонта. Параметры безразмерных координат  $R_i = 2 \cdot 10^{10}$  см,  $t_i = 0.5$  с. Синяя линия отображает изменение радиуса стенки, красная точка отображает момент остановки численного решения при достижении скорости звука

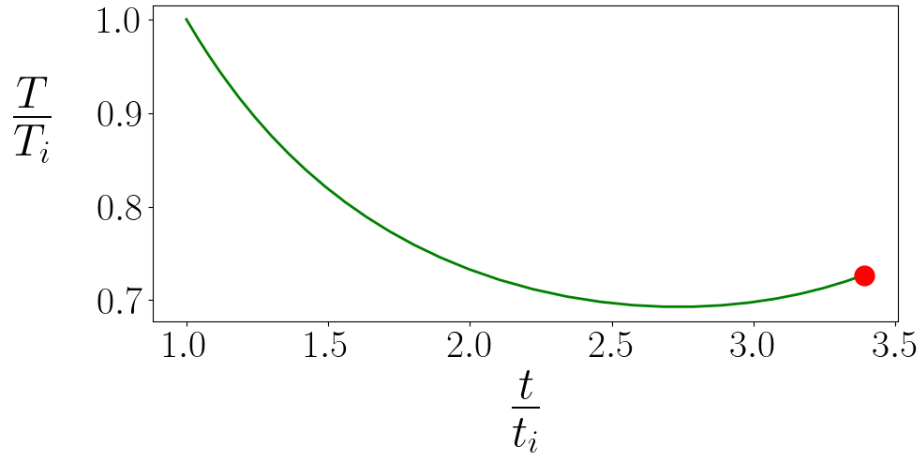


Рисунок 2.3 — Изменение температуры газа внутри ДС после пересечения горизонта. Параметры безразмерных координат  $T_i = 1.4$  МэВ,  $t_i = 0.5$  с. Зелёная линия отображает изменение температуры газа частиц внутри стенки, красная точка отображает момент остановки численного решения при достижении скорости звука

### 2.1.2 СВЕРХЗВУКОВОЙ РЕЖИМ

При достижении скорости звука в плазме  $c_s \sim 0.57$  формируется ударная волна, что необходимо учесть для дальнейшего решения уравнения движения стенки. На рисунке 2.4 показана схема запертого внутри стенки газа с ударной волной.

В уравнении движения

$$\dot{v} = (1 - v^2) \left( -\frac{2}{R} - 3Hv + \frac{P'_2}{\mu} \right) \quad (2.11)$$

измениться давление газа, где  $P'_2$  означает давление газа в слое между стенкой и фронтом ударной волны. Перед фронтом ударной волны параметры  $n_1, T_1 = const$ . Индекс  $s$  означает параметры фронта ударной волны —  $R_s, v_s, \gamma_s$  радиус, скорость, гамма-фактор. Первый закон термодинамики с учётом ударной волны примет вид

$$\frac{dU_2}{dt} = -P_2 \frac{dV_2}{dt} - 4\pi R^2 \sigma T_2^4 - \dot{N}_1 \cdot \frac{\varepsilon_1 + P_1}{n_1}, \quad (2.12)$$

где  $\dot{N}_1 = 4\pi R_s^2 v_s \gamma_s n_1$  и последний член отвечает за перенос энергии из слоя 1 (ядра) за фронт в слой 2 (рис. 2.4). Параметры газа в слое 2. Объём слоя 2  $V_2 = \frac{4\pi}{3}(R^3 - R_s^3)$ . Уравнения состояния газа  $U, \varepsilon, P$  остаются без изменений.

Изменение концентрации частиц в слое 2 происходит за счёт изменений



Рисунок 2.4 — Индекс 2 означает слой газа между стенкой и фронтом ударной волны, индекс 1 означает слой газа перед фронтом ударной волны (ядро)

объёма и переноса частиц из слоя 1 в слой 2.

$$\frac{d}{dt}(n_2 V_2) = -4\pi R_s^2 n_1 v_s \gamma_s, \quad (2.13)$$

$$\dot{n}_{2j} = -3n_{2j} \frac{R^2 \dot{R} - R_s^2 v_s}{R^3 - R_s^3} - 3n_{1j} v_s \gamma_s \frac{R_s^2}{R^3 - R_s^3}. \quad (2.14)$$

Эволюцию фронта ударной волны описывают уравнения Ренкина-Гюгонно [67]

$$\begin{cases} n_1 \gamma_1' v_1' = n_2 \gamma_2' v_2' \\ (\varepsilon_1 + p_1) v_1'^2 \gamma_1'^2 + p_1 = (\varepsilon_2 + p_2) v_2'^2 \gamma_2'^2 + p_2 \\ (\varepsilon_1 + p_1) \gamma_1'^2 v_1' = (\varepsilon_2 + p_2) \gamma_2'^2 v_2' \end{cases} \quad (2.15)$$

где ' означает систему покоя фронта ударной волны. Записав эту систему в системе покоя центра сферической стенки, и решая её совместно с уравнениями (2.11), (2.12), (2.13) найдём изменение радиуса стенки и параметров газа. На рисунках 2.5, 2.6, 2.7, 2.8 показаны результаты численного решения уравнений для случай с ударной волной.

Скорость фронта ударной волны всегда больше скорости звука, чему соответствуют результаты решения как видно из рисунка 2.6. В данном случае давления газа недостаточно чтобы препятствовать коллапсу стенки (рис. 2.5). Температура газа возрастает на 2 порядка от первоначальной (рис. 2.7). Для

численного решения слой 2 считался однородным, то есть не учитывались градиенты параметров. Это приближение можно использовать если скорость изменения толщины этого слоя меньше скорости звука, что следует из рисунка 2.8.

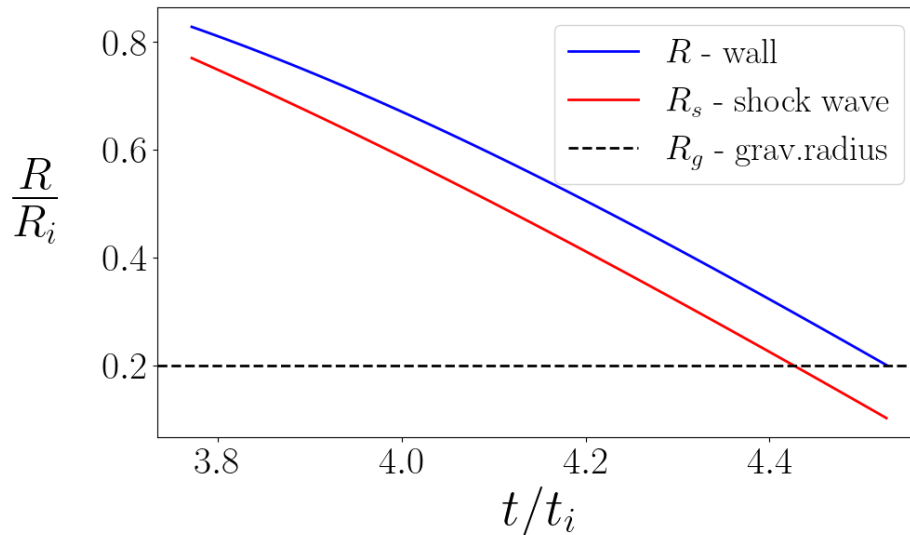


Рисунок 2.5 — Изменение радиуса ДС и фронта ударной волны. Параметры безразмерных координат  $R_i = 2 \cdot 10^{10}$  см,  $t_i = 0.5$  с. Синяя линия отображает изменение радиуса стенки, красная линия отображает эволюцию фронта ударной волны. Чёрная пунктирная линия отображает гравитационный радиус стенки

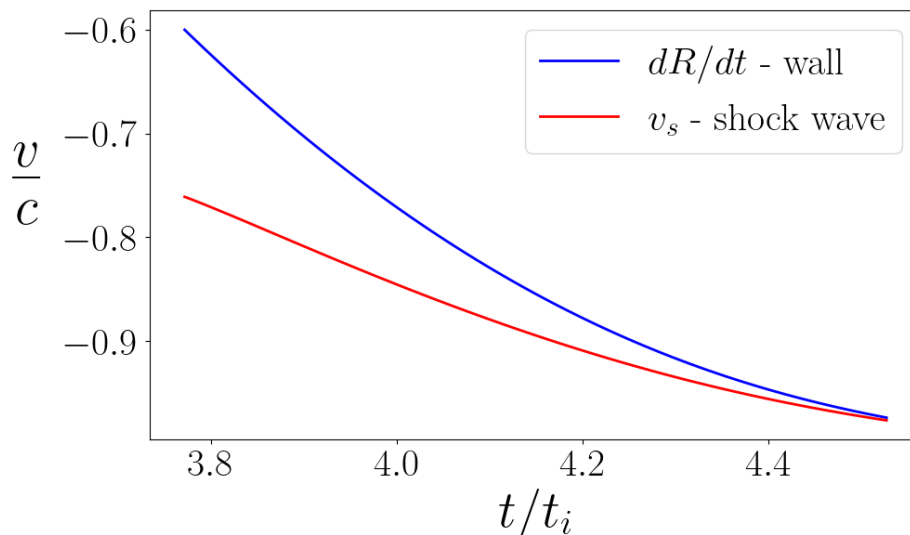


Рисунок 2.6 — Изменение скорости ДС и фронта ударной волны в физических координатах. Параметры безразмерных координат  $t_i = 0.5$  с. Синяя линия отображает изменение скорости стенки, красная линия отображает эволюцию скорости ударной волны

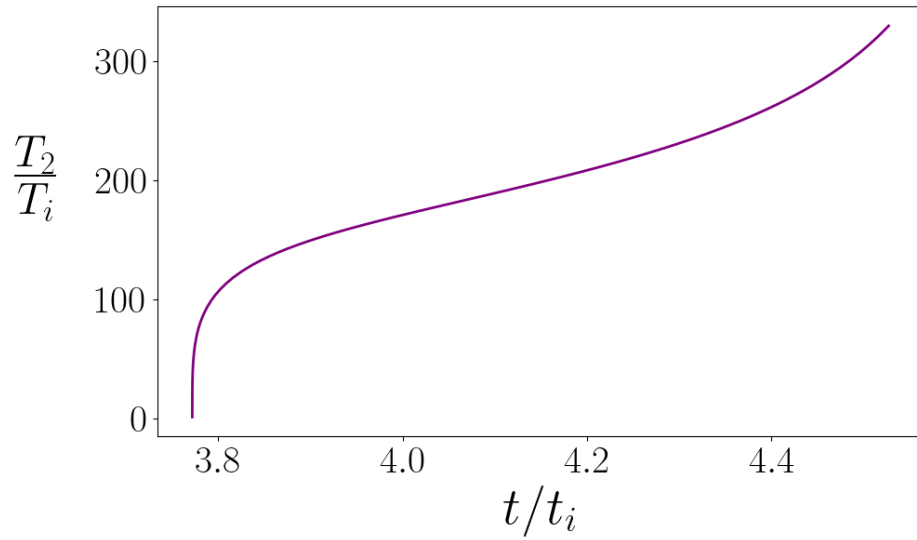


Рисунок 2.7 — Изменение температуры газа в слое 2 между фронтом и стенкой. Параметры безразмерных координат  $T_i = 1.4$  МэВ,  $t_i = 0.5$  с

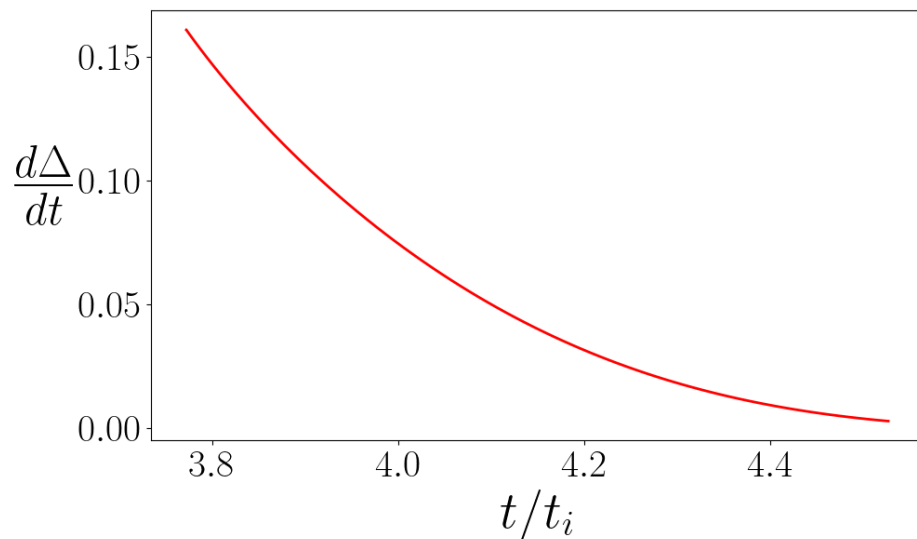


Рисунок 2.8 — Скорость изменения толщины слоя 2 между фронтом и стенкой. Параметры безразмерных координат  $R_i = 2 \cdot 10^{10}$  см,  $t_i = 0.5$  с

### 2.1.3 ЛОКАЛЬНЫЙ НАГРЕВ ВСЕЛЕННОЙ

Если электромагнитное излучение от нагрева проходит через стенку, оно может взаимодействовать с плазмой за пределами ДС. Область нагрева можно оценить как [68]

$$R_{\text{H}} \approx \sqrt{\lambda \tau_{\text{c}}}, \quad (2.16)$$

где  $\tau_{\text{c}}$  время в течении которого нагревается газ (время коллапса ДС из рис. 2.5),  $\lambda$  длина свободного пробега фотона

$$\lambda = \frac{1}{n_e \sigma_T}, \quad (2.17)$$

$\sigma_T$  сечение рассеяния фотонов. Концентрация электронов может быть найдена как

$$n_e(T) = x_e(T) n_{b,0} \left( \frac{T}{T_0} \right)^3, \quad (2.18)$$

где  $x_e(T)$  доля свободных электронов. Для моментов времени соответствующих началу, концу нуклеосинтеза и рекомбинации получим область нагрева

$$R_{\text{H}} \sim \begin{cases} 10^3 \text{ м,} & t_{\text{U}} = 1 \text{ с,} \\ 10^5 \text{ м,} & t_{\text{U}} = 20 \text{ мин,} \\ 10^8 \text{ м,} & \text{рекомбинация.} \end{cases} \quad (2.19)$$

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе было рассмотрено взаимодействие фермионов с доменной стенкой, чей коллапс может приводить к образованию первичных чёрных дыр в постинфляционную эпоху.

Когда температура газа, вызванная расширением Вселенной, падает ниже определенного порогового значения, стенка резко становится непрозрачной и частицы оказываются «запертыми» внутри.

Коллапс стенки приводит к нагреву плазмы, формированию ударной волны и излучению, которое может нагреть газ за пределами стенки, что может привести к локальному изменению химического состава, в зависимости от времени коллапса стенки. Обнаружение таких областей может быть косвенным свидетельством существования ДС.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Glimmers in the Cosmic Dawn: A Census of the Youngest Supermassive Black Holes by Photometric Variability / M. J. Hayes [и др.] // *Astrophys. J. Lett.* — 2024. — Т. 971, № 1. — С. L16.
2. Feeding Hidden Monsters: a Super-Eddington accreting Black Hole 1.5 Gyr after the Big Bang / H. Suh [и др.]. — 2024. — arXiv: [2405.05333](https://arxiv.org/abs/2405.05333) [[astro-ph.GA](https://arxiv.org/abs/2405.05333)].
3. A small and vigorous black hole in the early Universe / R. Maiolino [и др.] // *Nature*. — 2024. — Т. 627, № 8002. — С. 59–63. — arXiv: [2305.12492](https://arxiv.org/abs/2305.12492) [[astro-ph.GA](https://arxiv.org/abs/2305.12492)].
4. *Zel'dovich Y. B., Novikov I. D.* The Hypothesis of Cores Retarded during Expansion and the Hot Cosmological Model // *Sov. Astron.* — 1967. — Т. 10. — С. 602.
5. *Vilenkin A.* Cosmic strings and domain walls // *Phys. Rep.* — 1985. — Т. 121, № 5. — С. 263–315.
6. *Gani V. A., Kirillov A. A., Rubin S. G.* Classical transitions with the topological number changing in the early Universe // *J. Cosmol. Astropart. Phys.* — 2018. — Т. 2018, № 04. — С. 042–042.
7. *Carr B. J., Green A. M.* The History of Primordial Black Holes. — 2025. — arXiv: [2406.05736](https://arxiv.org/abs/2406.05736) [[astro-ph.CO](https://arxiv.org/abs/2406.05736)].
8. Clusters of Primordial Black Holes / K. M. Belotsky [и др.] // *Eur. Phys. J. C.* — 2019. — Т. 79, № 3.
9. *Rubin S. G., Sakharov A. S., Khlopov M. Y.* The formation of primary galactic nuclei during phase transitions in the early universe // *J. Exp. Theor. Phys.* — 2001. — Т. 92, № 6. — С. 921–929.
10. *Vilenkin A., Shellard E. P. S.* Cosmic Strings and Other Topological Defects. — Cambridge University Press, 2000. — ISBN 978-0-521-65476-0.

11. *Murygin B. S., Kirillov A. A., Nikulin V. V.* Cosmological Formation of  $(2 + 1)$ -Dimensional Soliton Structures in Models Possessing Potentials with Local Peaks // *Physics*. — 2021. — T. 3, № 3. — C. 563–568.
12. *Kirillov A. A., Rubin S. G.* On Mass Spectra of Primordial Black Holes // *Front. Astron. Space Sci.* — 2021. — T. 8. — C. 777661. — arXiv: [2109.02446](https://arxiv.org/abs/2109.02446) [[astro-ph.CO](https://arxiv.org/archive/astro-ph)].
13. *Hiramatsu T., Kawasaki M., Saikawa K.* On the estimation of gravitational wave spectrum from cosmic domain walls // *J. Cosmol. Astropart. Phys.* — 2014. — T. 02. — C. 031. — arXiv: [1309.5001](https://arxiv.org/abs/1309.5001) [[astro-ph.CO](https://arxiv.org/archive/astro-ph)].
14. Gravitational shine of dark domain walls / E. Babichev [и др.] // *J. Cosmol. Astropart. Phys.* — 2022. — T. 04, № 04. — C. 028. — arXiv: [2112.12608](https://arxiv.org/abs/2112.12608) [[hep-ph](https://arxiv.org/archive/hep)].
15. *Garcia Garcia I., Petrossian-Byrne R.* Axion Interactions with Domain and Bubble Walls. — 2024. — arXiv: [2407.09603](https://arxiv.org/abs/2407.09603) [[hep-ph](https://arxiv.org/archive/hep)].
16. *Sakharov A. S., Eroshenko Y. N., Rubin S. G.* Looking at the NANOGrav signal through the anthropic window of axionlike particles // *Phys. Rev. D.* — 2021. — T. 104, № 4. — C. 043005. — arXiv: [2104.08750](https://arxiv.org/abs/2104.08750) [[hep-ph](https://arxiv.org/archive/hep)].
17. *Kurakin A. A., Rubin S. G.* The interaction of domain walls with fermions in the early Universe. — 2020. — arXiv: [2011.01757](https://arxiv.org/abs/2011.01757) [[physics.gen-ph](https://arxiv.org/archive/physics)].
18. *Garcia Garcia I., Koszegi G., Petrossian-Byrne R.* Reflections on bubble walls // *J. High Energ. Phys.* — 2023. — T. 09. — C. 013. — arXiv: [2212.10572](https://arxiv.org/abs/2212.10572) [[hep-ph](https://arxiv.org/archive/hep)].
19. Chern-Simons Induced Thermal Friction on Axion Domain Walls / S. Hassan [и др.]. — 2024. — arXiv: [2410.19906](https://arxiv.org/abs/2410.19906) [[hep-ph](https://arxiv.org/archive/hep)].
20. Friction on ALP domain walls and gravitational waves / S. Blasi [и др.] // *J. Cosmol. Astropart. Phys.* — 2023. — T. 04. — C. 008. — arXiv: [2210.14246](https://arxiv.org/abs/2210.14246) [[hep-ph](https://arxiv.org/archive/hep)].
21. Axionic domain walls at Pulsar Timing Arrays: QCD bias and particle friction / S. Blasi [и др.] // *JHEP*. — 2023. — T. 11. — C. 169. — arXiv: [2306.17830](https://arxiv.org/abs/2306.17830) [[hep-ph](https://arxiv.org/archive/hep)].
22. *Hassan S., March-Russell J., Obied G.* Chern-Simons bubbles: Lopsided false vacuum decay in axion electrodynamics. — 2024. — arXiv: [2402.00119](https://arxiv.org/abs/2402.00119) [[hep-th](https://arxiv.org/archive/hep)].

23. *Iwazaki A.* Spontaneous magnetization of axion domain wall and primordial magnetic field // Phys. Rev. Lett. — 1997. — T. 79. — C. 2927–2930. — arXiv: [hep-ph/9705456](#).
24. *Fischler W., Preskill J.* DYON - AXION DYNAMICS // Phys. Lett. B. — 1983. — T. 125. — C. 165–170.
25. *Huang M. C., Sikivie P.* Structure of axionic domain walls // Phys. Rev. D. — 1985. — T. 32, ВЫП. 6. — C. 1560–1568.
26. Axionic defects in the CMB: birefringence and gravitational waves / R. Z. Ferreira [и др.] // JCAP. — 2024. — T. 05. — C. 066. — arXiv: [2312.14104 \[hep-ph\]](#).
27. *Blasi S.* Monodromic transparency of axion domain walls // JHEP. — 2025. — T. 05. — C. 013. — arXiv: [2412.15085 \[hep-ph\]](#).
28. *Favitta A. M., Brevik I. H., Chaichian M. M.* Axion electrodynamics: Green's functions, zero-point energy and optical activity // Annals Phys. — 2023. — T. 455. — C. 169396. — arXiv: [2302.13129 \[hep-th\]](#).
29. *Khoze V. V., Milne D. L.* Optical effects of domain walls // Physics Letters B. — 2022. — T. 829. — C. 137044.
30. *Yin W.* Direct Detection of Cosmic Walls with Paleo Detectors. — 2025. — arXiv: [2505.15764 \[hep-ph\]](#).
31. *Sikivie P.* Of Axions, Domain Walls and the Early Universe // Phys. Rev. Lett. — 1982. — T. 48. — C. 1156–1159.
32. *Preskill J., Wise M. B., Wilczek F.* Cosmology of the Invisible Axion // Phys. Lett. B / под ред. М. А. Srednicki. — 1983. — T. 120. — C. 127–132.
33. *Linde A. D., Lyth D. H.* Axionic domain wall production during inflation // Phys. Lett. B. — 1990. — T. 246. — C. 353–358.
34. *Khlopov M. Y., Rubin S. G., Sakharov A. S.* Primordial structure of massive black hole clusters // Astropart. Phys. — 2005. — T. 23. — C. 265. — arXiv: [astro-ph/0401532](#).

35. *Rubin S. G., Khlopov M. Y., Sakharov A. S.* Primordial black holes from nonequilibrium second order phase transition // Grav. Cosmol. / под ред. М. Y. Khlopov, М. E. Prokhorov, А. А. Starobinsky. — 2000. — Т. 6. — С. 51—58. — arXiv: [hep-ph/0005271](#).
36. Gravitational waves from domain wall collapse, and application to nanohertz signals with QCD-coupled axions / N. Kitajima [и др.] // Phys. Lett. B. — 2024. — Т. 851. — С. 138586. — arXiv: [2306.17146 \[hep-ph\]](#).
37. Collapse of Axion Domain Wall Induced by Helical Primordial Magnetic Fields / Z. Zhao [и др.]. — 2025. — arXiv: [2511.22949 \[astro-ph.CO\]](#).
38. Collapsing domain wall networks: impact on pulsar timing arrays and primordial black holes / R. Z. Ferreira [и др.] // JCAP. — 2024. — Т. 06. — С. 020. — arXiv: [2401.14331 \[astro-ph.CO\]](#).
39. High reheating temperature without axion domain walls / S. Nakagawa [и др.] // Phys. Lett. B. — 2026. — Т. 873. — С. 140177. — arXiv: [2509.24812 \[hep-ph\]](#).
40. Topological Defects and nano-Hz Gravitational Waves in Aligned Axion Models / T. Higaki [и др.] // JHEP. — 2016. — Т. 08. — С. 044. — arXiv: [1606.05552 \[hep-ph\]](#).
41. *Ge S., Guo J., Liu J.* New mechanism for primordial black hole formation from the QCD axion // Phys. Rev. D. — 2024. — Т. 109, № 12. — С. 123030. — arXiv: [2309.01739 \[hep-ph\]](#).
42. Primordial black hole dark matter from catastrogenesis with unstable pseudo-Goldstone bosons / G. B. Gelmini [и др.] // JCAP. — 2023. — Т. 06. — С. 055. — arXiv: [2303.14107 \[hep-ph\]](#).
43. *Gelmini G. B., Simpson A., Vitagliano E.* Catastrogenesis: DM, GWs, and PBHs from ALP string-wall networks // JCAP. — 2023. — Т. 02. — С. 031. — arXiv: [2207.07126 \[hep-ph\]](#).
44. *Gouttenoire Y., Vitagliano E.* Primordial black holes and wormholes from domain wall networks // Phys. Rev. D. — 2024. — Т. 109, № 12. — С. 123507. — arXiv: [2311.07670 \[hep-ph\]](#).

45. *Li H.-J., Zhou Y.-F.* Gravitational waves and primordial black holes from axion domain walls in level crossing\* // Chinese Physics C. — 2025. — T. 49, № 3. — C. 035101.
46. *Lu.* Primordial Black Holes from Domain Wall Density Fluctuations: Bridging Gravitational Wave Observations Across Two Frequency Bands. — 2024. — arXiv: [2409.10251](https://arxiv.org/abs/2409.10251) [[astro-ph.CO](https://arxiv.org/archive/astro-ph)].
47. *Dunsky D. I., Kongsore M.* Primordial black holes from axion domain wall collapse // JHEP. — 2024. — T. 06. — C. 198. — arXiv: [2402.03426](https://arxiv.org/abs/2402.03426) [[hep-ph](https://arxiv.org/archive/hep)].
48. *Mishra S., Yajnik U. A.* Primordial black holes from D-parity breaking in SO(10) grand unified theory // JCAP. — 2023. — T. 05. — C. 038. — arXiv: [2211.11980](https://arxiv.org/abs/2211.11980) [[astro-ph.CO](https://arxiv.org/archive/astro-ph)].
49. Resolving the QCD Axion Domain Wall Problem with a Light Axion / J. Lee [и др.]. — 2025. — arXiv: [2507.07075](https://arxiv.org/abs/2507.07075) [[hep-ph](https://arxiv.org/archive/hep)].
50. Bias with a Timer: Axion Domain Wall Decay and Dark Matter / S. Y. Hao [и др.]. — 2025. — arXiv: [2507.12268](https://arxiv.org/abs/2507.12268) [[hep-ph](https://arxiv.org/archive/hep)].
51. *Lazarides G., Shafi Q.* Axion Models with No Domain Wall Problem // Phys. Lett. B. — 1982. — T. 115. — C. 21–25.
52. *Murai K., Nakayama K.* Domain walls in Nelson-Barr axion model // JHEP. — 2025. — T. 09. — C. 099. — arXiv: [2412.19456](https://arxiv.org/abs/2412.19456) [[hep-ph](https://arxiv.org/archive/hep)].
53. The nano-hertz and milli-hertz stochastic gravitational waves in the minimal clockwork axion model / X. Yin [и др.]. — 2025. — arXiv: [2507.04281](https://arxiv.org/abs/2507.04281) [[hep-ph](https://arxiv.org/archive/hep)].
54. *Kitajima N.* Primordial black hole formation from collapsing domain walls with full general relativity. — 2025. — arXiv: [2510.22759](https://arxiv.org/abs/2510.22759) [[gr-qc](https://arxiv.org/archive/gr-qc)].
55. QCD axions and domain walls in hot and dense matter of compact stars / Z.-Y. Lu [и др.] // Eur. Phys. J. C. — 2025. — T. 85, № 12. — C. 1371. — arXiv: [2511.21995](https://arxiv.org/abs/2511.21995) [[hep-ph](https://arxiv.org/archive/hep)].
56. *Lewicki M., Toczek P., Vaskonen V.* Primordial black holes from strong first-order phase transitions // JHEP. — 2023. — T. 09. — C. 092. — arXiv: [2305.04924](https://arxiv.org/abs/2305.04924) [[astro-ph.CO](https://arxiv.org/archive/astro-ph)].

57. *Fugleberg T., Halperin I. E., Zhitnitsky A.* Domain walls and theta dependence in QCD with an effective Lagrangian approach // *Phys. Rev. D.* — 1999. — Т. 59. — С. 074023. — arXiv: [hep-ph/9808469](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9808469).
58. Cosmology of the companion-axion model: Dark matter, gravitational waves, and primordial black holes / *Z. Chen [и др.]* // *SciPost Phys.* — 2025. — Т. 18, № 6. — С. 175. — arXiv: [2110.11014](https://arxiv.org/abs/2110.11014) [[hep-ph](#)].
59. *Moursy A., Shafi Q.* Primordial monopoles, black holes and gravitational waves // *JCAP.* — 2024. — Т. 08. — С. 064. — arXiv: [2405.04397](https://arxiv.org/abs/2405.04397) [[hep-ph](#)].
60. Primordial gravitational wave backgrounds from phase transitions with next generation ground based detectors / *C. Caprini [и др.]* // *Class. Quant. Grav.* — 2025. — Т. 42, № 4. — С. 045015. — arXiv: [2406.02359](https://arxiv.org/abs/2406.02359) [[astro-ph.CO](#)].
61. Gravitational waves from domain walls in Pulsar Timing Array datasets / *R. Z. Ferreira [и др.]* // *JCAP.* — 2023. — Т. 02. — С. 001. — arXiv: [2204.04228](https://arxiv.org/abs/2204.04228) [[astro-ph.CO](#)].
62. *Gouttenoire Y., Vitagliano E.* Domain wall interpretation of the PTA signal confronting black hole overproduction // *Phys. Rev. D.* — 2024. — Т. 110, № 6. — С. L061306. — arXiv: [2306.17841](https://arxiv.org/abs/2306.17841) [[gr-qc](#)].
63. *Soda J., Takeuchi M.* Chiral gravitational waves from domain walls in Nieh-Yan gravity. — 2025. — arXiv: [2512.14063](https://arxiv.org/abs/2512.14063) [[gr-qc](#)].
64. *Eroshenko Y. N.* Spin of primordial black holes in the model with collapsing domain walls // *JCAP.* — 2021. — Т. 12, № 12. — С. 041. — arXiv: [2111.03403](https://arxiv.org/abs/2111.03403) [[astro-ph.CO](#)].
65. *Kirillov A. A., Murygin B. S., Nikulin V. V.* Soliton foam formation in the early Universe // *Phys. Lett. B.* — 2025. — Т. 860. — С. 139201. — arXiv: [2412.18997](https://arxiv.org/abs/2412.18997) [[hep-th](#)].
66. *Deng H., Garriga J., Vilenkin A.* Primordial black hole and wormhole formation by domain walls // *JCAP.* — 2017. — Т. 04. — С. 050. — arXiv: [1612.03753](https://arxiv.org/abs/1612.03753) [[gr-qc](#)].
67. *Landau L., Lifshitz E.* Fluid Mechanics: Volume 6. — Butterworth-Heinemann, 1987. — ISBN 9780080570730.
68. *Carslaw H., Jaeger J.* Conduction of Heat in Solids. — Clarendon Press, 1959. — (Oxford science publications).