

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Национальный исследовательский ядерный университет
«МИФИ»
Кафедра «Физика элементарных частиц»

ОТЧЕТ О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

Механизм образования доменных стенок и
струн в ранней Вселенной

Студент группы М19-115

_____ Мурыгин Б.С.

Научный руководитель

_____ Кириллов А.А.

Москва 2020

СОДЕРЖАНИЕ

1 Введение	2
2 Численное моделирование	4
3 Результаты	7
4 Заключение	11
Список используемых источников	12

1. ВВЕДЕНИЕ

Модели инфляции с несколькими скалярными полями являются предметом растущего интереса [1–3]. Многие из этих моделей включают сложные потенциалы, которые возникают в суперсимметричных моделях [4], и в ландшафтной парадигме [5–8]. Модели инфляции с несколькими полями и их влияние на флуктуации реликтового излучения описаны в [9–12]. Одной из важных особенностей таких моделей инфляции является потенциал с несколькими минимумами [13]. Системы с потенциалами, содержащими несколько минимумов, могут создать условия для появления топологически нетривиальных структур — солитонов [14]. Такие структуры могут порождать доменные стенки или струны с повышенной плотностью энергии, а также коллапсировать в первичные черные дыры после инфляции [15–18]. Кроме того космические струны могут оказывать влияние на эволюцию кластеров первичных черных дыр [19]. Подробное изложение материала по космическим струнам может быть найдено в [20]. Солитоны могут сформироваться, даже если в модели имеется только один минимум [14]. В данной работе изучается образование солитонов в модели с подобным потенциалом.

Как показано в [21] количество седловых точек в потенциале нескольких полей может быть намного больше чем количество минимумов этого потенциала. Поэтому, если горизонт Вселенной сформировался возле подходящего минимума потенциала [22; 23], имеется существенная вероятность того, что внутри него находятся седловые точки потенциала, которые необходимо учитывать. Имеется множество моделей инфляции с потенциалами, имеющими седловые точки. Оно включает в себя модели гибридной инфляции [24] и их модификации, а также другие современные модели. Влияние седловой точки на инфляционный процесс изучалось также в полевых пространствах более высоких размерностей [25].

В данной работе рассматривается система с двумя действительными скалярными полями, обозначенными далее как φ и χ . В одномерном случае нетривиальные конфигурации полей могут возникать, когда поля достигают одного и того же минимума при разных пространственных асимптотиках. В двухмерном случае такое условие не является обязательным.

Необходимым условием для реализации таких конфигураций является наличие седловой точки у потенциала.

Описание динамики и процесса формирования начальных условий можно качественно представить так. Во время стадии инфляционного расширения, поля φ и χ проходят стадии как квантовой, так и классической эволюции. На данном этапе флуктуации полей были порядка $\delta\varphi \simeq \delta\chi \simeq H_I/2\pi$, где $H_I \sim 10^{13}$ ГэВ — параметр Хаббла во время инфляции [26]. Параметр Хаббла даёт естественный масштаб начальной конфигурации полей. В численных расчетах H_I используется как единица измерения энергии. Такие флуктуации приводят к сильной неоднородности в распределении полей вскоре после начала инфляции. Если потенциал имеет «обычную» форму, такую как квадратичный потенциал или подобные, то это приводит к образованию крупномасштабной структуры Вселенной после конца стадии инфляции. Ситуация сильно изменяется если потенциал имеет более сложный вид. Как уже отмечалось ранее, потенциал, содержащий несколько минимумов, может приводить к образованию первичных черных дыр (ПЧД). Однако потенциалы с одним минимумом и хотя бы одной седловой точкой также могут приводить к их образованию после инфляции, что было показано для (1+1)-мерного пространства-времени в [27].

В настоящей работе этот результат обобщается на случай (2+1)-мерного пространства-времени. В работе проводится численное моделирование процесса образования солитонов и показывается, что подобные конфигурации полей могут приводить к появлению доменных стенок и струн в (3+1)-мерном пространстве-времени.

2. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Рассматривалась модель с двумя действительными скалярными полями φ , χ . В (3+1)-мерном пространстве-времени динамика описывается плотностью лагранжиана:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}g_{\mu\nu}(\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi + \partial_\mu\chi\partial_\nu\chi) - \mathcal{V}(\varphi, \chi), \quad (1)$$

где $g_{\mu\nu}$ — метрический тензор Фридмана-Робертсона-Уокера.

$$g_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -a^2(t), -a^2(t)r^2, -a^2(t)r^2 \sin^2 \theta). \quad (2)$$

Принцип наименьшего действия для плотности функции Лагранжа (1) приводит к следующим уравнениям движения:

$$\begin{cases} \varphi_{tt} - 3H\varphi_t - a^{-2}\varphi_{rr} - \frac{2}{r}a^{-2}\varphi_r = -\frac{\partial\mathcal{V}}{\partial\varphi}, \\ \chi_{tt} - 3H\chi_t - a^{-2}\chi_{rr} - \frac{2}{r}a^{-2}\chi_r = -\frac{\partial\mathcal{V}}{\partial\chi}, \end{cases} \quad (3)$$

где $H = \dot{a}/a$ параметр Хаббла, который мал после инфляции. Здесь члены $3H\varphi_t$ и $3H\chi_t$ представляют собой члены трения. Члены трения обеспечивают затухание колебаний во время стадии первичного разогрева.

В данной работе мы полагаем расширение Вселенной малым. Далее мы рассматриваем двухмерную конфигурацию полей. Поэтому уравнения (3) переходят в

$$\begin{cases} \varphi_{tt} - 3H\varphi_t - \varphi_{xx} - \varphi_{yy} = -\frac{\partial\mathcal{V}}{\partial\varphi}, \\ \chi_{tt} - 3H\chi_t - \chi_{xx} - \chi_{yy} = -\frac{\partial\mathcal{V}}{\partial\chi}. \end{cases} \quad (4)$$

Для численного моделирования мы использовали потенциал

$$\mathcal{V} = d(\varphi^2 + \chi^2) + a \exp[-b(\varphi - \varphi_0)^2 - c(\chi - \chi_0)^2], \quad (5)$$

где a , b , c , d — положительные параметры, а (φ_0, χ_0) — локальный максимум потенциала (5). В данной работе параметры имели значения: $b = 1$, $c = 1$, $\varphi_0 = -5$, $\chi_0 = 0$. Заметим, что при таких параметрах потенциал имеет локальный максимум в точке $\varphi = -5$, $\chi = 0$. Параметры a и d изменялись в зависимости от рассматриваемого случая и будут приведены

ниже при рассмотрении конкретных начальных условий.

Также в работе используется потенциал «мексиканская шляпа»:

$$\mathcal{V} = \lambda \left(\varphi^2 + \chi^2 - \frac{g^2}{2} \right)^2 + \Lambda \left(1 - \frac{\varphi}{\sqrt{\varphi^2 + \chi^2}} \right), \quad (6)$$

где g , λ , Λ — положительные параметры. При численном моделировании использовались следующие значения параметров; $g = 1$, $\lambda = 1$, $\Lambda = 5 \cdot 10^{-13}$.

В численном моделировании использовались начальные условия

$$\begin{cases} \varphi(x, y, 0) = \mathcal{R} \cos \Theta + l_1, \\ \chi(x, y, 0) = \mathcal{R} \sin \Theta + l_2, \\ \varphi_t(x, y, 0) = 0, \\ \chi_t(x, y, 0) = 0, \end{cases} \quad (7)$$

где

$$\begin{cases} \mathcal{R}(r) = \frac{\mathcal{R}_0}{\cosh \frac{r_0}{r}}, \\ \Theta = \theta. \end{cases} \quad (8)$$

Здесь \mathcal{R}_0 , r_0 , l_1 , l_2 параметры.

Граничные условия брались в виде $-\infty \leq x \leq \infty$, $-\infty \leq y \leq \infty$

$$\begin{cases} \varphi_x(\pm\infty, y, t) = 0, & \chi_x(\pm\infty, y, t) = 0, \\ \varphi_y(x, \pm\infty, t) = 0, & \chi_y(x, \pm\infty, t) = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Уравнения (4) и условия (7), (9) составляют корректно поставленную задачу. Уравнения (4) — неоднородные гиперболические уравнения в частных производных второго порядка. Решение подобных уравнений проводится разностными методами. В данной работе была использована схема матричной факторизации с равномерной сеткой.

Также в моделировании вычислялась зависимость линейной плотности энергии от координат физического пространства.

$$\rho = T^{00}, \quad (10)$$

где $T^{\mu\nu}$ — тензор энергии импульса.

$$T^{\mu\nu} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \varphi_a)} \partial^\nu \varphi_a - g^{\mu\nu} \mathcal{L}, \quad (11)$$

$$\rho = \frac{1}{2}(\varphi_t^2 + \varphi_x^2 + \varphi_y^2 + \chi_t^2 + \chi_x^2 + \chi_y^2) + \mathcal{V}. \quad (12)$$

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

В данной работе численное моделирование было проведено для двух потенциалов (5) и (6). Для потенциала (5) рассматривалось два набора параметров в начальных условиях и потенциале. Первый набор параметров: $\mathcal{R}_0 = 2$, $d = 0.05$, $a = 5000$, $l_1 = -10$, $l_2 = 0$, $r_0 = 1$ в единицах H_I . Соответствующее такому набору начальное условие показано на рисунке 1a. В данном случае всё пространство находится в области потенциала за его локальным максимумом. Физически возможны следующие варианты эволюции данной конфигурации полей:

1. «Скатывание» в минимум потенциала в обход его максимума.
2. Образование устойчивой конфигурации полей вокруг локального максимума потенциала.

Возможен и еще один вариант эволюции системы — преодоление максимума потенциала конфигурацией полей при достаточной для этого кинетической энергии. Однако, данная ситуация не рассматривалась в данной работе.

Эволюция данного начального условия приводит к конфигурации изображенной на рисунке 1б. В дальнейшем конфигурации полей не изменяется. Эволюция плотности энергии в этом случае показана на рисунке 2. Плотность энергии, показанная на рисунке 2б, соответствует доменной стенке. Таким образом можно заключить, что конечная конфигурация является доменной стенкой. То есть сводится к случаю, рассмотренному в [27; 28].

Второй набор параметров: $\mathcal{R}_0 = 0.1$, $d = 5 \cdot 10^{-7}$, $a = 1$, $l_1 = -5.05$, $l_2 = 0$, $r_0 = 1$ в единицах H_I . Соответствующее начальное условие показано на рисунке 3a. Данное начальное условие полностью лежит на локальном максимуме потенциала и эволюционирует в конфигурацию показанную на рисунке 3б. Далее данная конфигурация не меняется. Плотность энергии эволюционирует так, как показано на рисунке 4. Плотность энергии, изображенная на рисунке 4б, соответствует плотности энергии струны. Поэтому можно заключить, что конфигурация, показанная на рисунках 3б и 4б, соответствует струне.

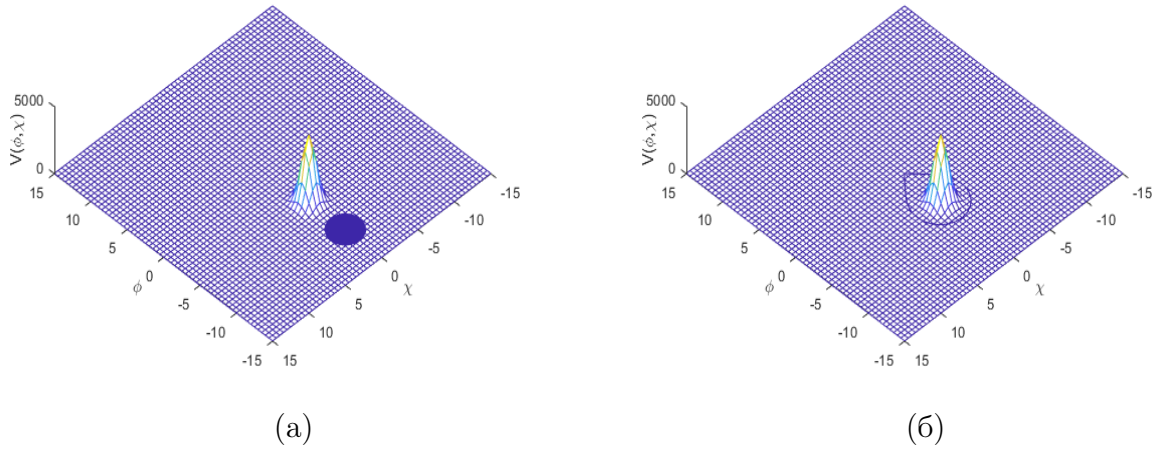


Рисунок 1 — Слева: начальное состояние, справа: конечное состояние — доменная стенка

Для потенциала (6), параметры которого были указаны ранее, начальное условие имело следующие значения параметров: $\mathcal{R}_0 = 2$, $l_1 = -10$, $l_2 = 0$, $r_0 = 1$ в единицах H_I . Такое начальное условие показано на рисунке 5а. Эволюция данного условия приводит к конфигурации, изображенной на рисунке 5б. Плотность энергии эволюционирует так, как показано на рисунке 6. Плотность энергии конечной конфигурации, так же как и в предыдущем случае, соответствует плотности энергии струны.

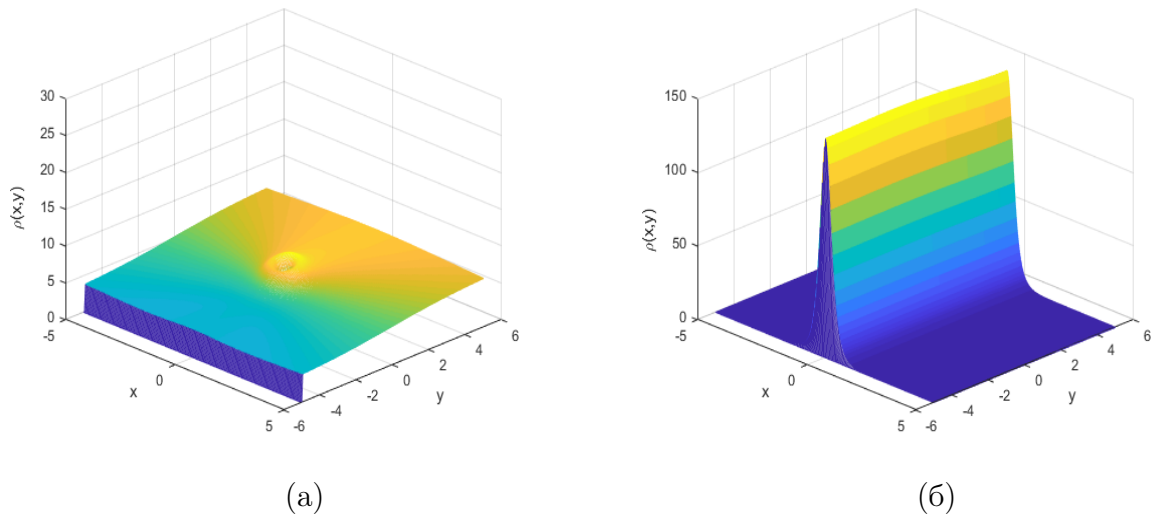
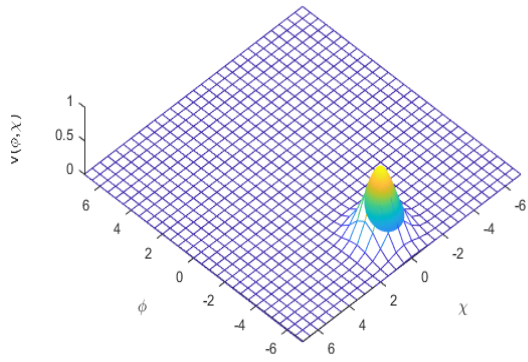
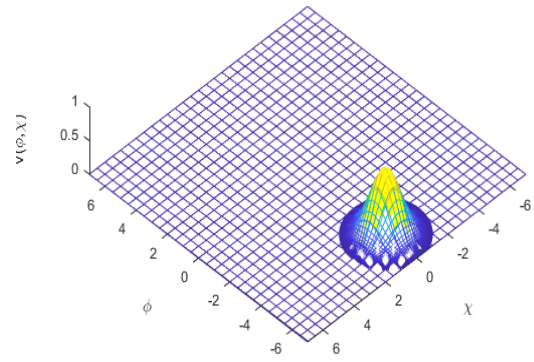


Рисунок 2 — Распределение плотности энергии на плоскости. Слева: начальное распределение, справа: конечное состояние — доменная стенка

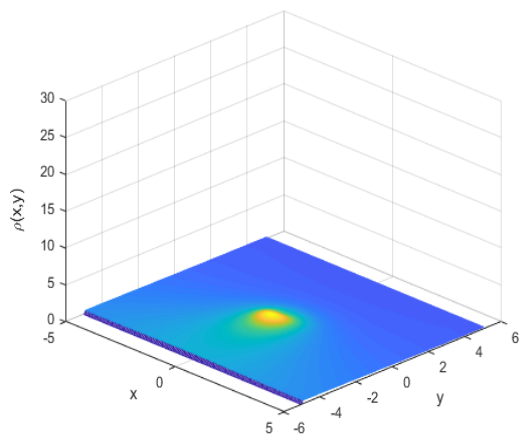


(а)

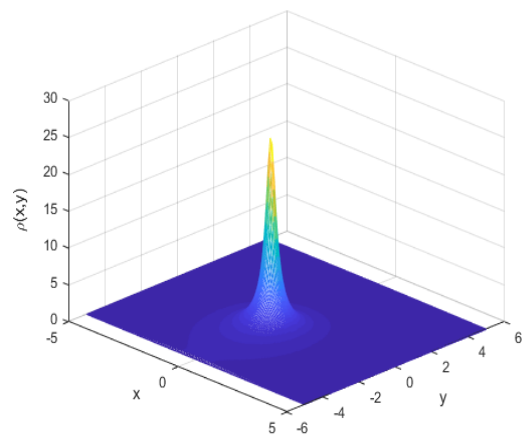


(б)

Рисунок 3 — Слева: начальное состояние, справа: конечное состояние — струна

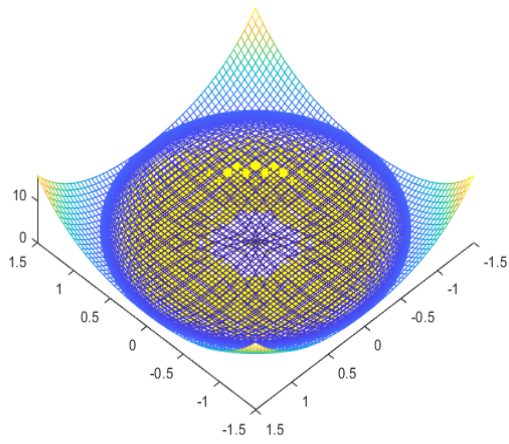


(а)

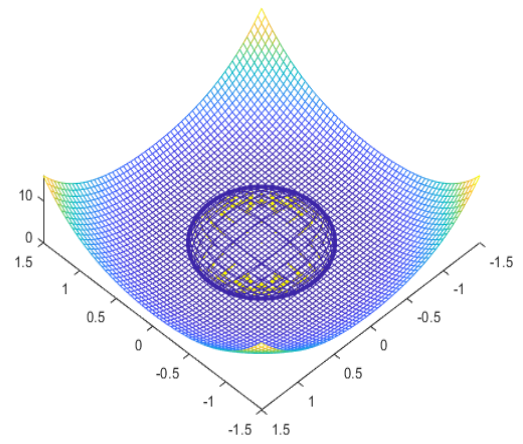


(б)

Рисунок 4 — Распределение плотности энергии на плоскости. Слева: начальное распределение, справа: конечное состояние — струна

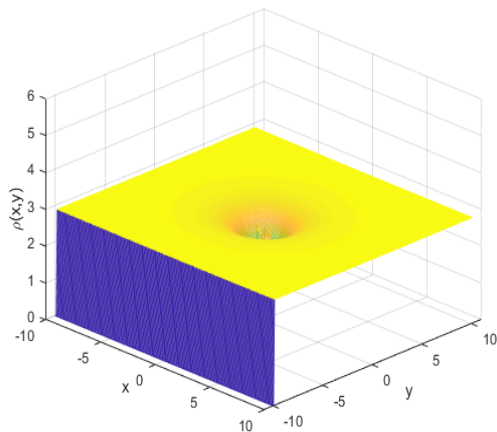


(а)

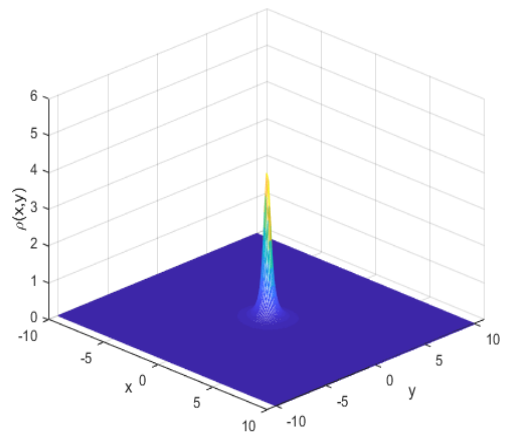


(б)

Рисунок 5 — Слева: начальное состояние, справа: конечное состояние



(а)



(б)

Рисунок 6 — Распределение плотности энергии на плоскости. Слева: начальное распределение, справа: конечное состояние

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе рассматривалась нетривиальная конфигурация полей после стадии инфляции в потенциалах имеющих седловые точки. Было показано что в ходе эволюции системы возможны различные варианты возникающих солитонов, в зависимости от начальных условий и параметров потенциала. В ходе численного моделирования для потенциала, имеющего один пик, были получены конфигурации полей, соответствующие доменной стенке и струне. Кроме того численное моделирование было проведено для потенциала «мексиканская шляпа». В результате была получена конфигурация полей, соответствующая струне. Результаты данной работы показывают, что при наличии даже одной седловой точки в потенциале, возможно образование солитонов в моделях с двумя скалярными полями. Таким образом модели инфляции с двумя скалярными полями могут приводить к появлению таких объектов. Доменные стенки и струны могут влиять на эволюцию вселенной и образовывать первичные черные дыры, что может приводить к появлению новых возможностей для проверки данных моделей по наблюдательным данным. Кроме того изучение условий, при которых возможно появление солитонов, может дать новые ограничения на параметры потенциалов в таких моделях.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. *Abbyazov R. R., Chervon S. V.* Unified Dark Matter and Dark Energy Description in a Chiral Cosmological Model // Modern Physics Letters A. — 2013. — Vol. 28, no. 8. — P. 1350024. — arXiv: [1404.5836 \[gr-qc\]](#).
2. *Bramante J.* Generically large nongaussianity in small multifield inflation // J. Cosmol. Astropart. Phys. — 2015. — Vol. 2015, no. 7. — P. 006. — arXiv: [1502.02674 \[hep-ph\]](#).
3. *Dias M., Frazer J., Seery D.* Computing observables in curved multifield models of inflation—A guide (with code) to the transport method // J. Cosmol. Astropart. Phys. — 2015. — Vol. 2015, no. 12. — P. 030. — arXiv: [1502.03125 \[astro-ph.CO\]](#).
4. *Kawai S., Kim J.* Multifield dynamics of supersymmetric Higgs inflation in S U (5) GUT // Phys. Rev. D. — 2016. — Vol. 93, no. 6. — P. 065023. — arXiv: [1512.05861 \[hep-ph\]](#).
5. *Masoumi A., Vilenkin A., Yamada M.* Inflation in random Gaussian landscapes // J. Cosmol. Astropart. Phys. — 2017. — Vol. 2017, no. 5. — P. 053. — arXiv: [1612.03960 \[hep-th\]](#).
6. *Susskind L.* The Anthropic Landscape of String Theory // The Davis Meeting On Cosmic Inflation. — 2003. — P. 26. — arXiv: [hep-th/0302219 \[hep-th\]](#).
7. *Vilenkin A.* A measure of the multiverse // Journal of Physics A Mathematical General. — 2007. — Vol. 40, no. 25. — P. 6777–6785. — arXiv: [hep-th/0609193 \[hep-th\]](#).
8. *Denef F., Douglas M. R.* Computational complexity of the landscape: Part I // Annals of Physics. — 2007. — Vol. 322, no. 5. — P. 1096–1142. — arXiv: [hep-th/0602072 \[hep-th\]](#).
9. *Bachlechner T. C.* On Gaussian random supergravity // Journal of High Energy Physics. — 2014. — Vol. 2014. — P. 54. — arXiv: [1401.6187 \[hep-th\]](#).

10. *Frazer J., Liddle A. R.* Exploring a string-like landscape // J. Cosmol. Astropart. Phys. — 2011. — Vol. 2011, no. 2. — P. 026. — arXiv: [1101.1619 \[astro-ph.CO\]](#).
11. *Li M., Wang Y.* Multi-stream inflation // J. Cosmol. Astropart. Phys. — 2009. — Vol. 2009, no. 7. — P. 033. — arXiv: [0903.2123 \[hep-th\]](#).
12. *Duplessis F., Wang Y., Brandenberger R.* Multi-stream inflation in a landscape // J. Cosmol. Astropart. Phys. — 2012. — Vol. 2012, no. 4. — P. 012. — arXiv: [1201.0029 \[hep-th\]](#).
13. *Liu J., Wang Y., Zhou S.* Nonuniqueness of classical inflationary trajectories on a high-dimensional landscape // Phys. Rev. D. — 2015. — Vol. 91, no. 10. — P. 103525. — arXiv: [1501.06785 \[hep-th\]](#).
14. *Manton N., Sutcliffe P.* Topological Solitons. — Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
15. *Khlopov M. Y., Rubin S. G., Sakharov A. S.* Primordial structure of massive black hole clusters // Astroparticle Physics. — 2005. — Vol. 23, no. 2. — P. 265–277. — arXiv: [astro-ph/0401532 \[astro-ph\]](#).
16. *Rubin S. G., Khlopov M. Y., Sakharov A. S.* Primordial Black Holes from Non-Equilibrium Second Order Phase Transition // arXiv e-prints. — 2000. — hep-ph/0005271. — arXiv: [hep-ph/0005271 \[hep-ph\]](#).
17. Formation of Black Holes in First Order Phase Transitions / M. Y. Khlopov [et al.] // arXiv e-prints. — 1998. — hep-ph/9807343. — arXiv: [hep-ph/9807343 \[hep-ph\]](#).
18. *Caldwell R. R., Casper P.* Formation of black holes from collapsed cosmic string loops // Phys. Rev. D. — 1996. — T. 53, № 6. — C. 3002–3010. — arXiv: [gr-qc/9509012 \[astro-ph\]](#).
19. *Vilenkin A., Levin Y., Gruzinov A.* Cosmic strings and primordial black holes // J. Cosmol. Astropart. Phys. — 2018. — T. 2018, № 11. — C. 008. — arXiv: [1808.00670 \[astro-ph.CO\]](#).
20. *Vilenkin A., Shellard E.* Cosmic Strings and Other Topological Defects - Cambridge, UK: Cambridge University Press. — 2000.

21. *Aazami A., Easther R.* Cosmology from random multifield potentials // J. Cosmol. Astropart. Phys. — 2006. — Vol. 2006, no. 3. — P. 013. — arXiv: [hep-th/0512050 \[hep-th\]](#).
22. *Garriga J., Vilenkin A.* Anthropic Prediction for Λ and the Q Catastrophe // Progress of Theoretical Physics Supplement. — 2006. — Vol. 163. — P. 245–257. — arXiv: [hep-th/0508005 \[hep-th\]](#).
23. *Loeb A.* An observational test for the anthropic origin of the cosmological constant // J. Cosmol. Astropart. Phys. — 2006. — Vol. 2006, no. 5. — P. 009. — arXiv: [astro-ph/0604242 \[astro-ph\]](#).
24. *Linde A.* Hybrid inflation // Phys. Rev. D. — 1994. — Vol. 49, no. 2. — P. 748–754. — arXiv: [astro-ph/9307002 \[astro-ph\]](#).
25. *Battfeld D., Battfeld T.* A smooth landscape: ending saddle point inflation requires features to be shallow // J. Cosmol. Astropart. Phys. — 2013. — Vol. 2013, no. 7. — P. 038. — arXiv: [1304.0461 \[hep-th\]](#).
26. *Starobinsky A. A.* Stochastic de Sitter (inflationary) Stage in the Early Universe // Field Theory, Quantum Gravity and Strings, Proceedings of a Seminar Series held at DAPHE, Observatoire de Meudon and LPTHE, Université Pierre et Marie Curie, Paris, October 1984–October 1985. Lecture Notes in Physics, Vol. 246, edited by H. J. de Vega and N. Sánchez. Springer-Verlag, Berlin, 1986., p.107. Vol. 246 / ed. by H. J. de Vega, N. Sánchez. — 1986. — P. 107.
27. *Gani V. A., Kirillov A. A., Rubin S. G.* Classical transitions with the topological number changing in the early Universe // J. Cosmol. Astropart. Phys. — 2018. — Vol. 2018, no. 4. — P. 042. — arXiv: [1704.03688 \[hep-th\]](#).
28. *Gani V. A., Kirillov A. A., Rubin S. G.* Transitions between topologically non-trivial configurations // Journal of Physics Conference Series. T. 934. — 2017. — C. 012046. — (Journal of Physics Conference Series). — arXiv: [1711.07700 \[hep-th\]](#).