

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

УДК 539.12

ОТЧЕТ ПО НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ
СТУДЕНТА:
ПОИСК ПОДАВЛЕНИЯ ВЫХОДА ФОТОНА ОТ РАСПАДА
ЧАСТИЦЫ СКРЫТОЙ МАССЫ

Научный руководитель
к.ф.-м.н., ВНС

_____ К. М. Белоцкий

Секретарь ГЭК
к.ф.-м.н., доцент

_____ А. А. Кириллов

Выполнил

_____ А. Х. Камалетдинов

Москва, 2020

Содержание

Содержание	1
1 Введение	2
2 Оценка вероятности выхода фотонов от распада частиц скрытой массы.	4
2.1 Расчёт для скалярной частицы X	6
2.2 Расчёт для векторной частицы X	8
3 Случай зарядово-сопряжённой вершины	10
3.1 Расчёт для скалярной частицы X	12
3.2 Расчет для векторной частицы X	13
4 Более сложные модели взаимодействующей скрытой массы	14
5 Сравнение вершин взаимодействия на уровне распределения ширин распада по энергиям выхода γ	16
6 Рассмотрение вершины взаимодействия, зависящей от импульса распадающейся частицы	18
7 Рассмотрение петлевых вкладов:	20
8 Пузырьковые диаграммы:	22
9 Треугольная диаграмма	24
10 Заключение	29
Список использованных источников	31

1 Введение

В 2006 году на околоземную орбиту был запущен спутник „Ресурс ДК1“, на борту которого проводился эксперимент ПАМЕЛА [1]. Его основной задачей было изучение потоков античастиц в космических лучах в интервале от 100 МэВ до сотен ГэВ. Позднее эксперимент AMS-02 [2] значительно уточнил данные ПАМЕЛА опубликованные в 2009 году. Данные этих экспериментов указали на наличие аномально большого потока позитронов при энергиях выше 100 ГэВ. (см. рис.1).

Одним из популярных объяснений позитронной аномалии является распад или аннигиляция частиц скрытой массы в Галактике. В результате таких процессов могут рождаться обычные частицы (фотоны, лептоны, кварки). В последнее время выяснилось, что неизбежное появление фотонов в таких моделях приводит к противоречию с данными по космическому изотропному гамма-фону (IRGB) [3–10]. Нашей группой ранее в качестве решения данной проблемы предлагалась модель темного диска (ТД). [3–8], В рамках этой модели предполагается, что скрытая масса содержит малую "активную" компоненту (аннигилирующую или распадающуюся), сконцентрированную в галактическом диске. Это позволяет подавить гамма-излучение от скрытой массы. А именно - рассматривались две компоненты ТМ - пассивная, образующая гало и активная, которая дает сигнал в космических позитронах и образует диск. В результате удалось добиться значительно лучшего согласия теоретически предсказываемых спектров с экспериментальными данными [11]. При этом минимальное значение χ^2 отнесённое к числу степеней свободы оказалось равным приблизительно 1.

В данной работе рассматривается альтернативная попытка подавления гамма-излучения. Она основывается на изучении возможности такого подавления за счет особенности физики взаимодействия частиц скрытой массы, приводящего к их распаду. Рассматриваются разные параметризации лагранжиана этого взаимодействия с целью изучения возможности подавления выхода гамма-квантов за счет этих параметров.

Рассматриваемая в данной работе физика взаимодействия скрытой массы может быть учтена в модели тёмного диска, а так же в других моделях, описывающих подавление гамма фона в спектре космического излучения от распадов частиц скрытой массы для дополнительного улучшения параметра χ^2 в этих теориях.

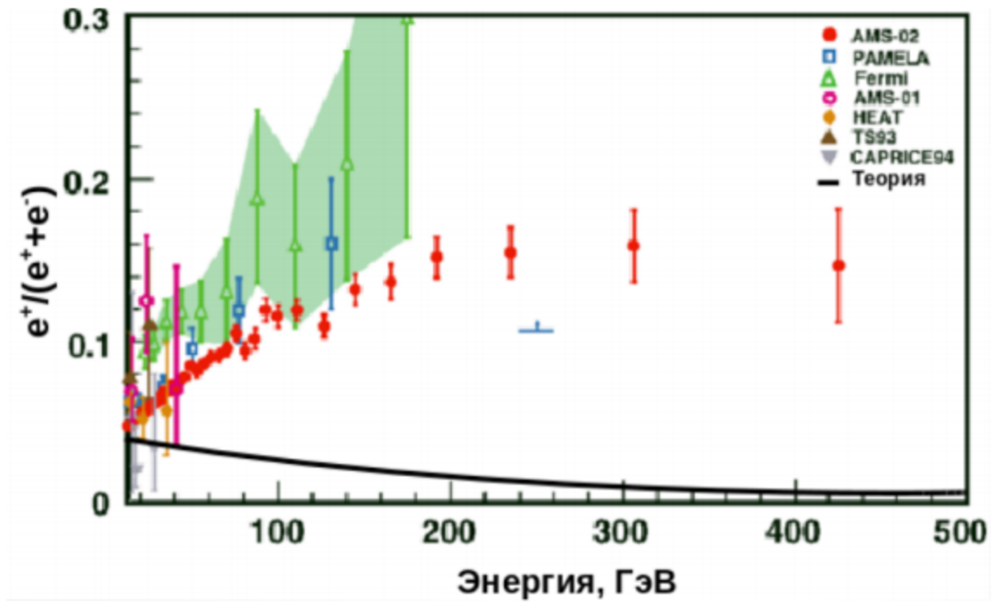
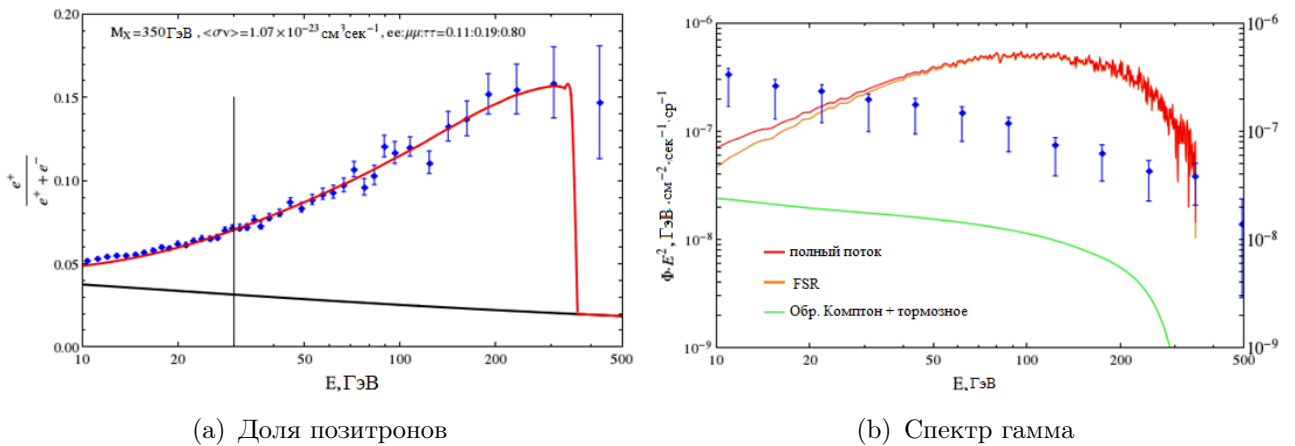


Рисунок 1 — Данные экспериментов по потокам позитронов в космических лучах, а так же теоретически ожидаемый спектр частиц.



(a) Доля позитронов

(b) Спектр гамма

Рисунок 2 — Сравнение экспериментальных данных по доле космических позитронов и гамма для модели нестабильной ТМ в гало.

2 Оценка вероятности выхода фотонов от распада частиц скрытой массы.

Добиться уменьшения теоретически предсказываемого выхода фотонов при образовании позитронов можно с помощью рассмотрения физики взаимодействия скрытой массы. Рассматриваются распады частиц ТМ на электрон-позитронную (e^+e^-) пару и на (e^+e^-) и фотон. Диаграммы соответствующих процессов, описываемых лагранжианами взаимодействия скрытой массы (1) приведены на рисунках 3, 4.

Цель этой работы состоит в поиске такого теоретического описания распада скрытой массы (на диаграммах это входит в вершины, отмеченные закрашенными кружками), которое приводило бы к подавлению испускания фотона при таком распаде. Подавление выхода фотонов в распаде скрытой массы должно улучшить параметр χ^2 .

Были рассмотрены распады нестабильной тёмной материи по двух-лептонным модам. Конечный лептон в такой реакции может испустить фотон [12–14]. Частицу тёмной материи X при этом планируется рассмотреть как скалярную, псевдоскалярную, векторную и аксиально-векторную. Также будет рассмотрен зарядово-сопряжённый вариант вершины взаимодействия скрытой массы.

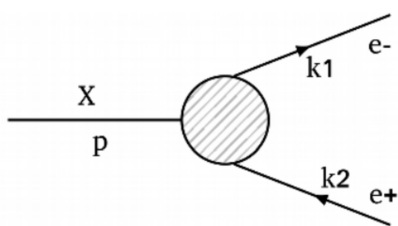


Рисунок 3 — Диаграмма Фейнмана для двухчастичного распада частицы скрытой массы.

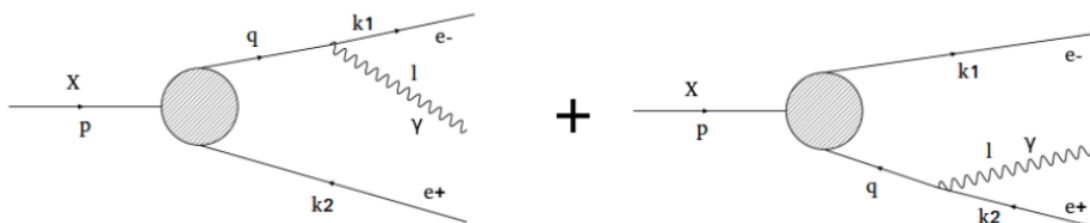


Рисунок 4 — Диаграммы Фейнмана для трёхчастичного распада частицы скрытой массы.

Соответствующие лагранжианы взаимодействия будут иметь вид [12]:

$$\mathcal{L}_s = X\bar{\psi}\psi, \quad \mathcal{L}_{ps} = X\bar{\psi}\gamma^5\psi, \quad \mathcal{L}_v = \bar{\psi}\gamma^\mu\psi X_\mu, \quad \mathcal{L}_{pv} = \bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5\psi X_\mu. \quad (1)$$

Идея подавления выхода фотонов в данной работе состоит в том, чтобы использовать разные комбинации скалярной и псевдо-скалярной связи в лагранжиане взаимодействия

$$\mathcal{L}_{scalar} = X\bar{\psi}(a + b\gamma^5)\psi \quad (2)$$

или векторной и аксиально-векторной связи

$$\mathcal{L}_{vector} = \bar{\psi}\gamma^\mu(a + b\gamma^5)X_\mu\psi, \quad (3)$$

и понять, какие константы (a, b) связи нужно подобрать, чтобы подавить фотон.

Подавление выхода фотона в конечном состоянии означает, что отношение ширины распада частицы скрытой массы с последующим испусканием фотона (рис.4) к ширине распада без фотона (двухчастичный распад) рис.3 становится минимальным. То есть:

$$\frac{\Gamma(X \rightarrow e^+e^-\gamma)}{\Gamma(X \rightarrow e^+e^-)} = \min. \quad (4)$$

Расчёты производились аналитически. Для проверки использовался пакет FeynCalc [15] для Wolfram Mathematica 11.

2.1 Расчёт для скалярной частицы X.

Лагранжиан взаимодействия в данном случае имеет вид:

$$\mathcal{L}_{scalar} = X\bar{\psi}(a + b\gamma^5)\psi. \quad (5)$$

Для двухчастичного распада $X \rightarrow e^+e^-$, изображённого на Рис.5.

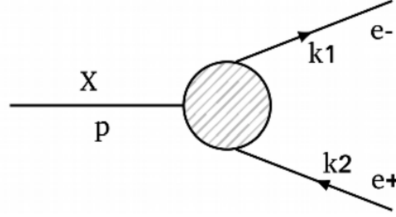


Рисунок 5 — Диаграмма Фейнмана для двухчастичного распада частицы скрытой массы.

Матричный элемент и квадрат матричного элемента процесса запишутся в виде:

$$M = \bar{u}(a + b\gamma^5)v \quad |M|^2 = Tr(\hat{k}_1(a + b\gamma^5)\hat{k}_2(a - b\gamma^5)) = 4(a^2 + b^2)(k_1k_2). \quad (6)$$

Для трёхчастичного распада $X \rightarrow e^+e^-\gamma$, изображённого на Рис.6.

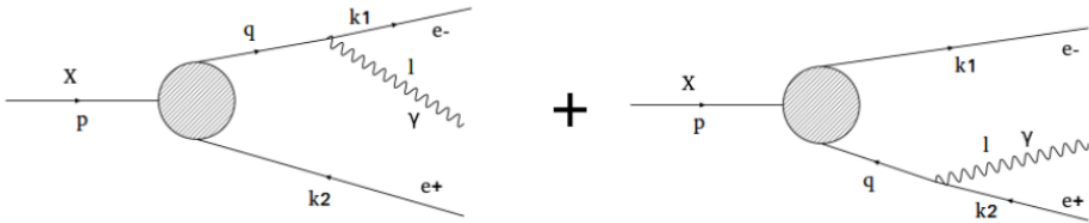


Рисунок 6 — Диаграммы Фейнмана для трёхчастичного распада частицы скрытой массы.

Матричный элемент процесса запишется в виде:

$$M = \frac{\bar{u}_1(a + b\gamma^5)(\hat{k}_2 + \hat{l})\gamma^\mu\epsilon_\mu v_2}{(k_2 + l)^2} + \frac{\bar{u}_1\gamma^\mu\epsilon_\mu(\hat{k}_1 + \hat{l})(a + b\gamma^5)v_2}{(k_1 + l)^2}, \quad (7)$$

А квадрат матричного элемента:

$$|M|^2 = 16(a^2 + b^2)\left[\frac{(k_1l)(k_2l)}{(k_1 + l)^4} - 2\frac{(k_1k_2 + k_1l)(k_1k_2 + k_2l)}{(k_1 + l)^2(k_2 + l)^2} + \frac{(k_1l)(k_2l)}{(k_2 + l)^4}\right]. \quad (8)$$

Видно, что отношение ширин распада

$$\frac{\Gamma(X \rightarrow e^+e^-\gamma)}{\Gamma(X \rightarrow e^+e^-)} \quad (9)$$

оказывается не зависящим от параметров a и b . Поскольку в таком отношении фактор $(a^2 + b^2)$ сокращается. Таким образом, для выбранного взаимодействия скалярной частицы X никаким выбором параметров a и b не удаётся добиться подавления выхода фотона в конечном состоянии.

Взаимодействие подобного типа не решает проблемы с гамма в спектре космического излучения

2.2 Расчёт для векторной частицы X.

Возникло предположение, что ситуация будет обстоять иначе в случае векторного взаимодействия. Такой лагранжиан взаимодействия принимает вид:

$$\mathcal{L}_{vector} = \bar{\psi}\gamma^\mu(a + b\gamma^5)X_\mu\psi. \quad (10)$$

Для двухчастичного распада $X \rightarrow e^+e^-$, изображённого на Рис.7.

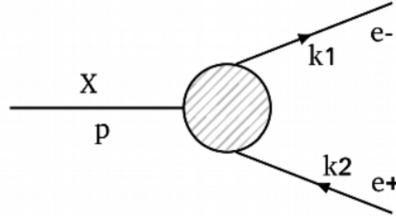


Рисунок 7 — Диаграмма Фейнмана для двухчастичного распада частицы скрытой массы.

Матричный элемент процесса запишется в виде:

$$M = \bar{u}_1\gamma^\mu(a + b\gamma^5)X_\mu v_2, \quad (11)$$

а квадрат матричного элемента:

$$|M|^2 = \frac{4(a^2 + b^2)(m^2(k_1k_2) + 2(pk_1)(pk_2))}{m^2} \quad (12)$$

Для трёхчастичного распада $X \rightarrow e^+e^-\gamma$, изображённого на Рис.8.

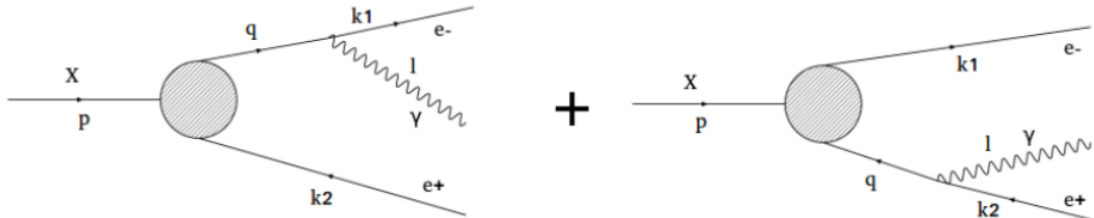


Рисунок 8 — Диаграммы Фейнмана для трёхчастичного распада частицы скрытой массы.

Матричный элемент процесса запишется в виде:

$$M = \frac{\bar{u}_1\gamma^\mu(a + b\gamma^5)X_\mu(\hat{k}_2 + \hat{l})\gamma^\nu\epsilon_\nu v_2}{(k_2 + l)^2} + \frac{\bar{u}_1\gamma^\nu\epsilon_\nu(\hat{k}_1 + \hat{l})\gamma^\mu(a + b\gamma^5)X_\mu v_2}{(k_1 + l)^2}, \quad (13)$$

а квадрат матричного элемента:

$$|M|^2 = \frac{16(a^2 + b^2)}{m^2} \left[\frac{(k_1 l)(m^2(k_2 l) + 2(k_2 p)(lp))}{(k_1 + l)^4} + \frac{(k_2 l)(m^2(k_1 l) + 2(k_1 p)(lp))}{(k_2 + l)^4} - \frac{2(m^2(k_1 k_2)^2 + (k_1 k_2)(m^2((k_1 l) + (k_2 l)) + (lp)((k_1 p) + (k_2 p)) + 2((k_1 p)(k_2 p))) - ((k_1 p) - (k_2 p))((k_1 p)(k_2 l) - (k_1 l)(k_2 p))}{(k_1 + l)^2(k_2 + l)^2} \right]. \quad (14)$$

Здесь m - масса частицы X

Легко видеть, что как и в случае со скалярной частицей X , в данном случае снова отношение сечений взаимодействия оказывается не зависящим от параметров a и b . Рассмотрением векторного взаимодействия добиться подавления гамма не удаётся никаким выбором параметров a и b . Результаты так же были представлены в [16; 17]

3 Случай зарядово-сопряжённой вершины

Рассмотрение вариантов теорий, в которых частица ТМ является скалярной и векторной не позволили добиться подавления выхода фотона в конечном состоянии посредством использования скалярных и псевдоскалярных связей, а так же векторных и псевдовекторных в лагранжиане взаимодействия.

Была выдвинута идея о том, что нужно искать такое взаимодействие, при котором псевдоскалярная связь давала бы вклад в ширину трёхчастичного распада, но не давала никакого вклада в ширину двухчастичного. Этого можно добиться при помощи введения тождественности частиц в конечном состоянии. Принцип запрета Паули в такой теории может привести к исчезновению "симметричности" ситуаций со вкладами от параметризаций вершины в ширины двухчастичного и трёхчастичного распадов, поскольку в этом случае псевдоскалярная связь, возможно, в двухчастичном распаде "не выживет" вследствие запрета Паули, но продолжит давать вклад в сечение трёхчастичного распада.

Такая ситуация с тождественностью спинорных полей в конечном состоянии возникает при рассмотрении одного из них в лагранжиане взаимодействия скрытой массы в зарядово-сопряжённом виде.

$$\mathcal{L}_C = X\bar{\psi}^C(a + b\gamma^5)\psi + X^*\bar{\psi}(a + b\gamma^5)\psi^C. \quad (15)$$

В такой теории дважды заряженная частица X имеет канал распада $X \rightarrow e^+e^+$, а соответствующая античастица X^* может распадаться по каналу $X^* \rightarrow e^-e^-$. Подобные модели частиц скрытой массы были рассмотрены в работах [18; 19], Видно, что в такой теории действительно возникает тождественность частиц в конечном состоянии.

Будем рассматривать случай, в котором начальное состояние фиксировано и выражается как $X|p\rangle$. То есть в начальном состоянии присутствует только частица X . Тогда можно рассматривать только одно слагаемое лагранжиана взаимодействия:

$$\mathcal{L}_C = X\bar{\psi}^C(a + b\gamma^5)\psi. \quad (16)$$

Диаграмма двухчастичного распада в такой теории выглядит следующим образом. Рис.9. В силу тождественности частиц - фермионов в конечном состоянии диаграмма была антисимметризована.

Диаграмма трёхчастичного распада в теории с зарядово-сопряжённым спи-

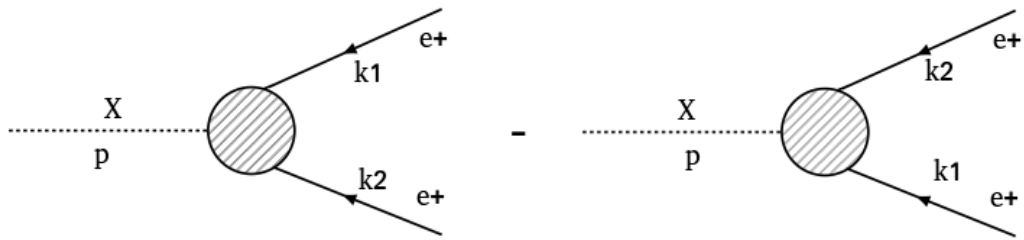


Рисунок 9 — Диаграммы Фейнмана для двухчастичного распада частицы скрытой массы в зарядово-сопряжённом случае.

нором приведена ниже. Рис.10.

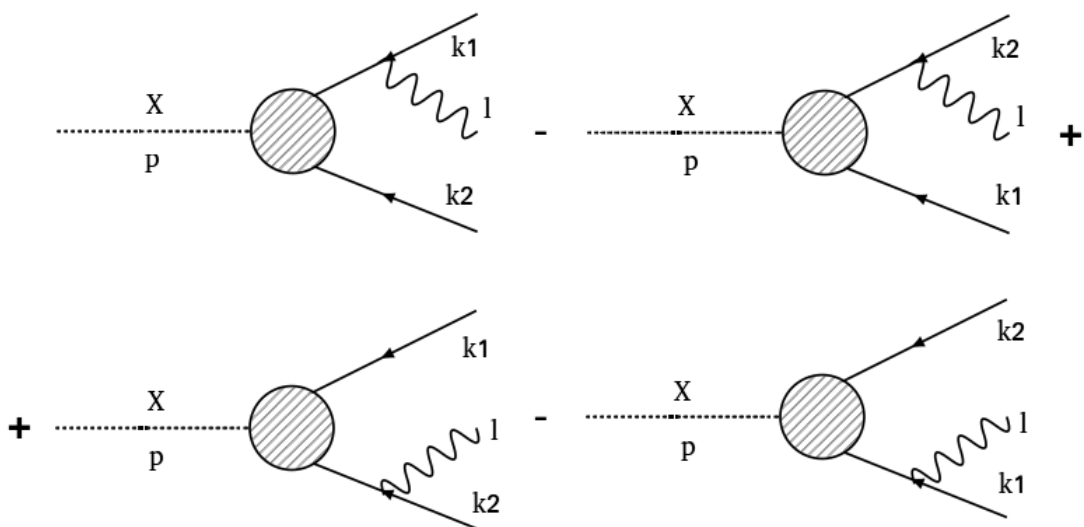


Рисунок 10 — Диаграммы Фейнмана для трёхчастичного распада частицы скрытой массы в зарядово-сопряжённом случае.

Для построения соответствующих матричных элементов для начала воспользуемся вторичным квантованием дираковских спиноров[12]

$$\Psi(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} \sum_s \left(a_p^s u^s(p) e^{-ipx} + b_p^{s\dagger} v^s(p) e^{ipx} \right), \quad (17)$$

$$\bar{\Psi}(y) = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_q}} \sum_r \left(b_q^r \bar{v}^r(q) e^{-iqy} + a_q^{r\dagger} \bar{u}^r(q) e^{iqy} \right). \quad (18)$$

Вакуум определяется как такое состояние, что: $a_p^s |0\rangle = b_p^s |0\rangle = 0$.

В дальнейшем будет учитываться, что:

$$\bar{\Psi}^C = (-i\gamma^2 \Psi^*)^\dagger \gamma^0 = \Psi^T (-i\gamma^2)^T \gamma^0 = \Psi^T C^T \gamma^0.$$

3.1 Расчёт для скалярной частицы X

Лагранжиан, описывающий распады скалярной частицы X приведен в формуле (17).

Матричный элемент для двухчастичного распада (Рис.9) определяется как:

$$\begin{aligned} M &= \langle k_1 k_2 | X \overbrace{\Psi^C}^{\quad} (a + b\gamma^5) \Psi | p \rangle - \langle k_1 k_2 | X \overbrace{\Psi^C}^{\quad} (a + b\gamma^5) \Psi | p \rangle = \\ &= \langle k_1 k_2 | X \overbrace{\Psi^T C^T \gamma^0}^{\quad} (a + b\gamma^5) \Psi | p \rangle - \langle k_1 k_2 | X \overbrace{\Psi^T C^T \gamma^0}^{\quad} (a + b\gamma^5) \Psi | p \rangle = \\ &= v^T(k_1) C^T \gamma^0 (a + b\gamma^5) v(k_2) - v^T(k_2) C^T \gamma^0 (a + b\gamma^5) v(k_1). \end{aligned} \quad (19)$$

Аналогично для трёхчастичного распада (Рис. 10) он будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned}
M = & \langle k_1 k_2 l | \overline{X \Psi_a^C} (a + b\gamma^5)_{ab} \Psi_b \overline{\Psi_c} \gamma_{cd}^\mu \Psi_d A_\mu | p \rangle - \\
& - \langle k_1 k_2 l | \overline{X \Psi_a^C} (a + b\gamma^5)_{ab} \Psi_b \overline{\Psi_c} \gamma_{cd}^\mu \Psi_d A_\mu | p \rangle + \\
& + \langle k_1 k_2 l | \overline{X \Psi_a^C} (a + b\gamma^5)_{ab} \Psi_b \overline{\Psi_c} \gamma_{cd}^\mu \Psi A_\mu | p \rangle - \\
& - \langle k_1 k_2 l | \overline{X \Psi_a^C} (a + b\gamma^5)_{ab} \Psi_b \overline{\Psi_c} \gamma_{cd}^\mu \Psi_d A_\mu | p \rangle = \\
& = \frac{v^T(k_1) C \gamma^0 \gamma^\mu (\hat{k}_1 + \hat{l}) (a + b\gamma^5) v(k_2) \epsilon_\mu(l)}{(k_1 l)} + \\
& + \frac{v^T(k_1) C \gamma^0 (a + b\gamma^5) (\hat{k}_2 + \hat{l}) \gamma^\mu v(k_2) \epsilon_\mu(l)}{(k_2 l)}.
\end{aligned} \tag{20}$$

Соответствующие квадраты амплитуд двухчастичного и трехчастичного распадов приведены ниже:

$$|M|_2^2 = 4m_x^2(a^2 + b^2), \quad |M|_3^2 = 16(a^2 + b^2)(\dots).$$

Как легко видеть, отношение соответствующих ширин распада скалярной частицы скрытой массы на тождественные фермионы вновь не будет зависеть от параметризации лагранжиана взаимодействия.

3.2 Расчет для векторной частицы X

Слагаемое в Лагранжиане, дающее вклад в распады векторных частиц ТМ в тождественные позитроны имеет следующий вид:

$$\mathcal{L}_{vector}^C = \overline{\psi^C} \gamma^\mu (a + b\gamma^5) X_\mu \psi. \tag{21}$$

Соответствующий матричный элемент процесса ($X \rightarrow e^+ e^+$) двухчастичного распада (Рис. 9) приведен ниже:

$$\begin{aligned}
M = & \langle k_1 k_2 | \overline{\Psi^C} \gamma^\mu (a + b\gamma^5) \Psi X_\mu | p \rangle - \langle k_1 k_2 | \overline{\Psi^C} \gamma^\mu (a + b\gamma^5) \Psi X_\mu | p \rangle = \\
= & v^T(k_1) \gamma^2 \gamma^0 \gamma^\mu (a + b\gamma^5) v(k_2) X_\mu(p) - v^T(k_1) \gamma^2 \gamma^0 \gamma^\mu (a - b\gamma^5) v(k_2) X_\mu(p) = \\
= & b v^T(k_1) \gamma^2 \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^5 v(k_2) X_\mu(p).
\end{aligned} \tag{22}$$

Таким образом квадрат матричного оказывается равным:

$$|M|^2 = 8m_x^2 b^2. \quad (23)$$

Аналогичные расчеты приводят к следующему виду квадрата матричного элемента в случае трех-частичного распада векторной частицы ТМ с испусканием гамма в конечном состоянии ($X \rightarrow e^+ e^+ \gamma$) (Рис. 10)

$$|M|^2 = \frac{16b^2}{m_x^2} F(k_1, k_2, l, m). \quad (24)$$

Где $F(k_1, k_2, l, m)$ - функция импульсов k_1, k_2, l позитронов и фотона, соответственно, в конечном состоянии, а так же массы m_x распадающейся векторной частицы скрытой массы.

Вновь отношение ширины трехчастичного распада векторной частицы скрытой массы ($X \rightarrow e^+ e^+ \gamma$) к ширине двухчастичного распада ($X \rightarrow e^+ e^+$) оказывается не зависящим от параметризации лагранжиана взаимодействия.

4 Более сложные модели взаимодействующей скрытой массы

В поисках моделей взаимодействующей скрытой массы, для которых не наблюдается сокращение параметризации лагранжиана, о которой шла речь ранее были рассмотрены следующие теории с приведенными ниже лагранжианами взаимодействия, где мы пренебрегали массой конечных лептонов:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & XY^*Y + Y\bar{\Psi}^C(a + b\gamma^5)\Psi + Y^*\bar{\Psi}(a - b\gamma^5)\Psi^C - \\ & - \bar{\Psi}\gamma^\mu A_\mu\Psi + A_\mu Y\partial^\mu Y^* + A_\mu Y^*\partial^\mu Y, \end{aligned} \quad (25)$$

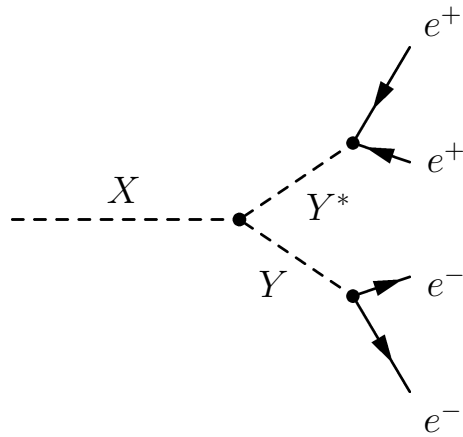
где X - скалярное действительное поле, Y - комплексное скалярное дважды заряженное поле.

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & Y\partial^\mu X_\mu Y^* + X_\mu\partial^\mu Y Y^* + X_\mu\partial^\mu Y^* Y + X_\mu A^\mu Y^* Y + Y\bar{\Psi}^C(a + b\gamma^5)\Psi + \\ & + Y^*\bar{\Psi}(a - b\gamma^5)\Psi^C - \bar{\Psi}\gamma^\mu A_\mu\Psi + A_\mu Y\partial^\mu Y^* + A_\mu Y^*\partial^\mu Y, \end{aligned} \quad (26)$$

X - действительное векторное поле, Y - комплексное скалярное дважды

заряженное поле.

Соответствующая диаграмма распадов частицы X приведена ниже



Отношение ширин распадов $\Gamma(X \rightarrow e^+, e^+, e^-, e^-, \gamma)/\Gamma(X \rightarrow e^+, e^+, e^-, e^-)$ в этих теориях снова не зависело от параметризации лагранжиана взаимодействия.

5 Сравнение вершин взаимодействия на уровне распределения ширин распада по энергиям выхода γ

Как было ранее показано, отношение $\Gamma(X \rightarrow e^+, e^-, \gamma)/\Gamma(X \rightarrow e^+, e^-)$ не зависит от параметров модели a и b в случае простейших вершин взаимодействия скрытой массы. Это означает, что уменьшить выход γ в этих случаях можно лишь уменьшением выхода самих e^+, e^- , которые излучают фотоны в конечном состоянии. Однако число позитронов фиксировано спектром позитронной аномалии и не может варьироваться при поиске подавления выхода фотонов.

Однако такое подавление может быть так же связано со спином начальной распадающейся частицы скрытой массы. Чтобы выяснить, какой случай (распады скалярных или векторных частиц X) более выгодны для решения поставленной задачи, мы сравнили распределения по энергиям соответствующих отношений ширин распадов для векторной и скалярной связей:

Аналитические выражения для распределений ширины трехчастичного распада по энергиям были получены вручную и сравнивались с соответствующими распределениями в CalcHEP, [20], модели для которого генерировались с использованием программы LanHEP [21].

Для вершин $\mathcal{L} = X\bar{\Psi}\Psi$, $\mathcal{L} = X\bar{\Psi}\gamma^5\Psi$ был получен следующий результат:

$$\frac{\partial\sigma(e^-e^+\gamma)/\partial\omega}{\sigma(e^-e^+)} = -\frac{e^2(m^2 - 2m\omega + 2\omega^2) \log\left(\left|\frac{m-2E_1}{m-2(E_1+\omega)}\right|\right)}{4\pi^2 m^2 \omega} \Bigg|_{E_1^-}^{E_1^+}.$$

Аналогичные вычисления были проделаны для векторных вершин

$$\mathcal{L} = X_\mu\bar{\Psi}\gamma^\mu\Psi, \mathcal{L} = X_\mu\bar{\Psi}\gamma^\mu\gamma^5\Psi:$$

$$\frac{\partial\sigma(e^-e^+\gamma)/\partial\omega}{\sigma(e^-e^+)} = -\frac{e^2(m^2 - 2m\omega + 2\omega^2) \log\left(\left|\frac{m-2E_1}{m-2(E_1+\omega)}\right|\right) - 4E_1\omega}{4\pi^2 m^2 \omega} \Bigg|_{E_1^-}^{E_1^+}.$$

Как можно видеть, выход фотонов на высоких энергиях оказывается меньшим в случае распадов скалярных частиц скрытой массы. Это связано с дополнительным слагаемым $+4E_1\omega$, возникающим в выражении для распределения по энергиям ширины распадов векторной частицы X . Аналитические вычисления прове-

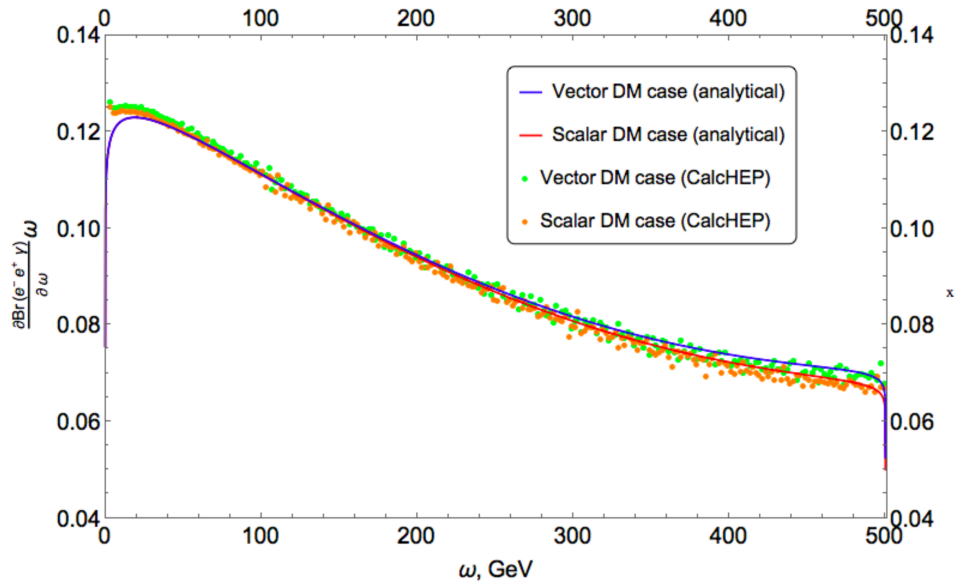


Рисунок 11 — Сравнение выхода γ для случаев распадов скалярных и векторных частиц скрытой массы вместе с соответствующими результатами CalcHEP.

рялись на каждом этапе расчета при помощи программного пакета FeynCalc [15]. Конечное распределение по энергиям сравнивалось с результатами программы CalcHEP [20]. Данные результаты были опубликованы в работе [22]. Графики соответствующих распределений приведены на рисунке 11.

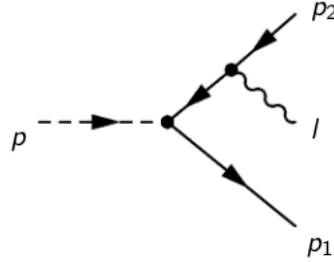
6 Рассмотрение вершины взаимодействия, зависящей от импульса распадающейся частицы

В попытке добиться различия зависимостей от параметров a и b между трехчастичными и двухчастичными распадами, был построен класс вершин взаимодействия, имеющих зависимость от импульса распадающейся частицы:

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi}\gamma^\mu\left(a + \frac{b(\gamma^\nu\partial_\nu)}{m}\right)X_\mu\Psi \quad \mathcal{L} = \bar{\Psi}\gamma^\mu\left(a + \frac{b(\gamma^\nu\partial_\nu)(\gamma^\rho\partial_\rho)\dots}{m^n}\right)X_\mu\Psi$$

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi}\gamma^\mu\left(a\gamma^5 + \frac{b(\gamma^\nu\partial_\nu)}{m}\right)X_\mu\Psi \quad \dots$$

Подобная зависимость позволяет добиться различия в зависимости от параметров a и b между распадами $(X \rightarrow e^+e^-)$ и $(X \rightarrow e^+e^-\gamma)$, поскольку:



В случае двухчастичного распада в силу уравнения дирака $\hat{p}_2 v(p_2) = 0$:

$$M \sim \bar{u}(p_1)\gamma^\mu\left(a + b\frac{\hat{p}_1 + \hat{p}_2}{m}\right)v(p_2) = \bar{u}(p_1)\gamma^\mu\left(a + b\frac{\hat{p}_1}{m}\right)v(p_2).$$

В случае же трехчастичного распада подобного не происходит и амплитуда оказывается функцией каждого из импульсов p_1, p_2, l

$$M \sim \bar{u}(p_1)\gamma^\mu\left(a + b\frac{\hat{p}_1 + \hat{p}_2 + \hat{l}}{m}\right)\left[\frac{\hat{p}_2 + \hat{l}}{(p_2 + l)^2}\hat{\epsilon}(l)\right]v(p_2),$$

что приводит к различию зависимости трехчастичного и двухчастичного распадов от параметров модели. Например для вершины $\mathcal{L} = \bar{\Psi}\gamma^\mu\left(a + \frac{b(\gamma^\nu\partial_\nu)}{m}\right)X_\mu\Psi$ распределение имеет вид:

$$\frac{\partial\sigma(3)/\partial\omega}{\sigma(2)} = \frac{e^2\left((2a^2 + b^2)m(m^2 - 2m\omega + 2\omega^2)\log\left(\left|\frac{m-2E_1}{m-2(E_1+\omega)}\right|\right) - 8E_1\omega(a^2m + 2b^2\omega)\right)}{-4\pi^2m^3\omega(2a^2 + b^2)}\Bigg|_{E_1^-}^{E_1^+}.$$

Однако и в этом случае варьирование параметров a и b не приводит к существенному положительному результату в задаче подавления выхода γ .

Кроме того класс таких вершин ограничен и невозможно их существенное усложнение до полиномов $f(\hat{p})$ произвольной степени, поскольку в силу известного соотношения $\hat{p}\hat{p} \equiv p^2 = m^2$ оказывается что:

$$\begin{aligned} f(\hat{p}) &= a + b\frac{\hat{p}}{m} + c\frac{\hat{p}\hat{p}}{m^2} + d\frac{\hat{p}\hat{p}\hat{p}}{m^3} + \dots + A\gamma^5 + B\gamma^5\frac{\hat{p}}{m} + C\gamma^5\frac{\hat{p}\hat{p}}{m^2} + D\gamma^5\frac{\hat{p}\hat{p}\hat{p}}{m^3} + \dots = \\ &= a + b\frac{\hat{p}}{m} + c + d\frac{\hat{p}}{m} + \dots + A\gamma^5 + B\gamma^5\frac{\hat{p}}{m} + C\gamma^5 + D\gamma^5\frac{\hat{p}}{m} = \\ &= (a + c + \dots) + (b + d + \dots)\frac{\hat{p}}{m} + (A + C + \dots)\gamma^5 + (B + D + \dots)\gamma^5\frac{\hat{p}}{m}. \end{aligned}$$

Таким образом $f(\hat{p})$ оказывается линейной функцией по \hat{p} .

Есть вероятность, что рассмотрение более сложных неполиномиальных зависимостей вершины взаимодействия от импульса распадающейся частицы скрытой массы и импульсов конечных частиц может помочь в решении задачи подавления гамма.

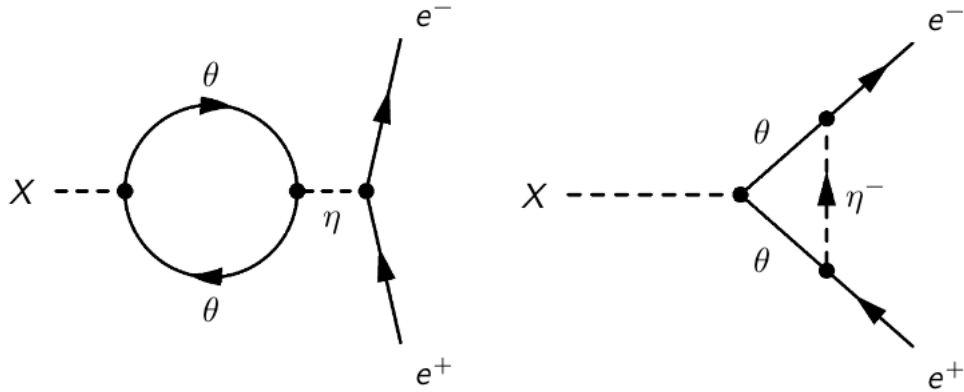
7 Рассмотрение петлевых вкладов:

Как было показано, наличие зависимости вершины взаимодействия от импульсов начальной и конечных частиц приводит к решению проблемы сокращения параметризации в случае рассмотрения отношения $\Gamma(X \rightarrow e^+, e^-, \gamma)/\Gamma(X \rightarrow e^+, e^-)$ ширины трехчастичного распада к ширине двухчастичного. Простейшая линейная зависимость такой вершины от импульса распадающейся частицы не привела к существенному подавлению выхода фотонов, что приводит к рассмотрению более сложных зависимостей вершины от импульсов. Наиболее естественным способом получения таких вершин является рассмотрение петлевых диаграмм распадов частиц скрытой массы на e^+, e^- .

В этом случае параметры модели a и b становятся функциями энергии распада:

$$a \rightarrow F_1(\sqrt{s}), \quad b \rightarrow F_2(\sqrt{s}).$$

Были рассмотрены следующие петлевые процессы:



Соответствующие лагранжианы взаимодействия этих моделей имеют вид:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_\circ &= X\bar{\theta}(a + i b\gamma^5)\theta + \eta\bar{\theta}(c + i d\gamma^5)\theta + \eta\bar{\Psi}\Psi \\ \mathcal{L}_\Delta &= X\bar{\theta}(a + i b\gamma^5)\theta + \eta\bar{\theta}(c + i d\gamma^5)\Psi + \eta^*\bar{\Psi}(c + i d\gamma^5)\theta. \end{aligned}$$

где X, η - скалярные частицы скрытой массы, θ - фермион.

Для расчета использовалась процедура редукции Пассарино и Вельтмана для однопетлевых интегралов, подробно описанная в работах [23–25]. Результаты проверялись на каждом шаге вычисления при помощи программных пакетов FeynCalc [15] и PackageX [26]. Дополнительная проверка амплитуд производилась при помощи пакета FeynRules [27]

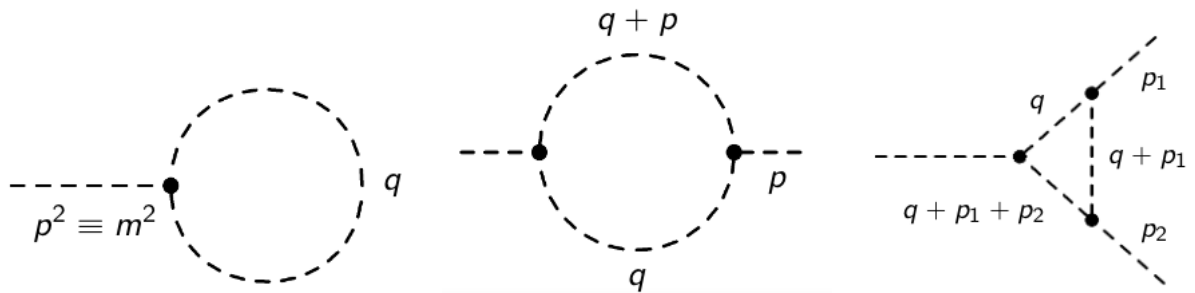
Данная процедура заключается в сведении однопетлевых интегралов к линейной комбинации стандартных скалярных интегралов вида:

$$A_0(m) = \int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{1}{(q^2 - m^2)},$$

$$B_0(p; m_1, m_2) = \int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{1}{(q^2 - m_1^2)((q+p)^2 - m_2^2)},$$

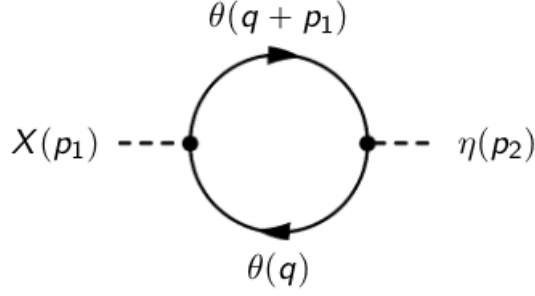
$$C_0(p_1, p_2; m_1, m_2, m_3) = \int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{1}{d_1 d_2 d_3} \quad d_i \equiv \left((q + \sum_{k=1}^{i-1} p_k)^2 - m_i^2 \right),$$

которым соответствуют петлевые диаграмма вида:



Значения которых хорошо известны.

8 Пузырьковые диаграммы:



Можно показать, что диаграммы подобного вида приводят к сокращению параметризации в отношении трехчастичного распада к двухчастичному аналогично тому, что наблюдалось при рассмотрении простейших древесных вершин.

Петлевая поправка в данном случае имеет вид:

$$\begin{aligned} \hat{O} &= \int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{\text{Tr} \left((a + ib\gamma^5)(\hat{q} + m)(c + id\gamma^5)(\hat{q} + \hat{p}_1 + m) \right)}{(q^2 - m^2)((q + p_1)^2 - m^2)} = \\ &= \int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{4m^2(ac - bd)}{(q^2 - m^2)((q + p_1)^2 - m^2)} + \int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{4(q^2 - p_1 \cdot q)(ac + bd)}{(q^2 - m^2)((q + p_1)^2 - m^2)} = \\ &= 4m^2(ac - bd)B_0(p_1, m, m) + 4(ac + bd) \left(A_0(m) + m^2 B_0(p_1, m, m) - \frac{p_1^2}{2} B_0(p_1, m, m) \right). \end{aligned}$$

Первое слагаемое данного интеграла сразу сводится к функции $B_0(p_1, m, m)$. Второе же слагаемое нуждается в вычислении. Интегрирование q^2 дает:

$$\begin{aligned} \int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{q^2}{(q^2 - m_1^2)((q + p_1)^2 - m_2^2)} &= \int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{\cancel{(q^2 - m_1^2)}}{\cancel{(q^2 - m_1^2)}((q + p_1)^2 - m_2^2)} + \\ &+ m_1^2 B_0(p_1, m_1, m_2) = A_0(m_2) + m_1^2 B_0(p_1, m_1, m_2), \end{aligned}$$

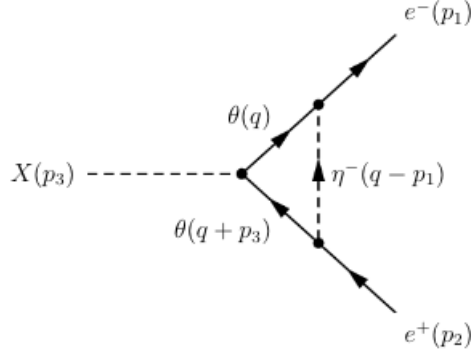
где было использовано что

$$\int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{1}{(q + p)^2 - m^2} \xrightarrow{q \rightarrow q-p} \int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{1}{(q^2 - m^2)} = A_0(m),$$

$$\begin{aligned}
& \int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{p_1 \cdot q}{(q^2 - m_1^2)((q + p_1)^2 - m_2^2)} = \int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{q^2 + 2 p_1 \cdot q + p_1^2 - m_2^2}{(q^2 - m_1^2)((q + p_1)^2 - m_2^2)} - \\
& - \int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{p_1 \cdot q}{(q^2 - m_1^2)((q + p_1)^2 - m_2^2)} - \int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{q^2 + p_1^2 - m_2^2}{(q^2 - m_1^2)((q + p_1)^2 - m_2^2)} = \\
& = A_0(m_1) - A_0(m_2) - m_1^2 B_0(p_1, m_1, m_2) - p_1^2 B_0(p_1, m_1, m_2) + m_2^2 B_0(p_1, m_1, m_2) - \\
& - \int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{p_1 \cdot q}{(q^2 - m_1^2)((q + p_1)^2 - m_2^2)} \Rightarrow \int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{p_1 \cdot q}{(q^2 - m_1^2)((q + p_1)^2 - m_2^2)} = \\
& = \frac{1}{2} A_0(m_1) - \frac{1}{2} A_0(m_2) + \left(\frac{m_2^2}{2} - \frac{m_1^2}{2} - \frac{p_1^2}{2} \right) B_0(p_1, m_1, m_2).
\end{aligned}$$

Каждая из функций A_0, B_0, C_0 зависит от своих аргументов квадратично. Таким образом вклад данной петлевой вершины в случае трех- и двух-частичного распадов оказывается одинаковым и сокращается при рассмотрении отношения соответствующих ширин распадов.

9 Треугольная диаграмма



Матричный элемент данного процесса имеет вид:

$$i \mathcal{M} = \bar{u} \left[(c + id\gamma^5) \int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{i(\hat{q} + m_1)(a + ib\gamma^5)i(\hat{q} - \hat{p}_1 - \hat{p}_2 + m_3)(-i)}{(q^2 - m_1^2)((q - p_1)^2 - m_2^2)((q - p_1 - p_2)^2 - m_3^2)} (c + id\gamma^5) \right] v =$$

$$= i \bar{u}(p_1) \left[\int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{\hat{f}_1(q) - i\hat{f}_2(q)\gamma^5}{d_1 d_2 d_3} \right] v(p_2) \quad ; \quad d_i \equiv (q - \sum_{k=1}^{i-1} p_k)^2 - m_i^2,$$

где вершинные факторы \hat{f}_1 и \hat{f}_2 равны соответственно:

$$\hat{f}_1(q) = a(c^2 + d^2) \left(m_1(\hat{q} - \hat{p}_1 - \hat{p}_2) + m_3 \hat{q} \right) + a(c^2 - d^2) \left(\hat{q}(\hat{q} - \hat{p}_1 - \hat{p}_2) + m_1 m_3 \right) + 2bcd \left(\hat{q}(\hat{q} - \hat{p}_1 - \hat{p}_2) - m_1 m_3 \right),$$

$$\hat{f}_2(q) = b(c^2 + d^2) \left(m_1(\hat{q} - \hat{p}_1 - \hat{p}_2) - m_3 \hat{q} \right) + b(c^2 - d^2) \left(\hat{q}(\hat{q} - \hat{p}_1 - \hat{p}_2) - m_1 m_3 \right) - 2acd \left(\hat{q}(\hat{q} - \hat{p}_1 - \hat{p}_2) + m_1 m_3 \right).$$

Для интегрирования данных вершинных факторов определим векторный интеграл

$$C^\mu(p_1, p_2; m_1, m_2, m_3) = \int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{q^\mu}{(q^2 - m_1^2)((q + p_1)^2 - m_2^2)((q + p_1 + p_2)^2 - m_3^2)}.$$

Из соображений лоренц-инвариантности следует что:

$$C^\mu(p_1, p_2; m_1, m_2, m_3) = p_1^\mu C_1(p_1, p_2; m_1, m_2, m_3) + p_2^\mu C_2(p_1, p_2; m_1, m_2, m_3)$$

$$\Rightarrow \int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{\hat{q}}{d_1 d_2 d_3} = \gamma_\mu C^\mu = -\hat{p}_1 C_1 - \hat{p}_2 C_2 \quad \Rightarrow \quad \bar{u}(p_1) \gamma_\mu C^\mu v(p_2) = 0.$$

Таким образом, согласно уравнению Дирака, первые слагаемые вершинных фак-

торов \hat{f}_1 и \hat{f}_2 оказываются равными нулю в случае двухчастичного распада и не вносят в него никакого вклада.

Остается проинтегрировать величины:

$$\begin{aligned}\hat{f}_1(q) &= a(c^2 - d^2) \left(\hat{q}(\hat{q} - \hat{p}_1 - \hat{p}_2) + m_1 m_3 \right) + 2bcd \left(\hat{q}(\hat{q} - \hat{p}_1 - \hat{p}_2) - m_1 m_3 \right), \\ \hat{f}_2(q) &= b(c^2 - d^2) \left(\hat{q}(\hat{q} - \hat{p}_1 - \hat{p}_2) - m_1 m_3 \right) - 2acd \left(\hat{q}(\hat{q} - \hat{p}_1 - \hat{p}_2) + m_1 m_3 \right).\end{aligned}$$

Воспользовавшись тем, что:

$$\begin{aligned}\int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{\hat{q}\hat{q} \equiv q^2}{d_1 d_2 d_3} &= \int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{q^2}{d_1 d_2 d_3} = d_1 C_0(-p_1, -p_2; m_1, m_2, m_3) + \\ + m_1^2 C_0(-p_1, -p_2; m_1, m_2, m_3) &= B_0(-p_2; m_2, m_3) + m_1^2 C_0(-p_1, -p_2; m_1, m_2, m_3),\end{aligned}$$

где:

$$d_1 C_0(-p_1, -p_2; m_1, m_2, m_3) = \int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{1}{d_2 d_3} \overset{q \rightarrow q+p_1}{=} B_0(-p_2; m_2, m_3),$$

мы можем вычислить:

$$\begin{aligned}\bar{u}(p_1) \int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{\hat{q}(\hat{q} - \hat{p}_1 - \hat{p}_2)}{d_1 d_2 d_3} v(p_2) &= \not{p}_{1,2}^2 = 0 / = \bar{u}(p_1) \left(B_0(-p_2; m_2, m_3) + \right. \\ + m_1^2 C_0(-p_1, -p_2; m_1, m_2, m_3) &+ \left. 2(p_1 \cdot p_2) C_2(-p_1, -p_2; m_1, m_2, m_3) \right) v(p_2) = \\ = \bar{u}(p_1) \left(B_0(-(p_1 + p_2); m_1, m_3) &+ m_2^2 C_0(-p_1, -p_2; m_1, m_2, m_3) \right) v(p_2).\end{aligned}$$

Где было использовано выражение для

$$C_2 = \frac{1}{2(p_1 \cdot p_2)} \left((m_2^2 - m_1^2 - p_1^2) C_0 + B_0(-(p_1 + p_2); m_1, m_3) - B_0(-p_2; m_2, m_3) \right),$$

которое можно вычислить, решив систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{aligned}-p_{1\mu} C^\mu &= -p_1^2 C_1 - (p_1 \cdot p_2) C_2, \\ -p_{2\mu} C^\mu &= -(p_1 \cdot p_2) C_1 - p_2^2 C_2.\end{aligned}$$

Для этого необходимо выразить скалярные произведения $p_{1\mu} C^\mu$ и $p_{2\mu} C^\mu$ через стандартные скалярные интегралы Пассарино-Вельтмана A_0, B_0, C_0 .

Поскольку:

$$\begin{aligned} -(p_1 \cdot q) &= p_1^2 - 2(p_1 \cdot q) + q^2 - m_2^2 - (q^2 - m_1^2) + m_2^2 - m_1^2 - p_1^2 + (p_1 \cdot q) \\ &\Rightarrow -(p_1 \cdot q) = \frac{1}{2} \left(m_2^2 - m_1^2 - p_1^2 + d_2 - d_1 \right), \end{aligned}$$

тогда получим что:

$$-p_{1\mu} C^\mu = \frac{1}{2} \left((m_2^2 - m_1^2 - p_1^2) C_0 + B_0(-(p_1 + p_2); m_1, m_2) - B_0(p_0; m_2, m_3) \right).$$

Решая систему уравнений относительно C_1 и C_2

$$\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \frac{\begin{pmatrix} \not{p}_2 & -(p_1 \cdot p_2) \\ -(p_1 \cdot p_2) & \not{p}_1 \end{pmatrix}}{\not{p}_1 \not{p}_2 + (p_1 \cdot p_2)^2} \begin{pmatrix} -p_{1\mu} C^\mu \\ -p_{2\mu} C^\mu \end{pmatrix},$$

получаем что:

$$C_2 = \frac{1}{2(p_1 \cdot p_2)} \left((m_2^2 - m_1^2 - \not{p}_1^2) C_0 + B_0(-(p_1 + p_2); m_1, m_3) - B_0(-p_2; m_2, m_3) \right),$$

Тогда матричный элемент данного процесса представится в виде:

$$i \mathcal{M} = i \bar{u}(p_1) \left(F_1(\sqrt{s}) - i F_2(\sqrt{s}) \gamma^5 \right) v(p_2); \quad C_0(p_1, p_2; m_1, m_2, m_3) \sim F(s),$$

Где соответствующие вершинные формфакторы имеют вид:

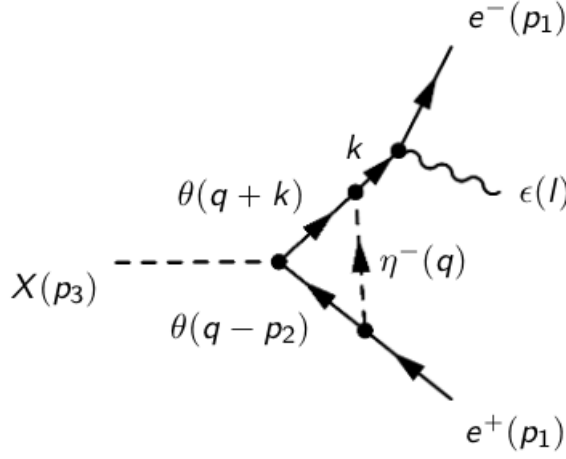
$$\begin{aligned} F_1(\sqrt{s}) &= a(c^2 - d^2) \left(B_0(-\sqrt{s}; m_1, m_3) + (m_2^2 + m_1 m_3) C_0(-p_1, -p_2; m_1, m_2, m_3) \right) + \\ &\quad + 2bcd \left(B_0(-\sqrt{s}; m_1, m_3) + (m_2^2 - m_1 m_3) C_0(-p_1, -p_2; m_1, m_2, m_3) \right), \\ F_2(\sqrt{s}) &= b(c^2 - d^2) \left(B_0(-\sqrt{s}; m_1, m_3) + (m_2^2 - m_1 m_3) C_0(-p_1, -p_2; m_1, m_2, m_3) \right) - \\ &\quad - 2acd \left(B_0(-\sqrt{s}; m_1, m_3) + (m_2^2 + m_1 m_3) C_0(-p_1, -p_2; m_1, m_2, m_3) \right). \end{aligned}$$

При этом квадрат амплитуды усредненный по поляризациям конечных частиц

оказывается равным:

$$\frac{1}{4} \sum_{\lambda} \mathcal{M} \mathcal{M}^* = \frac{m_X^2}{2} \left(F_1(\sqrt{s})^2 + F_2(\sqrt{s})^2 \right),$$

$$\frac{1}{4} \sum_{\lambda} \mathcal{M} \mathcal{M}^* = (c^2 + d^2)^2 m_X^2 \frac{a^2 \left(B_0 + (m_2^2 + m_1 m_3) C_0 \right)^2 + b^2 \left(B_0 + (m_2^2 - m_1 m_3) C_0 \right)^2}{2}.$$



Амплитуда трехчастичного процесса запишется в виде:

$$q \rightarrow q + p_1 + l$$

$$i \mathcal{M} = i \bar{u}(p_1) \left[\gamma^\mu \frac{\hat{p}_1 + \hat{l}}{(p_1 + l)^2} \right] \left[\int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{\hat{f}_1(q) - i \hat{f}_2(q) \gamma^5}{b_1 b_2 b_3} \right] v(p_2),$$

где

$$b_i \equiv \left(q - \sum_{k=1}^{i-1} p_k \right)^2 - m_i^2.$$

$$\begin{aligned} \hat{f}_1(q) &= a(c^2 + d^2) \left(m_1(\hat{q} - \hat{p}_2) + m_3(\hat{q} + \hat{p}_1 + \hat{l}) \right) + \\ &+ a(c^2 - d^2) \left((\hat{q} + \hat{p}_1 + \hat{l})(\hat{q} - \hat{p}_2) + m_1 m_3 \right) + 2bcd \left((\hat{q} + \hat{p}_1 + \hat{l})(\hat{q} - \hat{p}_2) - m_1 m_3 \right), \\ \hat{f}_2(q) &= b(c^2 + d^2) \left(m_1(\hat{q} - \hat{p}_2) - m_3(\hat{q} + \hat{p}_1 + \hat{l}) \right) + \\ &+ b(c^2 - d^2) \left((\hat{q} + \hat{p}_1 + \hat{l})(\hat{q} - \hat{p}_2) - m_1 m_3 \right) - 2acd \left((\hat{q} + \hat{p}_1 + \hat{l})(\hat{q} - \hat{p}_2) + m_1 m_3 \right). \end{aligned}$$

В отличие от двухчастичного распада, в данном случае не происходит уничтожения первого слагаемого. Кроме того второе и третье слагаемые будут иметь отличный от предыдущего случая вид. Таким образом зависимости амплитуд распадов

$(X \rightarrow e^+e^-)$ и $(X \rightarrow e^+e^-\gamma)$ оказываются различными, что говорит о возможности влияния на производство γ при сохранении числа e^+e^- в конечном состоянии.

Интегрирование приводит к результату, который имеет вид:

$$i\mathcal{M} = i\bar{u}(p_1) \left[\gamma^\mu \frac{\hat{p}_1 + \hat{l}}{(p_1 + l)^2} \right] \left(F_1 - iF_2\gamma^5 \right) v(p_2),$$

где

$$\begin{aligned} F_1(\sqrt{s}) = & a(c^2 + d^2) \left(\hat{p}_1(m_1 + m_3)C_1(p_1 + l, -\sqrt{s}; m_2, m_1, m_3) + (\hat{p}_1 + \hat{l})m_3C_0 \right) + \\ & + a(c^2 - d^2) \left(B_0(-\sqrt{s}; m_1, m_3) + (m_2^2 + m_1m_3)C_0(-p_1, -p_2; m_1, m_2, m_3) + 2(p_1 \cdot l)C_1 \right) + \\ & + 2bcd \left(B_0(-\sqrt{s}; m_1, m_3) + (m_2^2 - m_1m_3)C_0(-p_1, -p_2; m_1, m_2, m_3) + 2(p_1 \cdot l)C_1 \right). \end{aligned}$$

Легко видеть что амплитуда трехчастичного распада сложным образом зависит от импульса фотона в конечном состоянии. Такая сложная зависимость от импульса фотона в перспективе может позволить уменьшить выход γ при распадах частиц скрытой массы без уменьшения выхода e^+e^- .

10 Заключение

В данной работе рассматривались модели взаимодействующей скрытой массы, который могли бы приводить к подавлению гамма в конечном состоянии от распадов частиц ТМ. Рассматривались разные параметризации лагранжиана взаимодействия с целью изучения возможности подавления выхода гамма-квантов за счет параметров рассматриваемых моделей.

Данное подавление было бы необходимо для объяснения позитронной аномалии в космических лучах с помощью распадов частиц ТМ.

При рассмотрении распадов векторной и скалярной частиц скрытой массы по двухлептонным (e^+e^-) модам выяснилось, что в этих случаях параметризация лагранжиана взаимодействия не позволяет привести к искомому подавлению выхода фотонов в распаде частиц ТМ. Отношение сечения трёхчастичного распада к двухчастичному в обоих случаях оказывается не зависящим от параметров лагранжиана взаимодействия. По этой причине никаким выбором параметров в этих моделях не удастся добиться уменьшения выхода фотонов в конечном состоянии при рассматриваемых распадах скрытой массы.

Помимо моделей, описывающих распады $X \rightarrow e^+e^-(\gamma)$ были так же разработаны и изучены модели дважды заряженных частиц скрытой массы, распадающихся на тождественные позитроны в конечном состоянии. Обнаружено что и в этих моделях параметризация лагранжиана не оказывает никакого влияние на излучение γ в конечном состоянии.

Несмотря на отсутствие возможности манипулирования выходом фотонов при помощи параметров модели, может существовать зависимость выхода гамма от спина распадающейся частицы. Такая зависимость была обнаружена при анализе рассчитанного аналитического распределения $\frac{\partial Br(e^+e^-\gamma)}{\partial \omega}$. Показано что число фотонов оказывается меньшим на высоких энергиях в случае распадов скалярных частиц скрытой массы в сравнении с распадами векторных частиц. Однако эта разница оказывается несущественной и недостаточной для удовлетворительного описания доли позитронов в космических лучах при одновременном отсутствии превышения количества фотонов.

С целью решения проблемы независимости отношения ширин трехчастичного и двухчастичного распадов от параметров моделей, в рассмотрение был введен класс вершин взаимодействия, зависящих от импульса распадающейся частицы.

Было показано, что такая зависимость от начального импульса приводит к различию между параметризацией трехчастичного и двухчастичного распадов, что позволяет оказывать влияние на выход фотонов в таких моделях манипулированием параметрами вершин этих моделей. Однако из анализа построенных аналитических распределений $\frac{\partial Br(e^+e^-\gamma)}{\partial \omega}$ оказалось, что данное влияние несущественно и не достаточно для решения проблемы противоречия с гамма при попытке объяснения спектра позитронной аномалии распадами частиц скрытой массы. Кроме того было показано, что такие вершины могут лишь линейно зависеть от импульса распадающейся частицы, что существенно ограничивает класс таких моделей до одной, которая и была изучена.

Наиболее естественным способом усложнения вида зависимости амплитуды взаимодействия от импульсов внешних частиц является рассмотрение моделей распадов частиц скрытой массы на e^+, e^- через петлевые диаграммы, которые позволяют добиться сложной нелинейной зависимости эффективной вершины взаимодействия от импульсов. Рассматривались треугольные и "пузырьковые" петлевые диаграммы распадов. Для изучения которых использовалась процедура Редукции Пассарино-Вельтмана до скалярных петлевых интегралов. Было показано, что в случае треугольных петлевых диаграмм нелинейная зависимость от импульсов внешних частиц позволяет получить различие в параметризации амплитуд трех- и двух-частичных распадов. Такая сложная зависимость "петлевой вершины" от внешних импульсов может оказаться существенной для эффективного подавления выхода фотонов в таких процессах.

Для проверки данной гипотезы в дальнейшем планируется построение и изучение соответствующих дифференциальных распределений $\frac{\partial Br(e^+e^-\gamma)}{\partial \omega}$ и исследование влияния параметризации на возможность уменьшения выхода гамма в таких процессах.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. An anomalous positron abundance in cosmic rays with energies 1.5-100 GeV / O. Adriani [et al.] // *Nature*. — 2009. — Vol. 458. — P. 607–609. — DOI: [10.1038/nature07942](https://doi.org/10.1038/nature07942). — arXiv: [0810.4995](https://arxiv.org/abs/0810.4995) [astro-ph].
2. First Result from the Alpha Magnetic Spectrometer on the International Space Station: Precision Measurement of the Positron Fraction in Primary Cosmic Rays of 0.5–350 GeV / M. Aguilar [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2013. — Apr. — Vol. 110, issue 14. — P. 141102. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.110.141102](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.110.141102).
3. Relieving the Tension between Dark Matter Production of High-energy Cosmic Antiparticles and FERMI/LAT Constraint on Isotropic Diffuse Gamma-ray Background / V. Alekseev, K. Belotsky, Y. Bogomolov, R. Budaev, O. Dunaeva, A. Kirillov, A. Kuznetsov, M. Laletin, A. Lukyanov, V. Malakhov, A. Mayorov, M. Mayorova, A. Mosichkin, A. Okrugin, S. Rodenko, A. Shitova // *Physics Procedia*. — 2015. — Vol. 74. — P. 48–50. — DOI: <https://doi.org/10.1016/j.phpro.2015.09.197>. — Fundamental Research in Particle Physics and Cosmophysics.
4. High-energy cosmic antiparticle excess vs. isotropic gamma-ray background problem in decaying dark matter Universe / V. V. Alekseev, K. M. Belotsky, Y. V. Bogomolov, R. I. Budaev, O. A. Dunaeva, A. A. Kirillov, A. V. Kuznetsov, M. N. Laletin, A. D. Lukyanov, V. V. Malakhov, A. G. Mayorov, M. A. Mayorova, A. F. Mosichkin, A. A. Okrugin, S. A. Rodenko, A. M. Shitova // *Journal of Physics: Conference Series*. — 2016. — Feb. — Vol. 675, no. 1. — P. 012023. — DOI: [10.1088/1742-6596/675/1/012023](https://doi.org/10.1088/1742-6596/675/1/012023).
5. On a possible solution to gamma-ray overabundance arising in dark matter explanation of cosmic antiparticle excess / V. V. Alekseev, K. M. Belotsky, Y. V. Bogomolov, R. I. Budaev, O. A. Dunaeva, A. A. Kirillov, A. V. Kuznetsov, M. N. Laletin, A. D. Lukyanov, V. V. Malakhov, A. G. Mayorov, M. A. May-

- orova, A. F. Mosichkin, A. A. Okrugin, S. A. Rodenko, A. M. Shitova // Journal of Physics: Conference Series. — 2016. — Feb. — Vol. 675, no. 1. — P. 012026. — DOI: [10.1088/1742-6596/675/1/012026](https://doi.org/10.1088/1742-6596/675/1/012026).
6. Analysis of a possible explanation of the positron anomaly in terms of dark matter / V. Alekseev [et al.] // Phys. Atom. Nucl. — 2017. — Vol. 80, no. 4. — P. 713–717. — DOI: [10.1134/S1063778817040020](https://doi.org/10.1134/S1063778817040020).
 7. Fermi-LAT kills dark matter interpretations of AMS-02 data. Or not? / K. Belotsky, R. Budaev, A. Kirillov, M. Laletin // JCAP. — 2017. — Vol. 01. — P. 021. — DOI: [10.1088/1475-7516/2017/01/021](https://doi.org/10.1088/1475-7516/2017/01/021). — arXiv: [1606.01271](https://arxiv.org/abs/1606.01271) [astro-ph.HE].
 8. Gamma-rays from possible disk component of dark matter / K. M. Belotsky, R. I. Budaev, A. A. Kirillov, M. L. Solovyov // Journal of Physics: Conference Series. — 2017. — Jan. — Vol. 798. — P. 012084. — DOI: [10.1088/1742-6596/798/1/012084](https://doi.org/10.1088/1742-6596/798/1/012084).
 9. Review of the results of measurements of the fluxes of the charged components of galactic cosmic rays in the experiments PAMELA and AMS-02 / V. Alekseev, K. Belotsky, Y. V. Bogomolov, R. Budaev, A. Galper, O. Dunaeva, A. Kirillov, A. Kuznetsov, A. Lukyanov, A. Mayorov, [et al.] // Physics of Particles and Nuclei. — 2017. — Vol. 48, no. 5. — P. 687–690.
 10. The spectrum of isotropic diffuse gamma-ray emission between 100 MeV and 820 GeV / M. Ackermann, M. Ajello, A. Albert, W. Atwood, L. Baldini, J. Ballet, G. Barbiellini, D. Bastieri, K. Bechtol, R. Bellazzini, [et al.] // The Astrophysical Journal. — 2015. — Vol. 799, no. 1. — P. 86.
 11. *Belotsky K., Kirillov A., Solovyov M.* Development of dark disk model of positron anomaly origin // Int. J. Mod. Phys. D. — 2018. — Vol. 27, no. 06. — P. 1841010. — DOI: [10.1142/S0218271818410109](https://doi.org/10.1142/S0218271818410109). — arXiv: [1802.04678](https://arxiv.org/abs/1802.04678) [astro-ph.HE].
 12. *Peskin M., Schroeder D.* An Introduction To Quantum Field Theory. — Avalon Publishing, 1995. — (Frontiers in Physics).
 13. *Bogolyubov N., Shirkov D.* INTRODUCTION TO THE THEORY OF QUANTIZED FIELDS. Vol. 1. — 1959.

14. *Bogolyubov N., Shirkov D.* INTRODUCTION TO THE THEORY OF QUANTIZED FIELDS. Vol. 2. — 1959.
15. *Shtabovenko V., Mertig R., Orellana F.* New Developments in FeynCalc 9.0 // Comput. Phys. Commun. — 2016. — Vol. 207. — P. 432–444. — DOI: [10.1016/j.cpc.2016.06.008](https://doi.org/10.1016/j.cpc.2016.06.008). — arXiv: [1601.01167](https://arxiv.org/abs/1601.01167) [hep-ph].
16. Indirect effects of dark matter / K. Belotsky, E. Esipova, A. Kamaletdinov, E. Shlepkina, M. Solovyov // Int. J. Mod. Phys. D. — 2019. — Vol. 28, no. 13. — P. 1941011. — DOI: [10.1142/S0218271819410116](https://doi.org/10.1142/S0218271819410116). — arXiv: [1909.04735](https://arxiv.org/abs/1909.04735) [hep-ph].
17. Studying the possibility of FSR suppression in DM decay in dependence of the mass of intermediate particle and vertex / M. L. Solovyov, K. M. Belotsky, A. H. Kamaletdinov, E. A. Esipova // Journal of Physics: Conference Series. — 2019. — Nov. — Vol. 1390. — P. 012096. — DOI: [10.1088/1742-6596/1390/1/012096](https://doi.org/10.1088/1742-6596/1390/1/012096).
18. *Belotsky K., Khlopov M., Laletin M.* Dark atoms and their decaying constituents // arXiv preprint arXiv:1411.3657. — 2014.
19. *Fargion D., Khlopov M., Stephan C. A.* Dark matter with invisible light from heavy double charged leptons of almost-commutative geometry? // arXiv preprint astro-ph/0511789. — 2005.
20. *Belyaev A., Christensen N. D., Pukhov A.* CalcHEP 3.4 for collider physics within and beyond the Standard Model // Computer Physics Communications. — 2013. — Vol. 184, no. 7. — P. 1729–1769.
21. *Semenov A.* LanHEP—a package for automatic generation of Feynman rules from the Lagrangian // Computer physics communications. — 1998. — Vol. 115, no. 2/3. — P. 124–139.
22. Cosmic Gamma Ray Constraints on the Indirect Effects of Dark Matter / K. M. Belotsky, A. K. Kamaletdinov, E. S. Shlepkina, M. L. Solovyov // Particles. — 2020. — Apr. — Vol. 3, no. 2. — P. 336–344. — DOI: [10.3390/particles3020025](https://doi.org/10.3390/particles3020025).

23. One-loop calculations in quantum field theory: from Feynman diagrams to unitarity cuts / R. Ellis, Z. Kunszt, K. Melnikov, G. Zanderighi // Phys. Rept. — 2012. — Vol. 518. — P. 141–250. — DOI: [10.1016/j.physrep.2012.01.008](https://doi.org/10.1016/j.physrep.2012.01.008). — arXiv: [1105.4319](https://arxiv.org/abs/1105.4319) [hep-ph].
24. *Denner A., Dittmaier S.* Reduction schemes for one-loop tensor integrals // Nucl. Phys. B. — 2006. — Vol. 734. — P. 62–115. — DOI: [10.1016/j.nuclphysb.2005.11.007](https://doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2005.11.007). — arXiv: [hep-ph/0509141](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0509141).
25. *Devaraj G., Stuart R. G.* Reduction of one loop tensor form-factors to scalar integrals: A General scheme // Nucl. Phys. B. — 1998. — Vol. 519. — P. 483–513. — DOI: [10.1016/S0550-3213\(98\)00035-2](https://doi.org/10.1016/S0550-3213(98)00035-2). — arXiv: [hep-ph/9704308](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9704308).
26. *Patel H. H.* Package-X 2.0: A Mathematica package for the analytic calculation of one-loop integrals // Comput. Phys. Commun. — 2017. — Vol. 218. — P. 66–70. — DOI: [10.1016/j.cpc.2017.04.015](https://doi.org/10.1016/j.cpc.2017.04.015). — arXiv: [1612.00009](https://arxiv.org/abs/1612.00009) [hep-ph].
27. *Christensen N. D., Duhr C.* FeynRules—Feynman rules made easy // Computer Physics Communications. — 2009. — Vol. 180, no. 9. — P. 1614–1641.