

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ

КАФЕДРА №40
ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

УДК 52-55

ОТЧЕТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ
РЕЛАКСАЦИЯ КОЛЕБАНИЙ ДОМЕННОЙ СТЕНКИ

Научный руководитель
к.ф.-м.н.

_____ К. М. Белоцкий

Секретарь ГЭК
к.ф.-м.н., доцент

_____ А. А. Кириллов

Выполнил

_____ А. А. Куракин

Москва 2020

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1 Расчет скорости передачи энергии	3
1.1 Расчет матричного элемента	3
1.2 Оценочный расчет	8
2 Расчет замедление стенки	10
3 Оценка приращения температуры	12
Заключение	15
Список использованных источников	15

ВВЕДЕНИЕ

Первичные черные дыры (РВН) являются источником значительного интереса на протяжении длительного времени. Возможность существования таких объектов была предсказана Зельдовичем и Новиковым. Несмотря на отсутствие доказательств их существования, имеется множество наблюдательных данных, которые могут быть проинтерпретированы в рамках гипотезы возникновения черных дыр (ВН) на начальных этапах зарождения Вселенной [1].

В этой связи можно отметить недавнее открытие гравитационных волн коллаборацией LIGO, интерпретируемое как слияние двойных систем черных дыр с массами порядка $30 M_{\odot}$ и низкими угловыми моментами, что с трудом вписывается в механизм возникновения черных дыр в результате коллапса звезд.

Важной проблемой, стоящей перед современной астрофизикой, является проблема существования сверхмассивных черных дыр (SMBH) в центрах эллиптических и линзовидных галактик. Предполагаемая масса SMBH составляет величину порядка млрд. M_{\odot} . Теория формирования таких массивных объектов посредством аккреции окружающего вещества сталкивается с серьезными трудностями. Возможным решением данной проблемы могла бы стать гипотеза формирования галактик вокруг РВН.

Интерес к РВН проявляется и в контексте одной из важнейших проблем современной физики - проблемы природы скрытой массы (DM). Так результатом работы ряда коллабораций (MACHO, EROS, OGLE и др.) стало наблюдение актов гравитационного микролинзирования на компактных объектах в гало нашей галактики, и РВН являются одним из возможных кандидатов на роль таких объектов.

Одной из возможных моделей формирования РВН является образование в результате коллапса доменных стенок [2; 3]. В результате фазовых переходов (ФП) во время и после инфляционной стадии происходит образование замкнутых доменных стенок, отделяющих друг от друга дискретный набор вакуумов. Образовавшаяся несферизованная стенка эволюционирует: при взаимодействии с горячей плазмой происходит диссипация кинетической энергии стенки. В результате колебания доменной стенки затухают, энергия передается окружающей плазме, что приводит к её дополнительному нагреву. Далее стенка сферизуется и коллапсирует в ВН.

В данной работе рассматривается эволюция стенки в результате эффекта трения, связанного со взаимодействием с горячей плазмой, окружающей стенку. Промежуточной целью работы является определение скорости передачи энергии плазме, скорости роста температуры и расчет замедления доменной стенки.

1 Расчет скорости передачи энергии

1.1 Расчет матричного элемента

Промежуточной целью работы является определение скорости передачи энергии окружающей плазме, скорости роста температуры и расчет замедления доменной стенки.

Рассматриваем следующий лагранжиан взаимодействия [4–6]

$$L_{int} = \kappa J_z \partial_z \chi(z.t) \quad (1)$$

где $J_\mu = \bar{\psi} \gamma_\mu \psi$ спинорный ток, $\kappa = i/f$

$$\chi(z, t) = -4f \operatorname{arctg} \left(\exp \left[\frac{\Lambda^2}{f} \gamma(z + ut) \right] \right) \quad (2)$$

Стенка движется в отрицательном направлении оси z со скоростью u . Для оценки будем полагать скорость стенки равной: $u = 0.5$, $\gamma \approx 1.2$ Тогда получим следующее выражение для $\partial_z \chi(z.t)$:

$$\partial_z \chi(z.t) = -\frac{f\gamma}{d} \frac{1}{\operatorname{ch} \left(\frac{\gamma}{2d}(z + ut) \right)} \quad (3)$$

где выше введен параметр толщины стенки d :

$$d = \frac{f}{2\Lambda^2} \quad (4)$$

Матричный элемент взаимодействия записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} M &= \langle k' | \int d^4x L_{int} | k \rangle = -i\bar{u}(\mathbf{k}') \gamma_3 u(\mathbf{k}) \int \frac{\gamma}{d} \frac{e^{i(k'-k)x}}{\operatorname{ch} \left(\frac{\gamma}{2d}(z + ut) \right)} = \\ &= -i\bar{u}(\mathbf{k}') \gamma_3 u(\mathbf{k}) \frac{\gamma}{d} (2\pi)^2 \delta^{(2)}(\mathbf{q}_{\parallel}) \int dt dz \frac{e^{i(E'-E)t} e^{-i(k'_z - k_z)z}}{\operatorname{ch} \left(\frac{\gamma}{2d}(z + ut) \right)} = \\ &= -i\bar{u}(\mathbf{k}') \gamma_3 u(\mathbf{k}) (2\pi)^2 \delta^{(2)}(\mathbf{q}_{\parallel}) \int dt e^{i(E'-E+uq_z)t} \int d\tilde{z} \frac{e^{-\frac{2d}{\gamma} i q_z \tilde{z}}}{\operatorname{ch}(\tilde{z})} = \\ &= -i\bar{u}(\mathbf{k}') \gamma_3 u(\mathbf{k}) (2\pi)^4 \delta^{(2)}(\mathbf{q}_{\parallel}) \delta(E' - E + uq_z) \frac{1}{\operatorname{ch} \left(\frac{q_z \pi d}{\gamma} \right)} \end{aligned} \quad (5)$$

Квадрат модуля матричного элемента:

$$|M|^2 = (2\pi)^6 \overline{|\bar{u}(\mathbf{k}')\gamma_3 u(\mathbf{k})|^2} \delta^{(2)}(\mathbf{q}_{\parallel}) \delta(E' - E + uq_z) ST \frac{1}{\text{ch}^2\left(\frac{q_z \pi d}{\gamma}\right)} \quad (6)$$

горизонтальная черта обозначает суммирование по конечным и усреднение по начальным поляризациям.

$$\overline{|\bar{u}(\mathbf{k}')\gamma_3 u(\mathbf{k})|^2} = 2[2k_3 k'_3 + (k, k') - m^2] = 2[EE' - k_{\parallel} k'_{\parallel} + k_3 k'_3 - m^2] \quad (7)$$

т.к. продольная компонента импульса сохраняется, то

$$\overline{|\bar{u}(\mathbf{k}')\gamma_3 u(\mathbf{k})|^2} = 2[EE' - k_{\parallel}^2 + k_3 k'_3 - m^2]$$

$$\bar{u}(\mathbf{k}')\gamma_3 u(\mathbf{k})\big|_{k'_3=-k_3} = 0, \quad \bar{u}(\mathbf{k}')\gamma_3 u(\mathbf{k})\big|_{k'_3=k_3} = 2k_3$$

Передачу энергии плазме на единицу площади, в единицу времени вычисляем следующим образом:

$$\Delta E = \int V dn(\mathbf{k}) \frac{|M|^2 V d^3 k'}{ST (2\pi)^3 4V^2 EE'} (E' - E) \quad (8)$$

где

$$dn(\mathbf{k}) = C \exp(-E(\mathbf{k})/T) \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \quad (9)$$

распределение начальных частиц по импульсу, нормировочная постоянная $C = 5\pi^2$ определяется из условия

$$n_{tot} \approx N(g^*) T^3 \approx 5T^3 \quad (10)$$

Тогда с учетом (7), (9) выражение для переданной энергии запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta E = C \int \frac{d^3 k d^3 k'}{4EE'} \exp\left(-\frac{E(\mathbf{k})}{T}\right) & 2[EE' - k_{\parallel} k'_{\parallel} + k_3 k'_3 - m^2] \cdot \\ \cdot \delta^{(2)}(\mathbf{q}_{\parallel}) \delta(E' - E - uq_z) & \frac{1}{\text{ch}^2\left(\frac{q_z \pi d}{\gamma}\right)} (E' - E) \end{aligned} \quad (11)$$

Проинтегрируем по продольным компонентам импульса рассеявшегося фермиона: k'_x, k'_y (интегралы снимаются дельта функцией $\delta^{(2)}(\mathbf{q}_{\parallel}) = \delta(k_x - k'_x) \delta(k_y - k'_y)$):

$$\begin{aligned}
\Delta E &= C \int \frac{d^3 k dk'_z}{4E \sqrt{k_z'^2 + k_{\parallel}^2 + m^2}} \exp\left(-\frac{E}{T}\right) \cdot \\
&\cdot 2 \left[E \sqrt{k_z'^2 + k_{\parallel}^2 + m^2} - k_{\parallel}^2 + k_z k'_z - m^2 \right] \cdot \\
&\cdot \delta\left(\sqrt{k_z'^2 + k_{\parallel}^2 + m^2} - E + u(k'_z - k_z)\right) \frac{1}{\text{ch}^2\left(\frac{(k'_z - k_z)\pi d}{\gamma}\right)} \cdot \\
&\cdot \left(\sqrt{k_z'^2 + k_{\parallel}^2 + m^2} - E\right)
\end{aligned} \tag{12}$$

Распишем дельта функцию следующим образом:

$$\begin{aligned}
&\delta\left(\sqrt{k_z'^2 + k_{\parallel}^2 + m^2} - E + u(k'_z - k_z)\right) = \\
&= \frac{\sqrt{k_{z(i)}'^2 + k_{\parallel}^2 + m^2}}{\left|k_{z(i)}' + u\sqrt{k_{z(i)}'^2 + k_{\parallel}^2 + m^2}\right|} \delta(k'_z - k_{z(i)}'),
\end{aligned} \tag{13}$$

где

$$\begin{aligned}
k'_{z(1)} &= \frac{-2uE - k_z(1 + u^2)}{1 - u^2} \\
k'_{z(2)} &= k_z
\end{aligned} \tag{14}$$

Первый корень отвечает частице изменившей свою энергию при рассеянии, что нас интересует. Второй корень отвечает прохождению стенки насквозь без изменения энергии - не дает вклад в нагрев вещества (занулит интеграл (8)). В случае неподвижной стенки $u = 0$ оба корня совпадают и равны: k_z .

Интегрирование по энергии рассеянной частицы снимается дельта-функцией:

$$\begin{aligned}
\Delta E &= C \int \frac{\pi k_{\parallel} dk_{\parallel} dk_z}{E(\mathbf{k})} \exp\left(-\frac{E}{T}\right) \cdot \\
&\cdot \left[E(\mathbf{k}) \sqrt{k_{z(1)}'^2 + k_{\parallel}^2 + m^2} - k_{\parallel}^2 + k_z k_{z(1)}' - m^2 \right] \cdot \\
&\cdot \frac{\left(\sqrt{k_{z(1)}'^2 + k_{\parallel}^2 + m^2} - E(\mathbf{k})\right)}{\left|k_{z(1)}' + u\sqrt{k_{z(1)}'^2 + k_{\parallel}^2 + m^2}\right|} \text{ch}^{-2}\left(\frac{(k_{z(1)}' - k_z)\pi d}{\gamma}\right)
\end{aligned} \tag{15}$$

Интегрирование ведется в следующих пределах: $k_{\parallel} = 0 \div \infty$, $k_z = 0 \div \infty$ - налетающие частицы движутся в положительном направлении оси z .

Ограничим параметры модели следующими пределами: $\Lambda \sim 1 \div 10^6$ ГэВ, $f \sim 10^{14} \div 10^{18}$ ГэВ. Тогда толщина стенки, определяемая формулой (4), будет заключена в широких пределах $d = 0.5 \cdot (10^2 \div 10^{18})$ ГэВ⁻¹

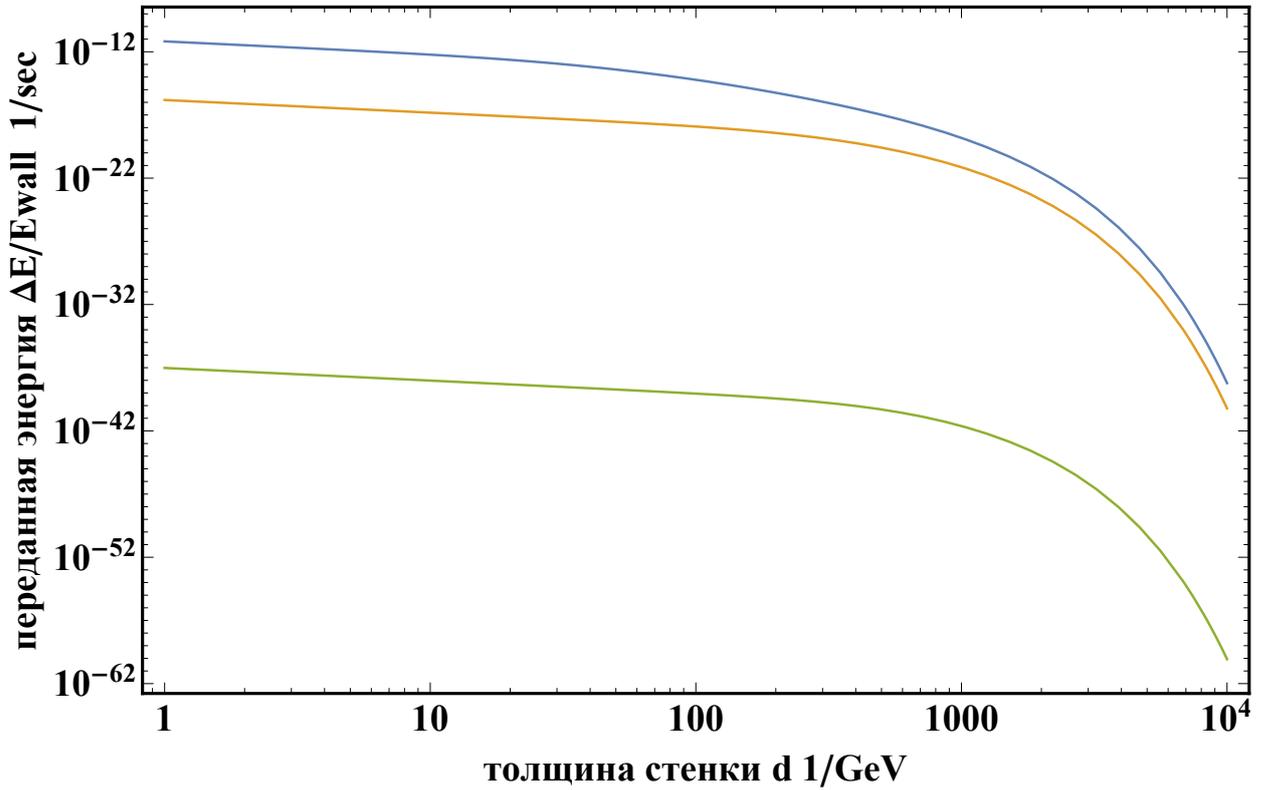


Рисунок 1 – Зависимость скорости передачи энергии с единицы площади стенки отнесенная к поверхностной плотности энергии от параметра толщины стенки d

На рис 1 представлена зависимость отношения скорости передачи энергии отнесенная к единице площади к поверхностной плотности энергии стенки в зависимости от параметра толщины d . Из 1 видно, что

На рис 2 представлена зависимость отношения числа отраженных частиц к числу пошедших сквозь стенку от параметра толщины стенки. Видно, что с ростом толщины наблюдается резкий спад, отвечающей ситуации, когда частицы начинают проходить сквозь стенку, не чувствуя ее. Такой характер зависимости связан с наличием экспоненциально растущего фактора от гиперболического косинуса в уравнении (6). В случае прохождения стенки аргумент гиперболического косинуса зануляется, т.к. переданный импульс $q_z = 0$ и, таким образом, экспоненциальное подавление для вероятности прохождения с ростом толщины отсутствует.

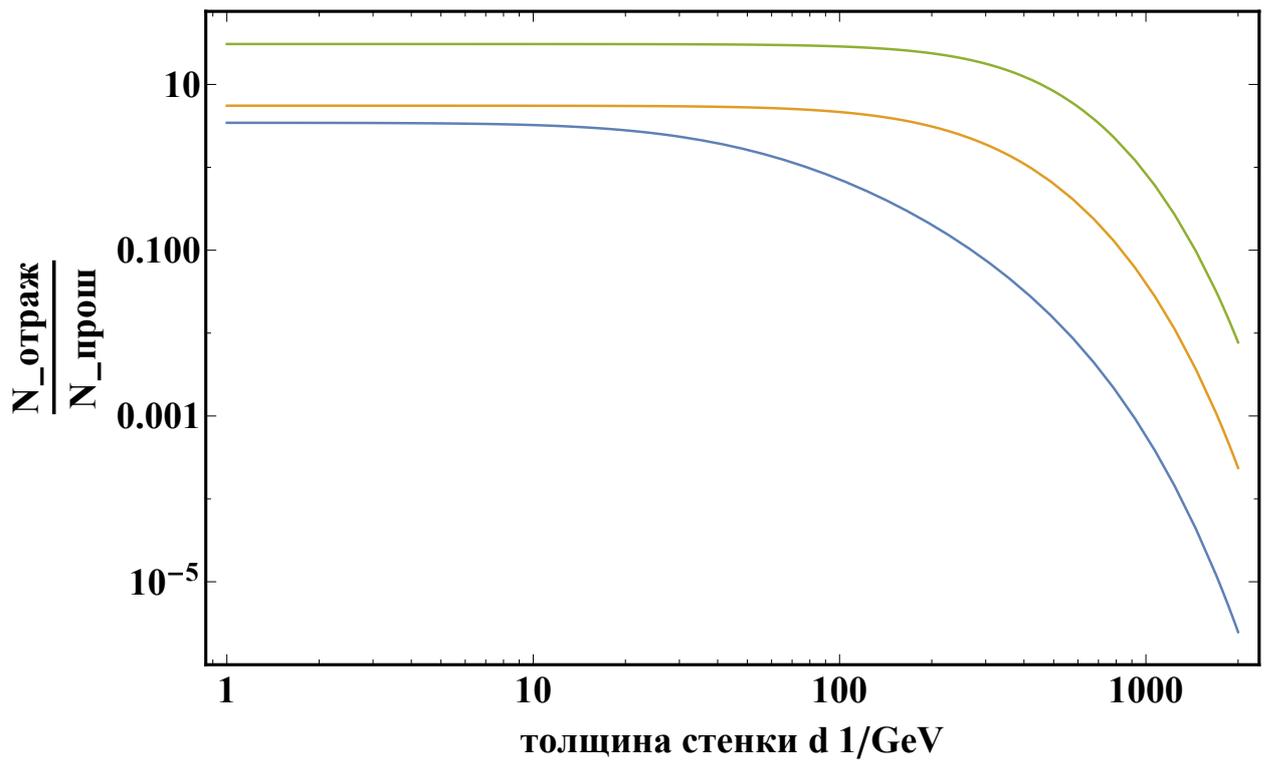


Рисунок 2 – Отношение числа отраженных частиц к числу прошедших в зависимости от толщины стенки d ; зеленая кривая $T=10$ кэВ,оранжевая - $T=100$ кэВ,синия - $T=1$ МэВ

1.2 Оценочный расчет

Проведем грубый оценочный расчет скорости передачи энергии от единицы площади. При проведении оценки будем предполагать, что все частицы при столкновении со стенкой отражаются. Будем также полагать, что поток частиц направлен нормально на стенку (забудем про подавление по спиральности для рассеяния назад) Таким образом, оценочная формула может быть записана как:

$$dE/dt \sim [E'(T) - E(T)] \cdot n_{tot} \cdot v_{rel} \quad (16)$$

где энергия, переданная при столкновении:

$$E' - E = -uq_z = 2u \frac{uE(T) + k_z(T)}{1 - u^2} \approx 2u \frac{um + \sqrt{3mT}}{1 - u^2} \quad (17)$$

скорость движения частицы относительно стенки:

$$v_{rel} = \frac{v(T) + u}{1 + uv(T)} \sim \frac{\sqrt{3T/m} + u}{1 + u\sqrt{3T/m}} \quad (18)$$

$v = \sqrt{3T/m}$ - среднеквадратичная скорость движения нерелятивистских электронов.

Прозрачность для протонов.

Пусть масса $m = 1$ ГэВ, температура $T = 100$ кэВ, толщина стенки $d = 100$ ГэВ.

$$k'_z - k_z = -2 \frac{uE + k_z}{1 - u^2} \sim -2 \frac{um + \sqrt{mT}}{1 - u^2} \Bigg|_{m=1\text{ГэВ}, T=100 \text{ кэВ}} \sim -2 \frac{um}{1 - u^2} \quad (19)$$

Тогда в (15) стоит следующий член:

$$\begin{aligned} \left(\cosh \frac{d(k'_z - k_z)}{\gamma} \right)^{-2} &\sim \exp \left(2 \frac{d(k'_z - k_z)}{\gamma} \right) \\ &\sim \exp(-2.3d \cdot m) \sim \exp(-2.3 \cdot 100 \text{ ГэВ}^{-1} \cdot 1\text{ГэВ}) = \exp(-230) \end{aligned} \quad (20)$$

Для $m \sim 1$ МэВ (электроны) получим:

$$\exp(-2.3 \cdot d \cdot m) \sim \exp(-230 \cdot 0.5 \cdot 10^{-3}) = \exp(-0.115) \quad (21)$$

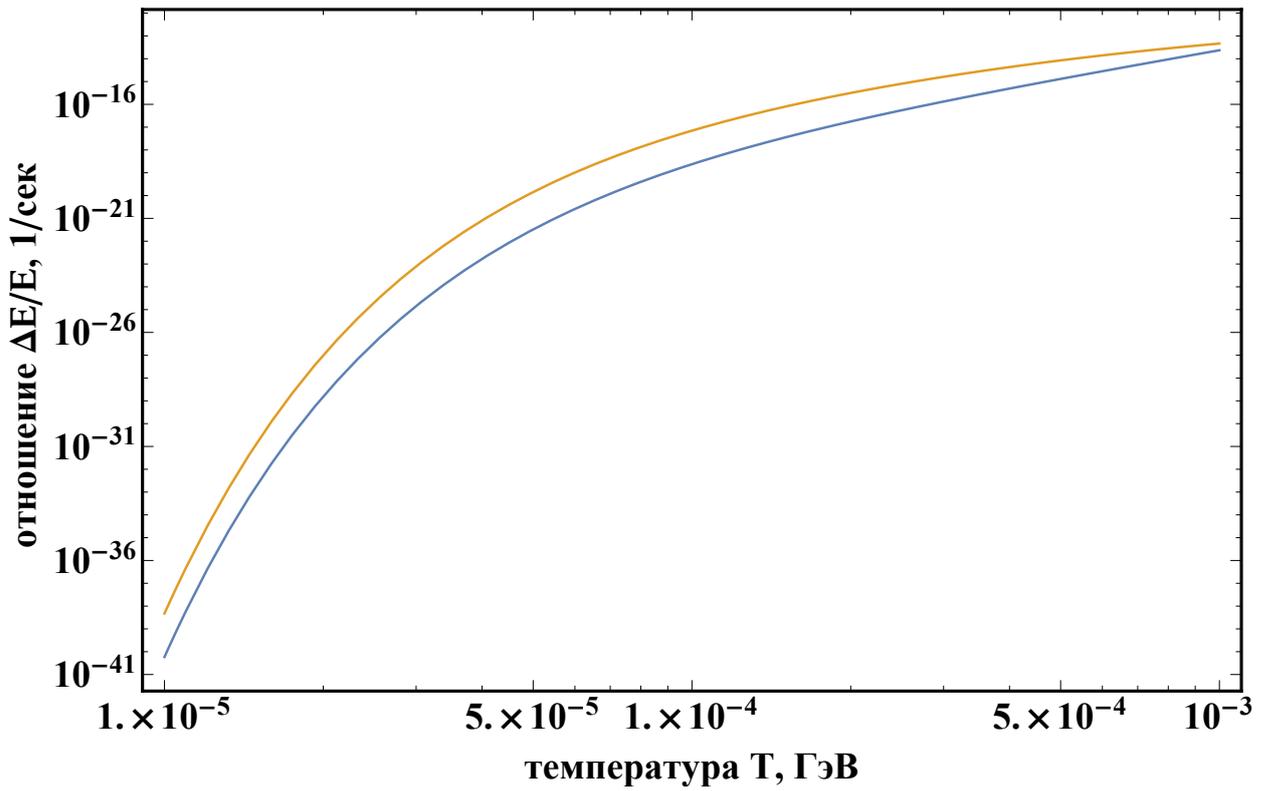


Рисунок 3 – Зависимость скорости передачи энергии от единицы площади стенки от температуры среды; синяя кривая соответствует оценке (16), оранжевая - (15). Расчет проводился для $d = 100 \text{ГэВ}^{-1}$

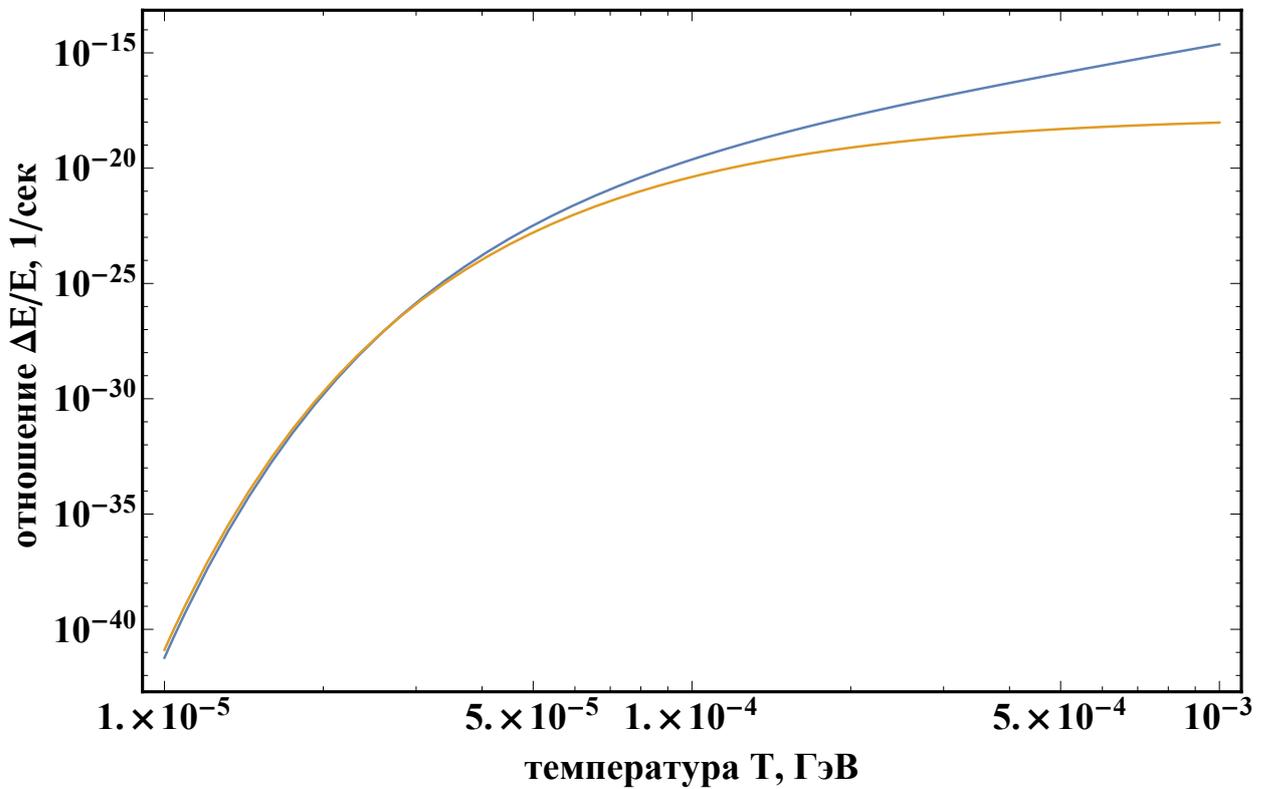


Рисунок 4 – Зависимость скорости передачи энергии от единицы площади стенки от температуры среды; синяя кривая соответствует оценке (16), оранжевая - (15). Расчет проводился для $d = 100 \text{ГэВ}^{-1}$

2 Расчет замедление стенки

Получим зависимость скорости движения доменной стенки от времени, в предположении, что замедление скорости идет только за счет взаимодействия с плазмой. Для простоты будем описывать скорость передачи энергии плазме уравнением (16). Скорость изменения энергии стенки определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{M}{\sqrt{1-u^2}} &= \frac{M u \dot{u}}{(1-u^2)^{3/2}} = -[E'(T) - E(T)] \cdot CT^3 \cdot v_{rel} = \\ &= -2u \frac{um + \sqrt{3mT}}{1-u^2} \cdot CT_0^3 \cdot \frac{\sqrt{3T/m} + u}{1 + u\sqrt{3T/m}} \end{aligned}$$

где T_0 - температура в момент отцепления.

Откуда получим следующее уравнение:

$$\int_{u_0}^u \frac{du'}{\sqrt{1-u'^2}} \frac{1 + \alpha u'}{(u' + \alpha)^2} = - \left. \frac{\sqrt{1-u'^2}}{u' + \alpha} \right|_{u_0}^u = -2 \int_0^t dt' \frac{m}{M} CT_0^3 \quad (22)$$

где $\alpha = \sqrt{3T/m}$, $m = 0.5\text{МэВ}$ масса электрона, $M = 16\Lambda^4 d$ - поверхностная плотность массы стенки. Результаты вычисления зависимости скорости стенки от времени представлены на рис 5, 6. В зависимости от температуры, Λ , d время торможения сильно меняется - сложно уместить на одном графике.

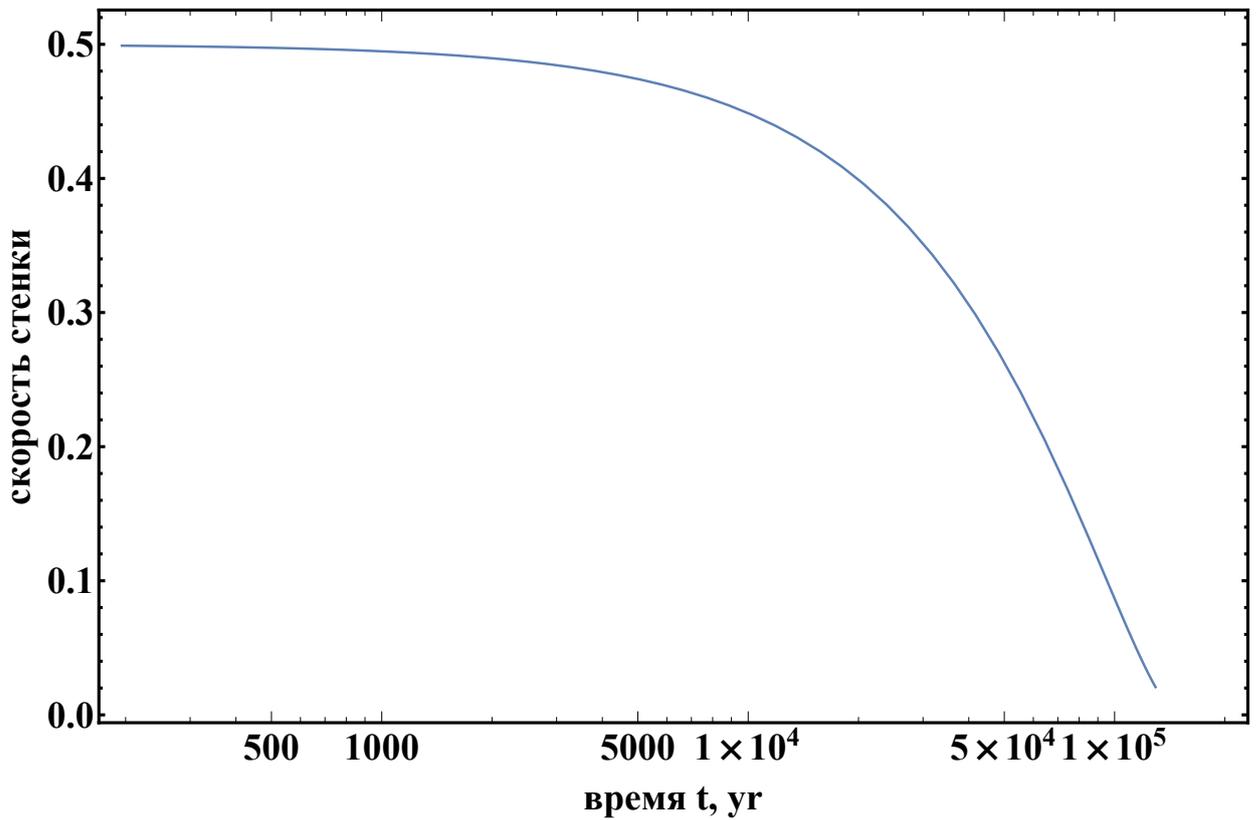


Рисунок 5 – Зависимость скорости доменной стенки от времени при температуре $T = 1 \text{ MeV}$. Параметр $\Lambda = 10^6 \text{ GeV}$, толщина стенки $d = 100 \text{ keV}$

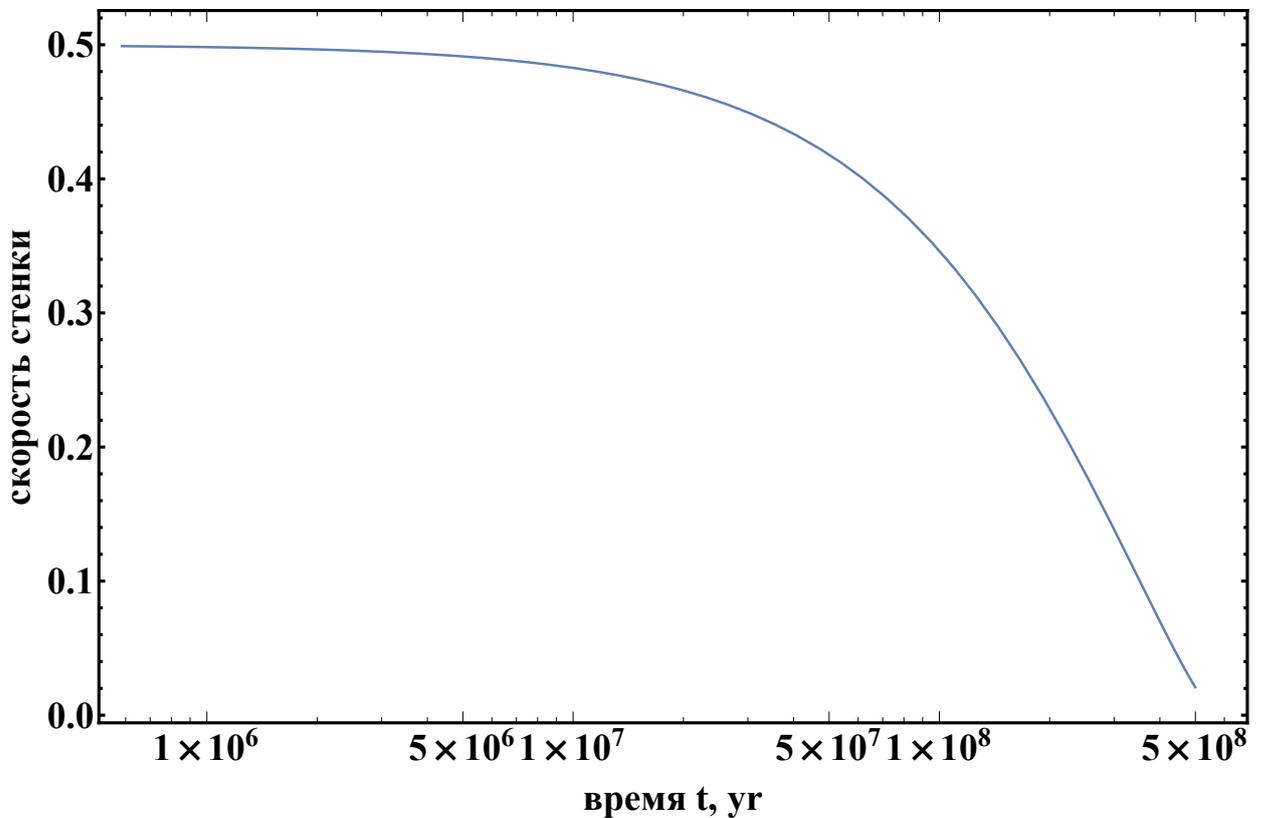


Рисунок 6 – Зависимость скорости доменной стенки от времени при температуре $T = 100 \text{ keV}$. Параметр $\Lambda = 10^6 \text{ GeV}$, толщина стенки $d = 100 \text{ keV}$

3 Оценка приращения температуры

Поверхностная энергия отождествляется с поверхностной плотностью массы стенки:

$$M = \int_{-\infty}^{+\infty} dz T^{00} = \int_{-\infty}^{+\infty} dz \left[\frac{1}{2} (\partial_z \chi)^2 + \Lambda^4 (1 - \cos(\chi/f)) \right] \quad (23)$$

Полная масса стетки:

$$M_{tot} = MS \quad (24)$$

где S - площадь стенки. Кинетическая энергия стенки определяется как:

$$E_{kin} = M_{tot}(\gamma - 1) \quad (25)$$

Положим для оценки полную массу стенки равной $1M_{\odot} = 1.2 \cdot 10^{57}$ ГэВ, скорость стенки как и ранее $u = 0.5$. Тогда кинетическая энергия стенки:

$$E_{kin} = 1.2 \cdot 10^{57} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - 0.5^2}} - 1 \right) = 1.7 \cdot 10^{56} \text{ ГэВ} \quad (26)$$

Будем считать, что вся кинетическая энергия стенки перешла в нагрев горячей области кластера. Тогда приращение энергии плазмы оценим как:

$$E_{kin} = \frac{3}{2} V n(T_0) \Delta T, \quad (27)$$

где $n(T_0)$ - концентрация электронов в момент отщепления - определяется уравнением (9). Откуда выразим приращение температуры плазмы за счет взаимодействия с доменной стенкой как:

$$\Delta T = \frac{E_{kin}}{\frac{3}{2} V n(T_0)}, \quad (28)$$

где объем V - объем кластера:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi (1.56 \cdot 10^{32})^3 = 1.59 \cdot 10^{97} \text{ ГэВ}^{-3} \quad (29)$$

радиус кластера $R = 1 \text{ пк} = 1.56 \cdot 10^{32} \text{ ГэВ}^{-1}$. Результаты расчета приращения температуры кластера по формуле (28) приведены на рис. 7, ??,

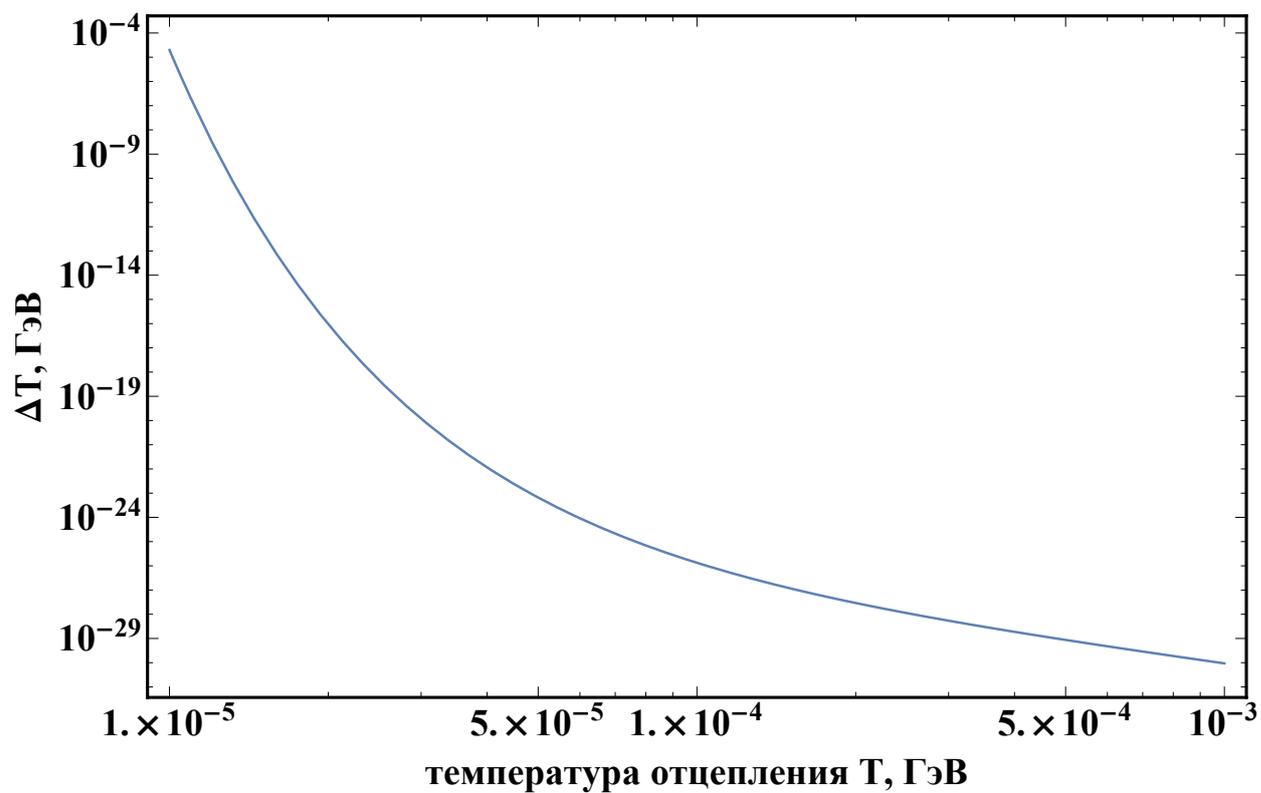


Рисунок 7 – Зависимость преращения температуры от температуры отцепления

Заключение

В данной работе было проведено рассмотрение взаимодействия доменной стенки с окружающей горячей плазмой. Рассматриваемая модель не предполагает полное отражение частиц. Был проведен расчет скорости передачи энергии от единицы площади стенки плазме. Проанализирована зависимость от толщины стенки, температуры, скорости стенки.

Проведен оценочный расчет временной зависимости скорости доменной стенки в среде от времени при фиксированной температуре кластера.

Получена оценка приращения температуры в результате диссипации энергии стенки при взаимодействии с электронами.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. *Clesse S., García-Bellido J.* Seven Hints for Primordial Black Hole Dark Matter // *Phys. Dark Univ.* — 2018. — т. 22. — с. 137–146. — arXiv: [1711.10458 \[astro-ph.CO\]](#).
2. Clusters of primordial black holes / К. М. Belotsky [и др.] // *Eur. Phys. J. C.* — 2019. — т. 79, № 3. — с. 246. — arXiv: [1807.06590 \[astro-ph.CO\]](#).
3. *Deng H., Vilenkin A., Yamada M.* CMB spectral distortions from black holes formed by vacuum bubbles // *JCAP.* — 2018. — т. 07. — с. 059. — arXiv: [1804.10059 \[gr-qc\]](#).
4. *Khlopov M. Y., Rubin S. G.* Cosmological pattern of microphysics in the inflationary universe. Vol. 144. — Springer Science & Business Media, 2013.
5. *Rubin S. G., Sakharov A. S., Khlopov M. Y.* The Formation of primary galactic nuclei during phase transitions in the early universe // *J. Exp. Theor. Phys.* — 2001. — Vol. 91. — P. 921–929. — arXiv: [hep-ph/0106187](#).
6. Солитоны и инстантоны в квантовой теории поля: Пер. с англ / Р. Раджараман [и др.]. — Мир, 1985.