



# Анализ чувствительности осцилляционных реакторных экспериментов со средней базой к иерархии масс нейтрино



Научный руководитель: *Олег Титов*

НИЦ КИ

Студент: *Даниэль Попов*

# Мотивация

Решение проблемы иерархии масс важно для построения теоретических моделей масс и смешивания нейтрино, поиска CP-нарушения в лептонном секторе, более точного моделирования астрофизических процессов.

## Цель работы

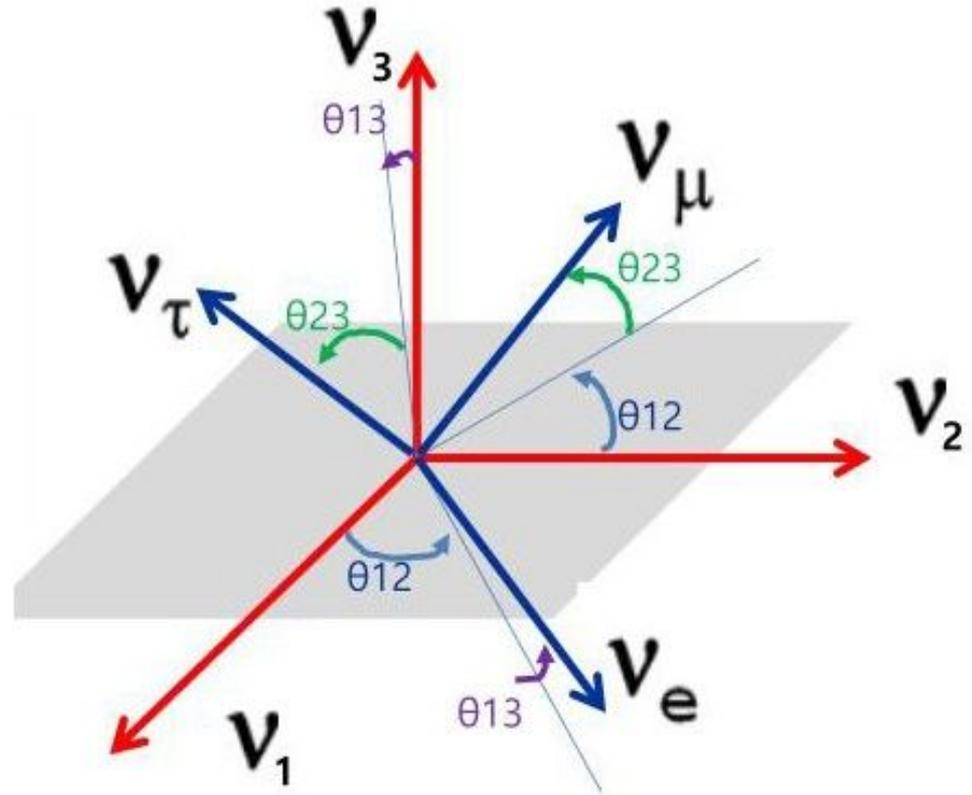
Провести дополнительный анализ чувствительности к энергетическому разрешению детектора, топливному составу реактора, спектральным искажениям и иерархии масс.

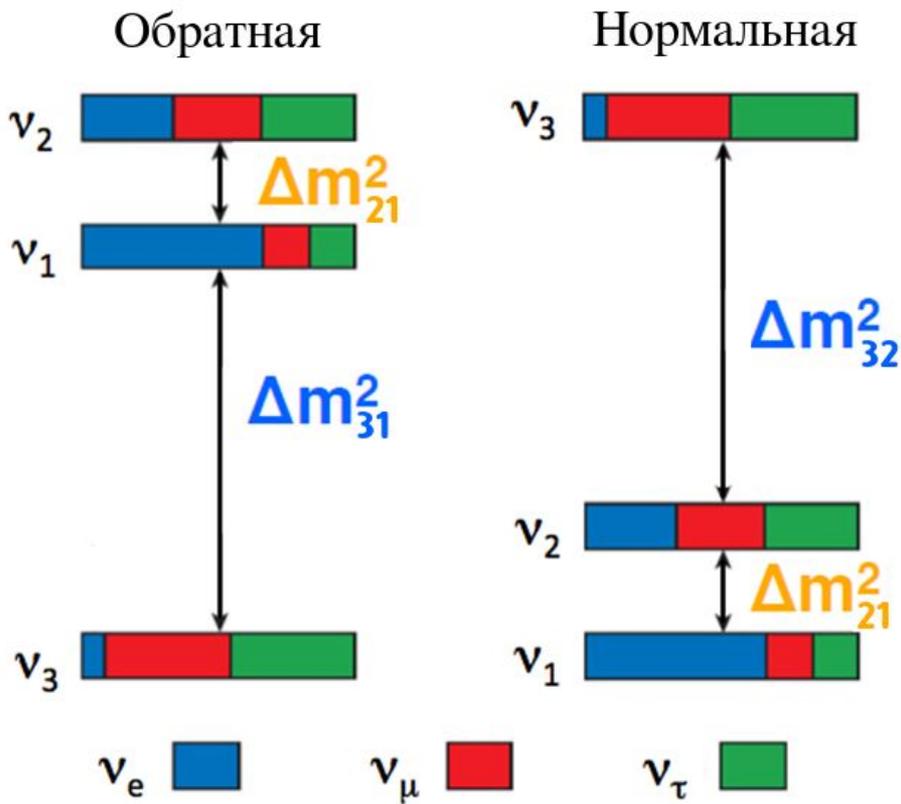
1. Теоретическое описание эффекта осцилляций и эксперимента JUNO;
2. Теоретическое описание критериев определения иерархии;
3. Построение математической модели эксперимента;
4. Статистическая проверка критериев Фурье;
5. Статистическая проверка критерия Ломба-Скэргла;
6. Статистическое сравнение критериев;

# Механизм смешивания

$$\begin{pmatrix} |\nu_e\rangle \\ |\nu_\mu\rangle \\ |\nu_\tau\rangle \end{pmatrix} = U_{\text{PMNS}} \begin{pmatrix} |\nu_1\rangle \\ |\nu_2\rangle \\ |\nu_3\rangle \end{pmatrix}$$

$$U_{\text{PMNS}} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix}$$





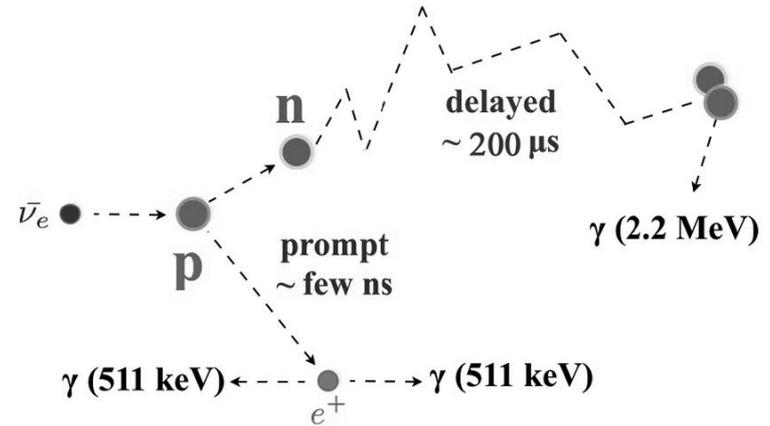
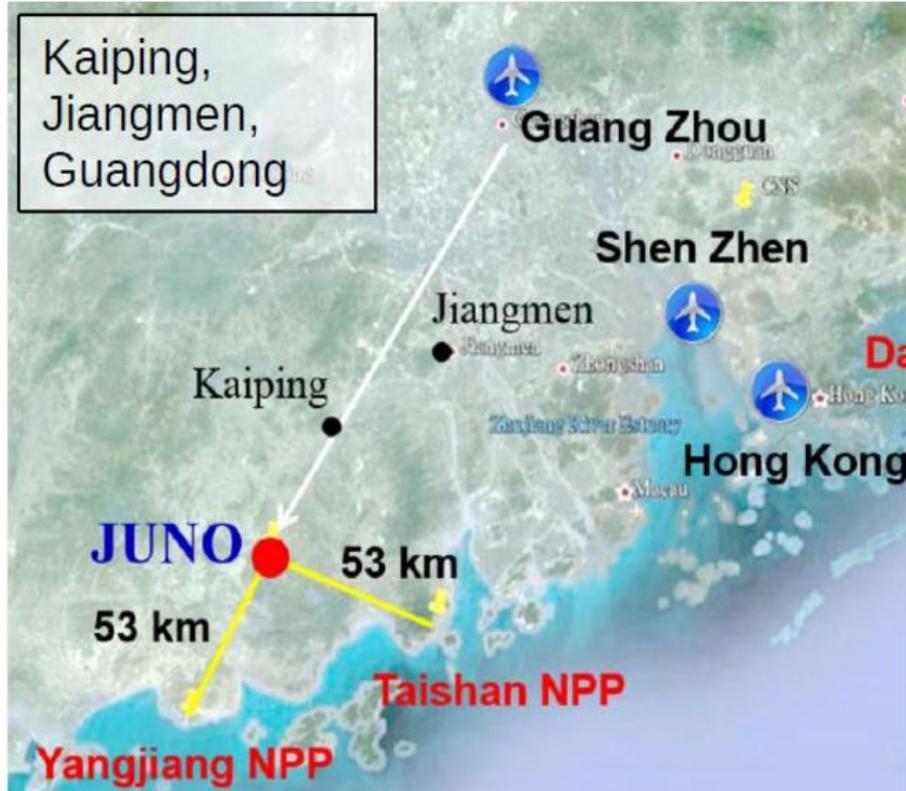
Измерены  $\Delta m_{21}^2$ , углы смешивания  $\theta_{ij}$  и  $|\Delta m_{32}^2|$ .

Неизвестно, какая иерархия реализуется в природе:

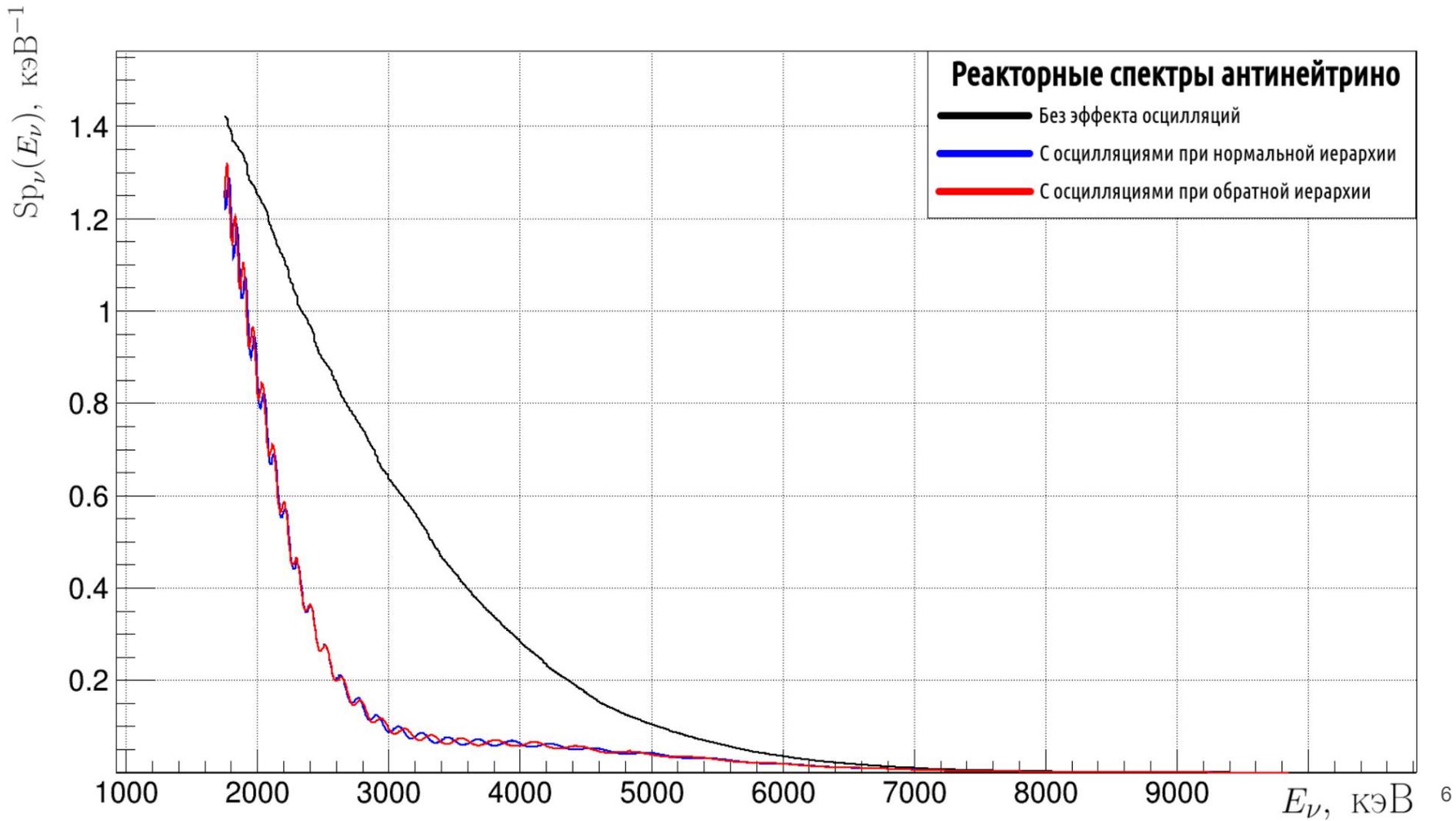
**Нормальная:**  $m_3 > m_2$

**Обратная:**  $m_3 < m_2$

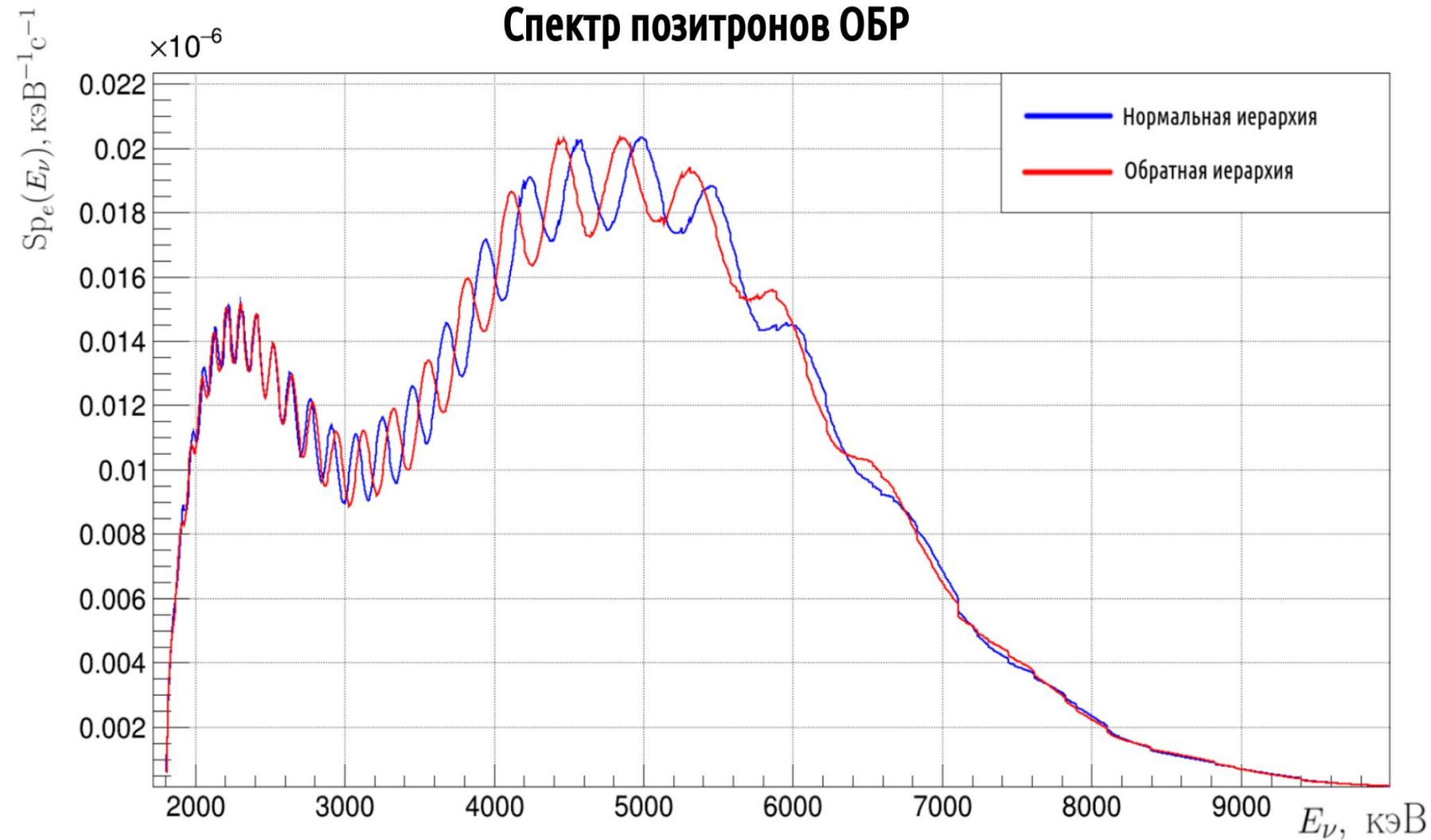
# Эксперимент JUNO



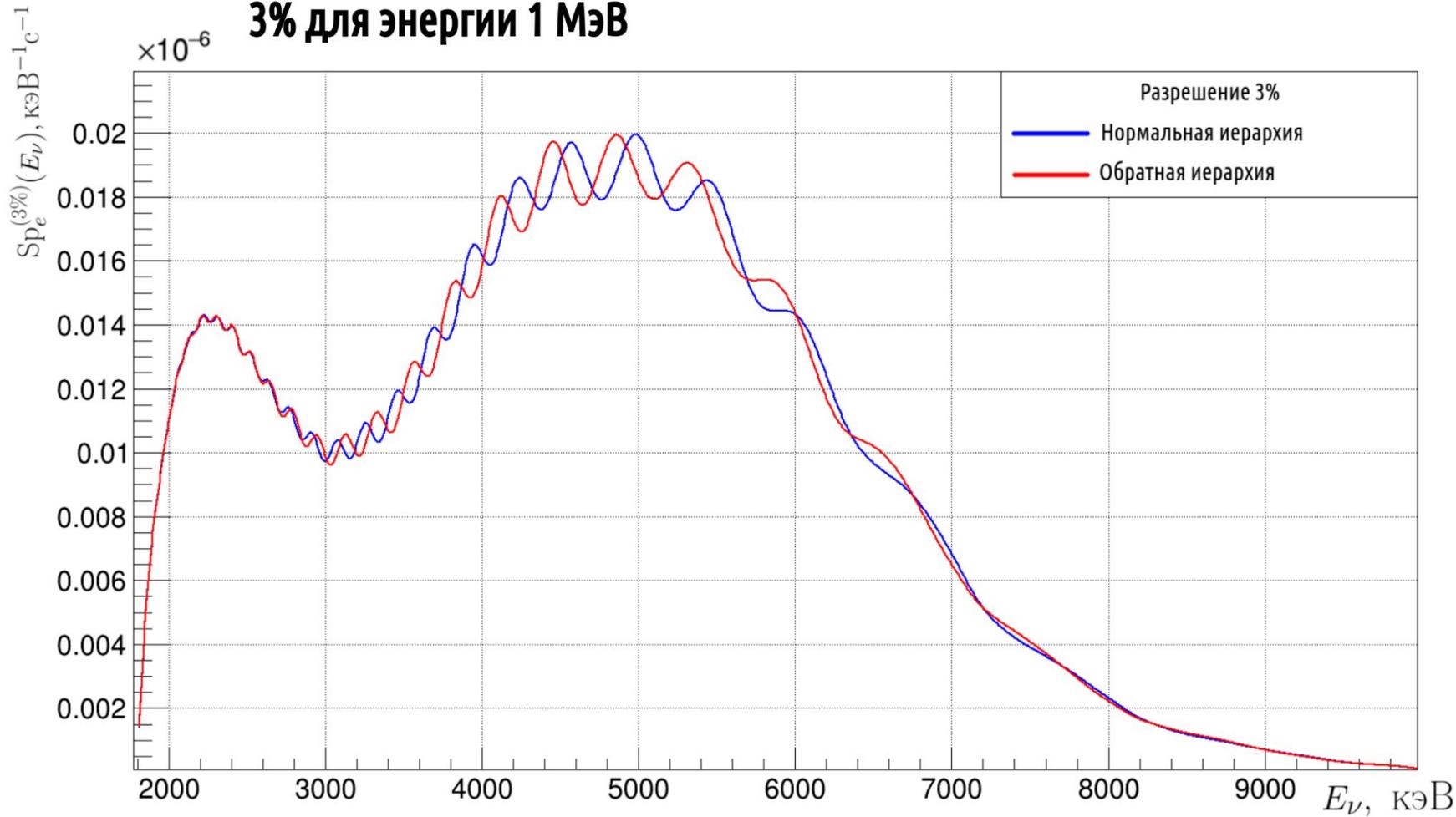
- Регистрация антинейтрино по реакции ОБР;
- Энергетическое разрешение - 3% для энергии 1 MeV;



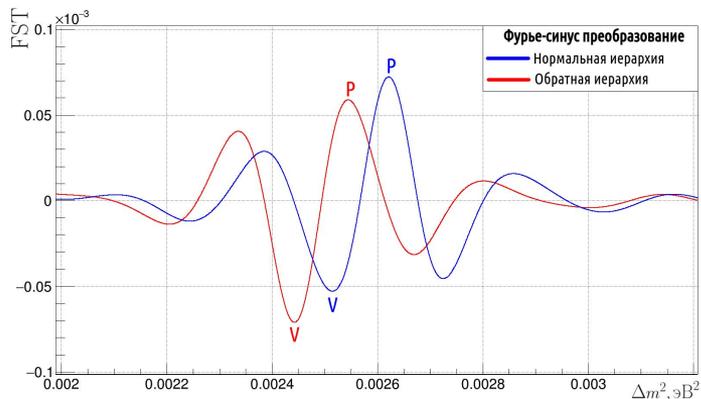
# Спектр позитронов ОБР



# Наблюдаемый спектр позитронов ОБР с разрешением детектора 3% для энергии 1 МэВ



# Спектральный анализ: критерий $RL+PV$

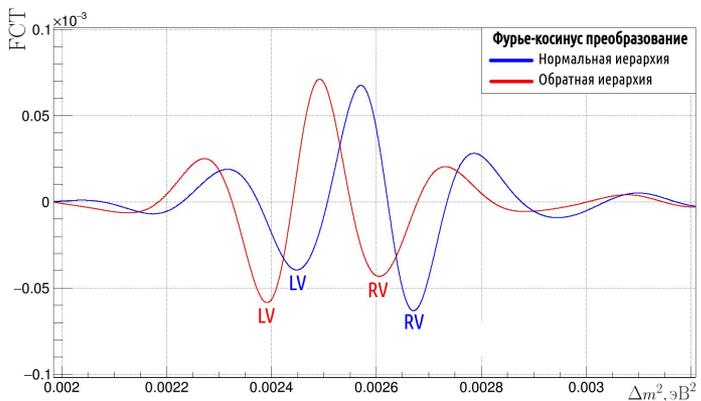


$$RL = \frac{RV - LV}{RV + LV}, \quad PV = \frac{P - V}{P + V}.$$

Знаки  $RL$  и  $PV$  определяют иерархию:

$RL > 0$  и  $PV > 0 \Rightarrow$  Нормальная иерархия,

$RL < 0$  и  $PV < 0 \Rightarrow$  Обратная иерархия.



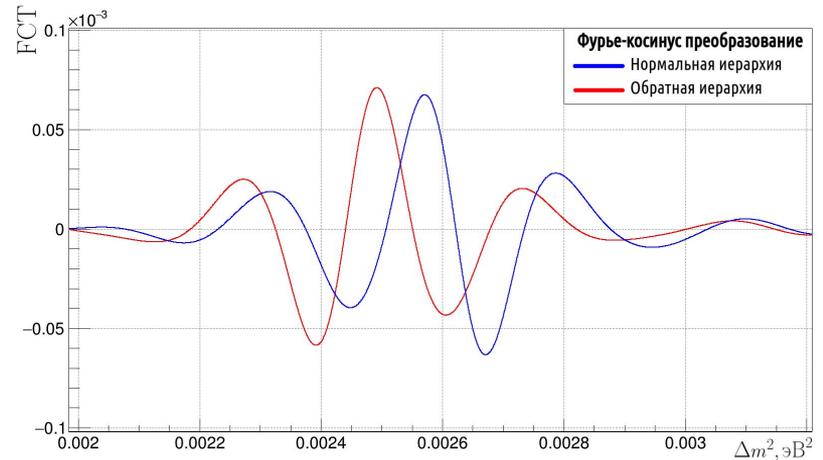
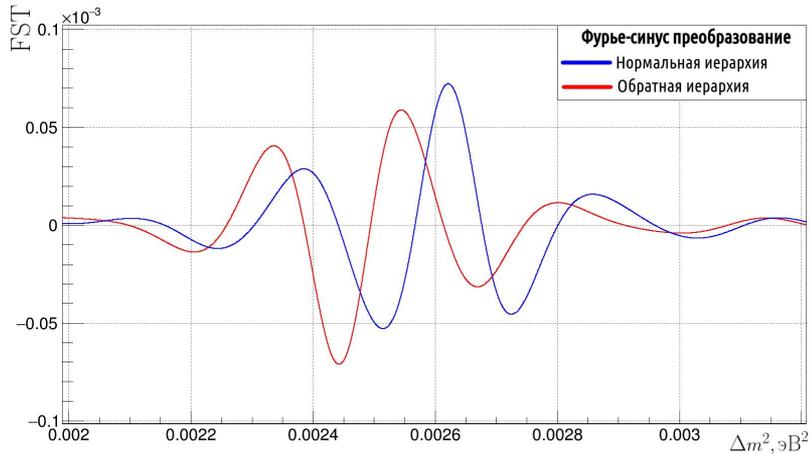
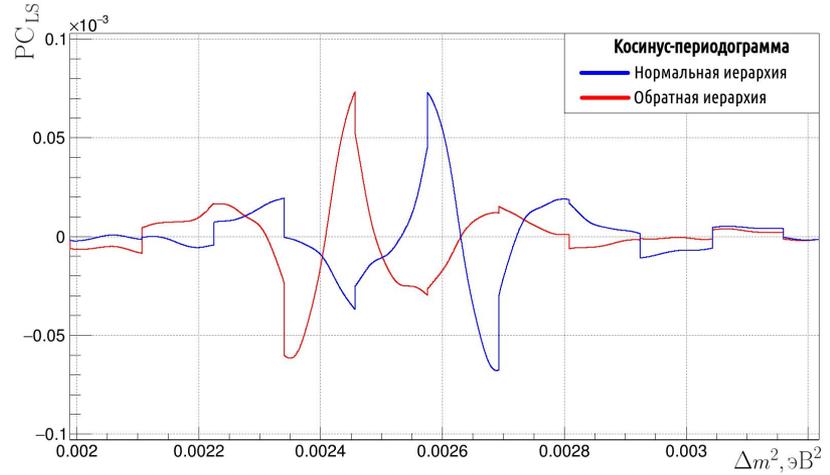
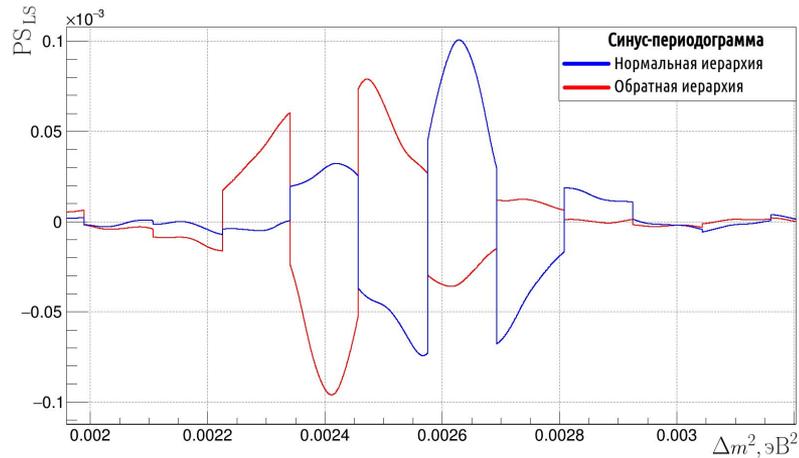
$RV$  — амплитуда правой ямы FCT;

$LV$  — амплитуда левой ямы FCT;

$P$  — амплитуда пика FST;

$V$  — амплитуда ямы FST;

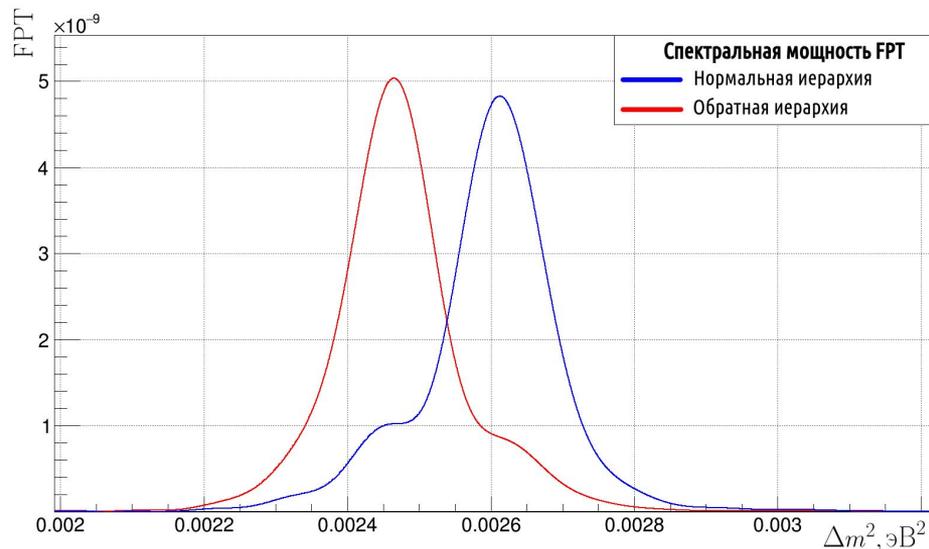
# Спектральный анализ: *периодограммы*



# Спектральный анализ: критерий асимметрии

$$\text{FPT}(\Delta m^2) = \frac{|\text{FST}(\Delta m^2)|^2 + |\text{FCT}(\Delta m^2)|^2}{2}$$

$$\gamma = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$$



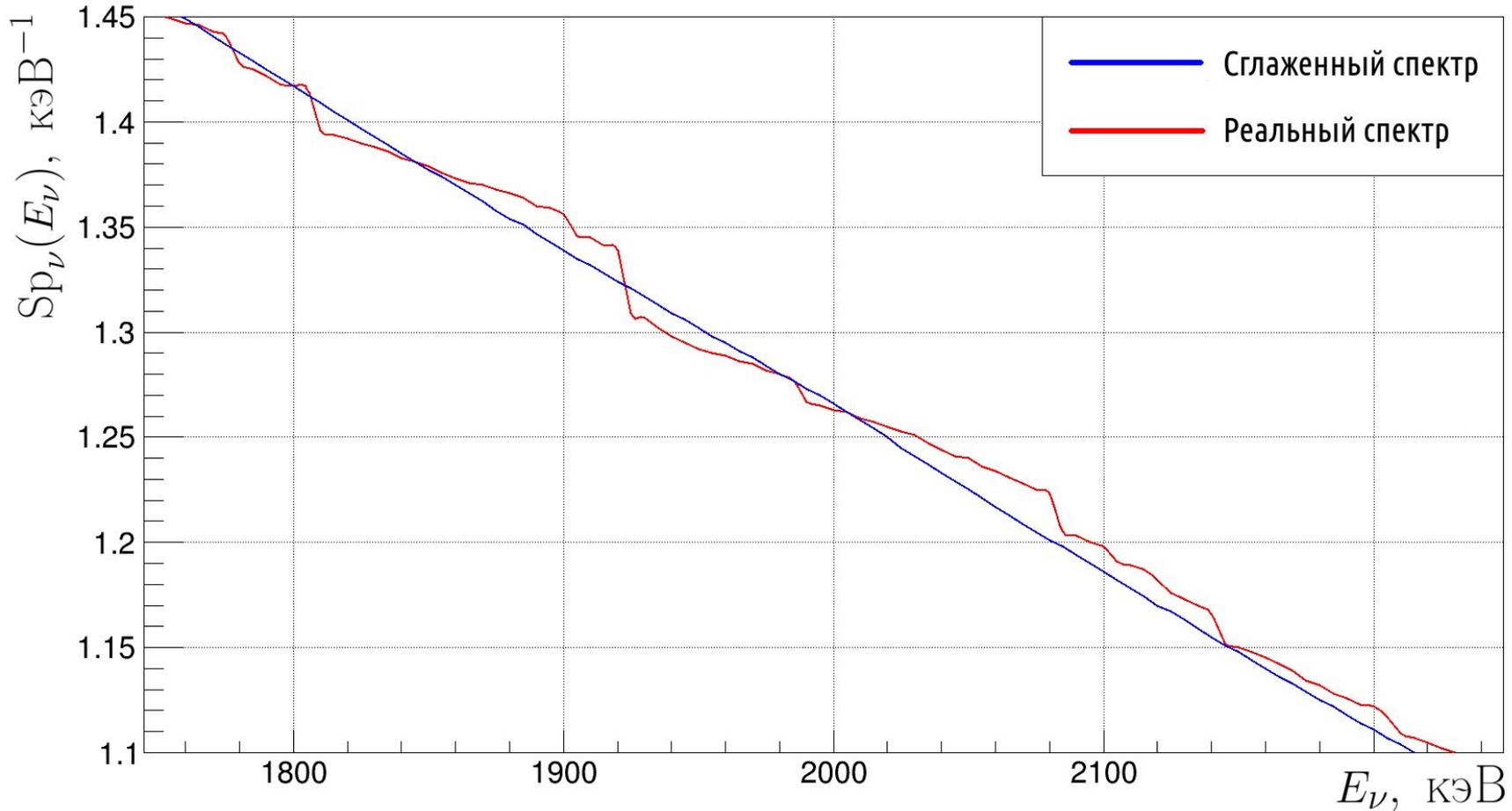
$\mu_3$  — 3-ий центральный момент;

$\sigma$  — среднеквадратичное отклонение;

$\gamma < 0 \Rightarrow$  нормальная иерархия;

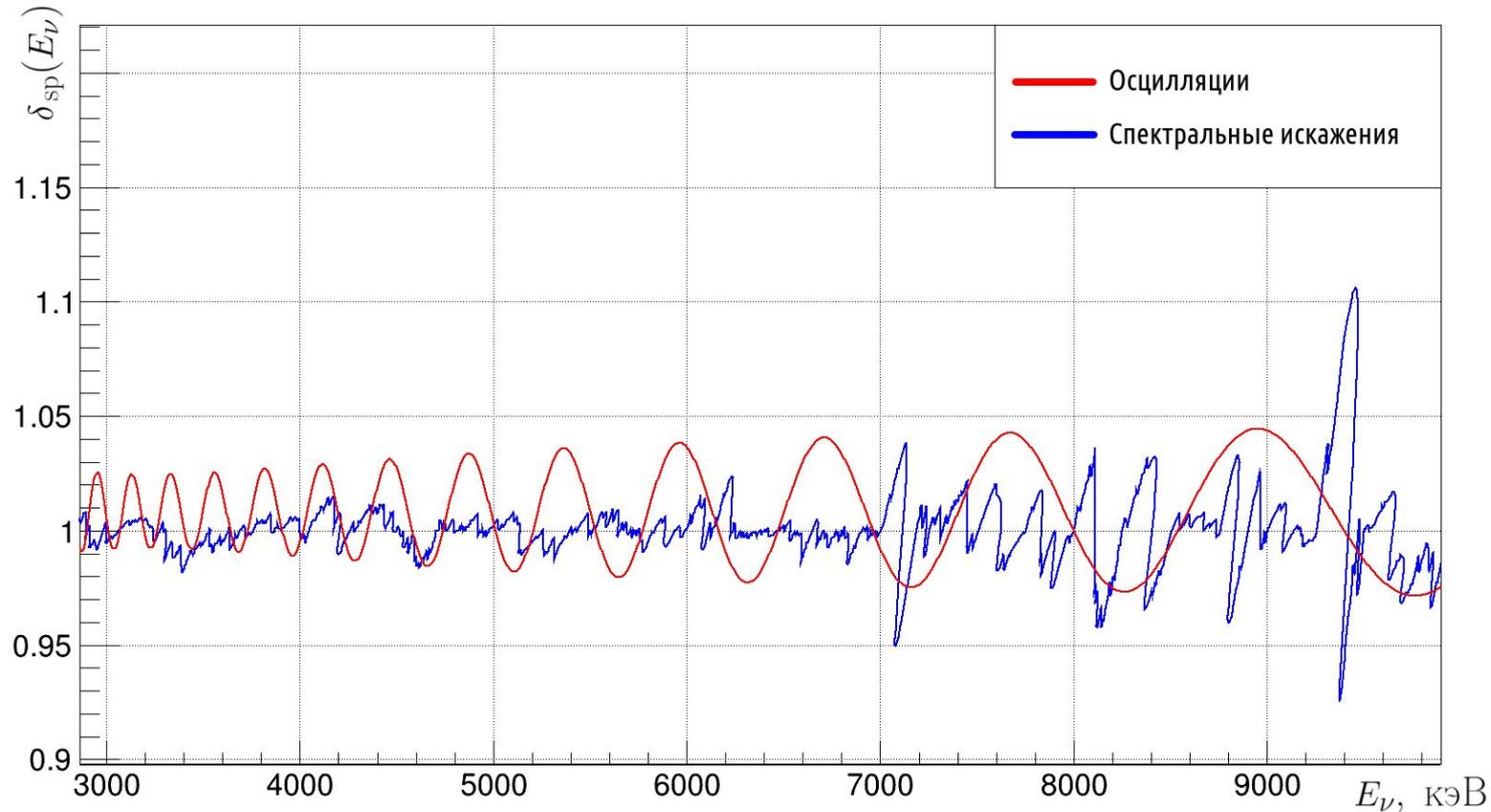
$\gamma > 0 \Rightarrow$  обратная иерархия;

# Спектральные искажения

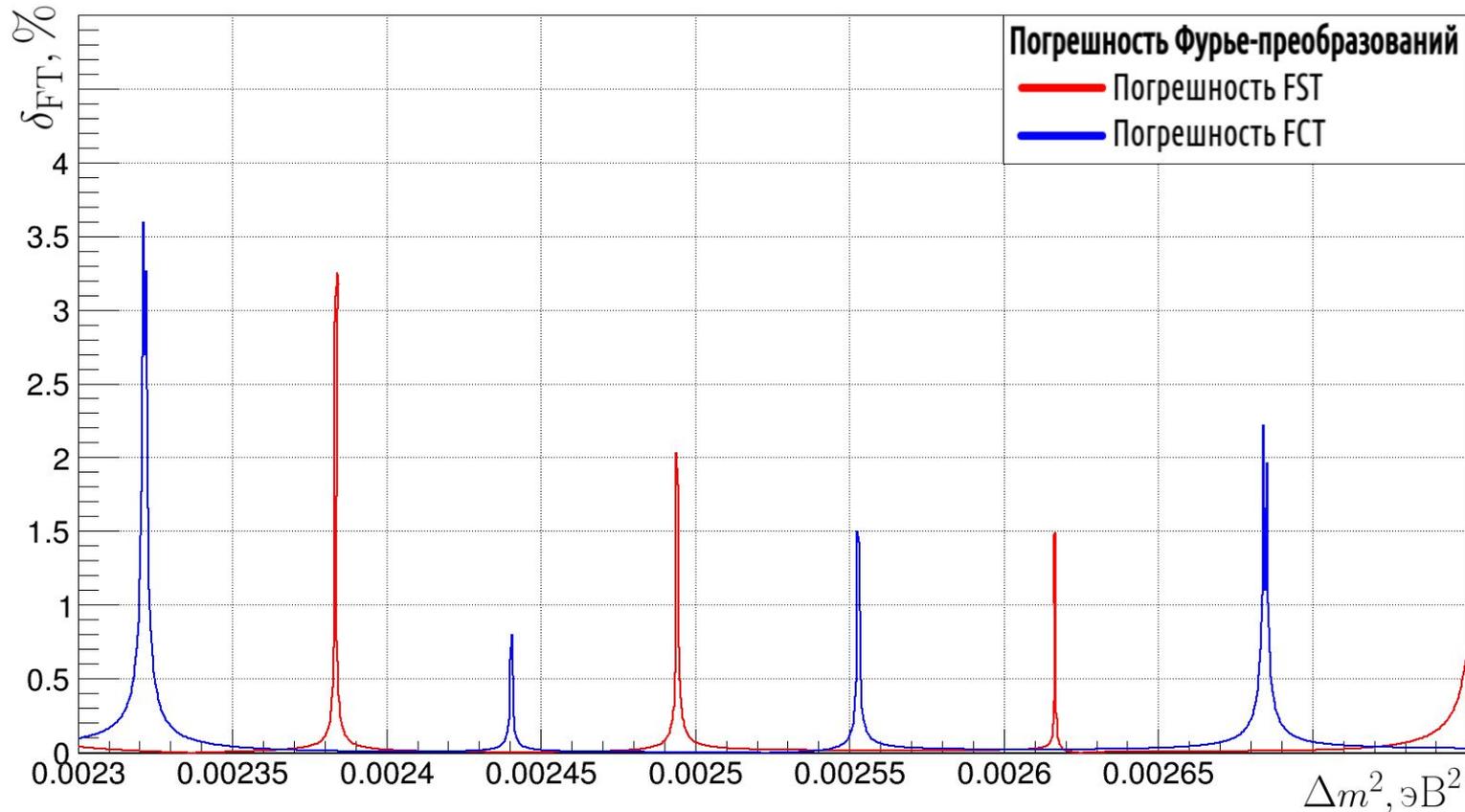


# Спектральные искажения

$$\delta_{\text{sp}}(E_\nu) = \frac{\text{Sp}^{\text{real}}(E_\nu)}{\text{Sp}^{\text{smooth}}(E_\nu)}$$



# Погрешность, вызванная искажениями спектров



## Преимущества:

- 1) Относительная простота реализации;
- 2) Учет энергетического разрешения при помощи функции отклика детектора;
- 3) Учет изменения топливного состава со временем (пересчет реакторных спектров антинейтринно на каждой итерации);

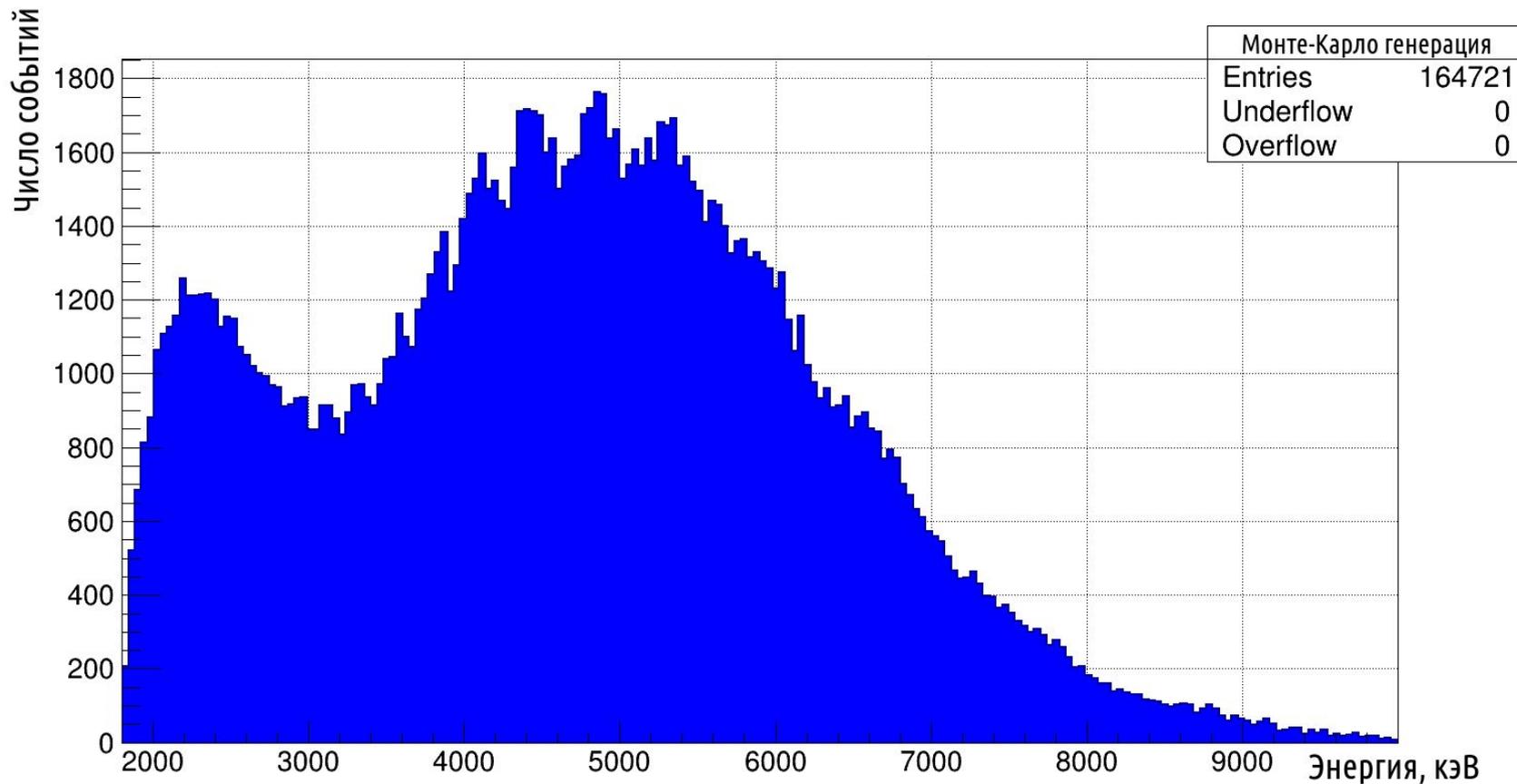
## Недостатки:

- 1) Не рассматривается геометрия детектора и возможность вторичного взаимодействия антинейтринно - количество событий нормируется “искусственно”;
- 2) Не моделируются электроника, случайные события, шумы и фон;

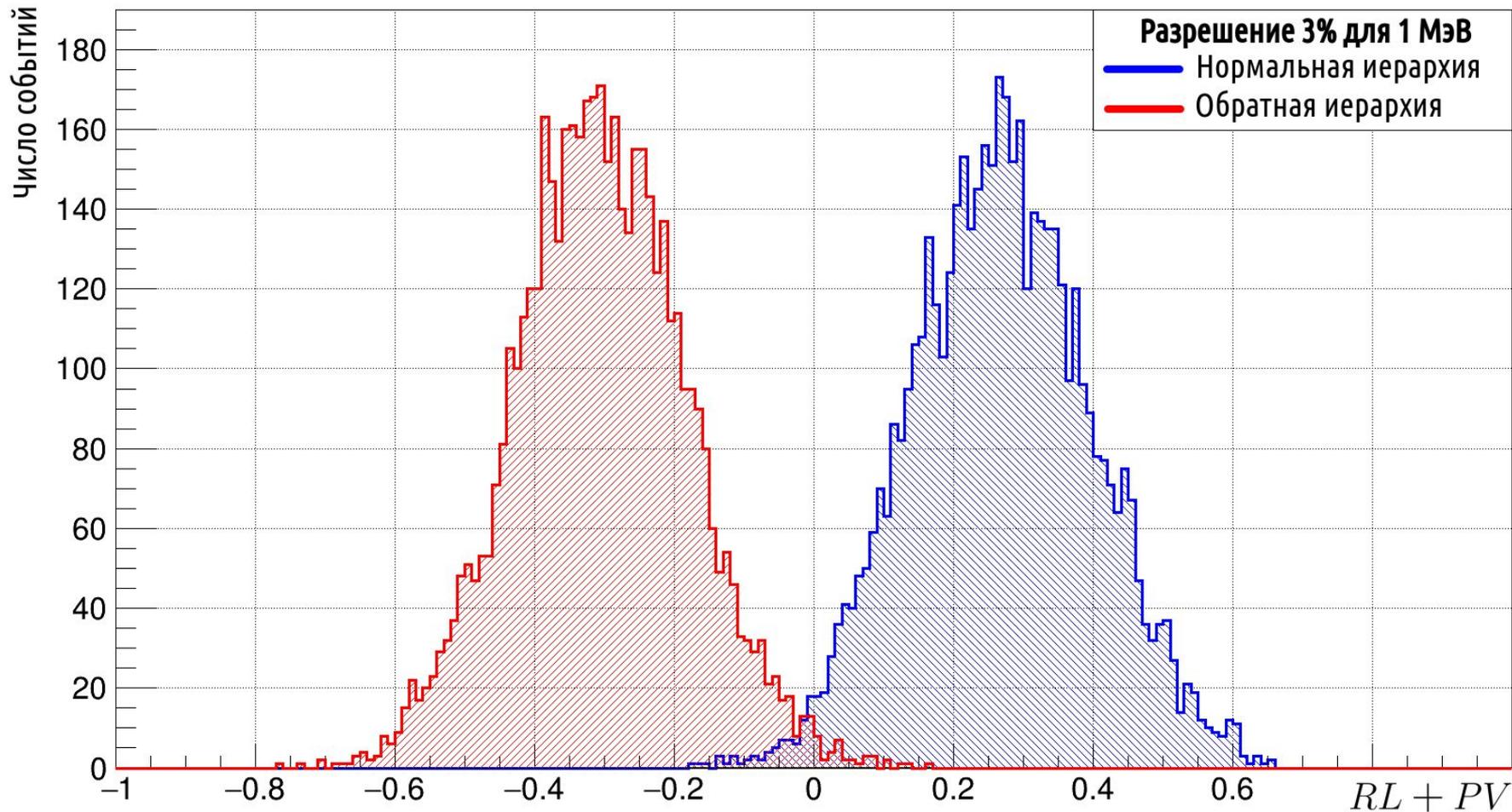
# Монте-Карло генератор



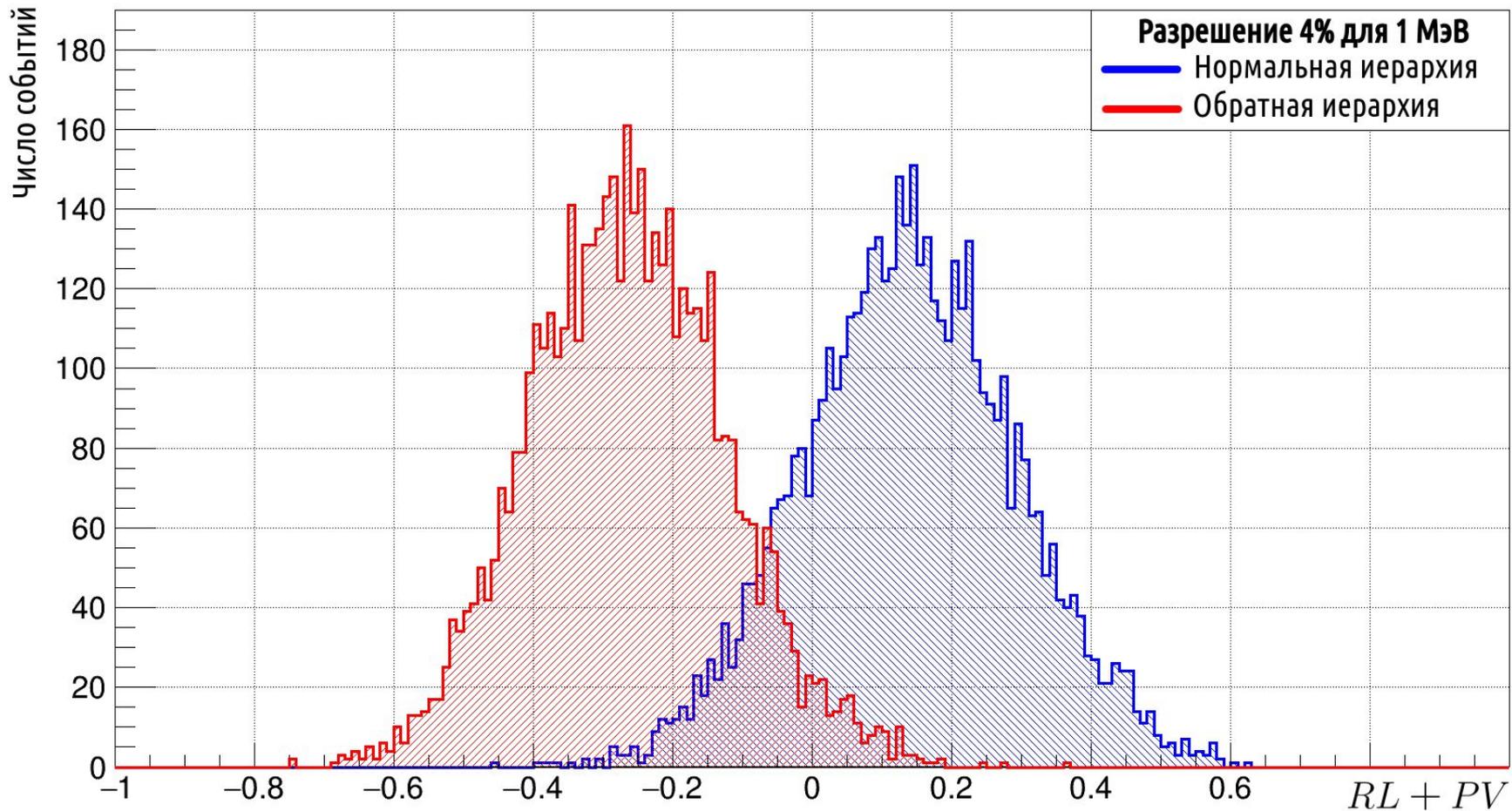
# Результаты МС-генерации



# Критерий RL+PV

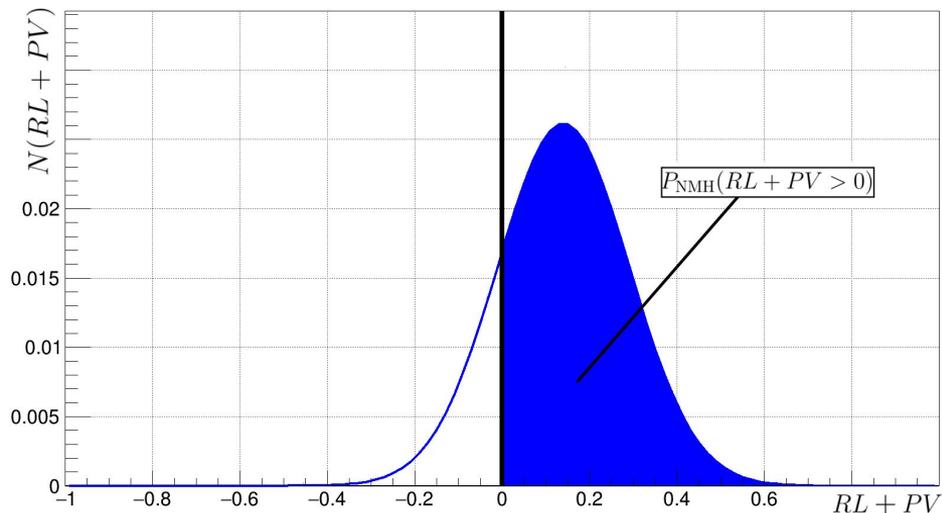
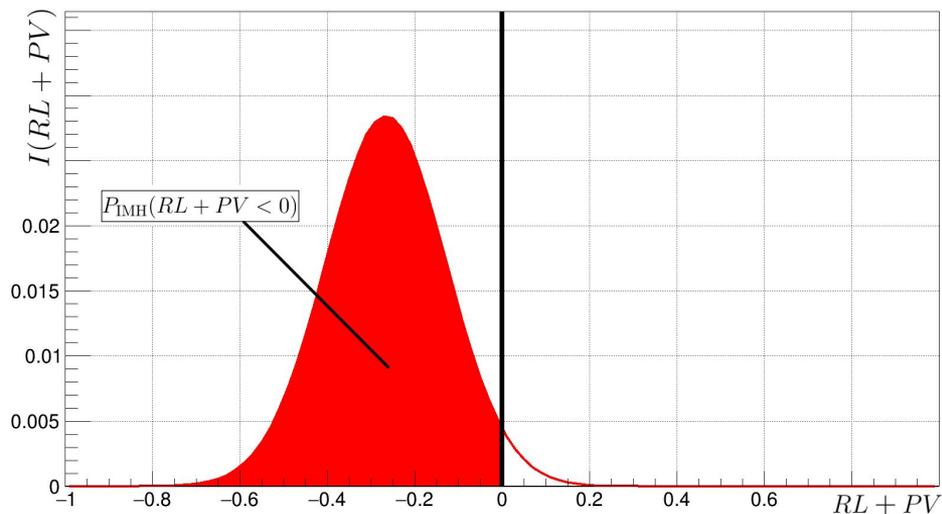


# Критерий $RL+PV$



# Статистическая мощность критерия

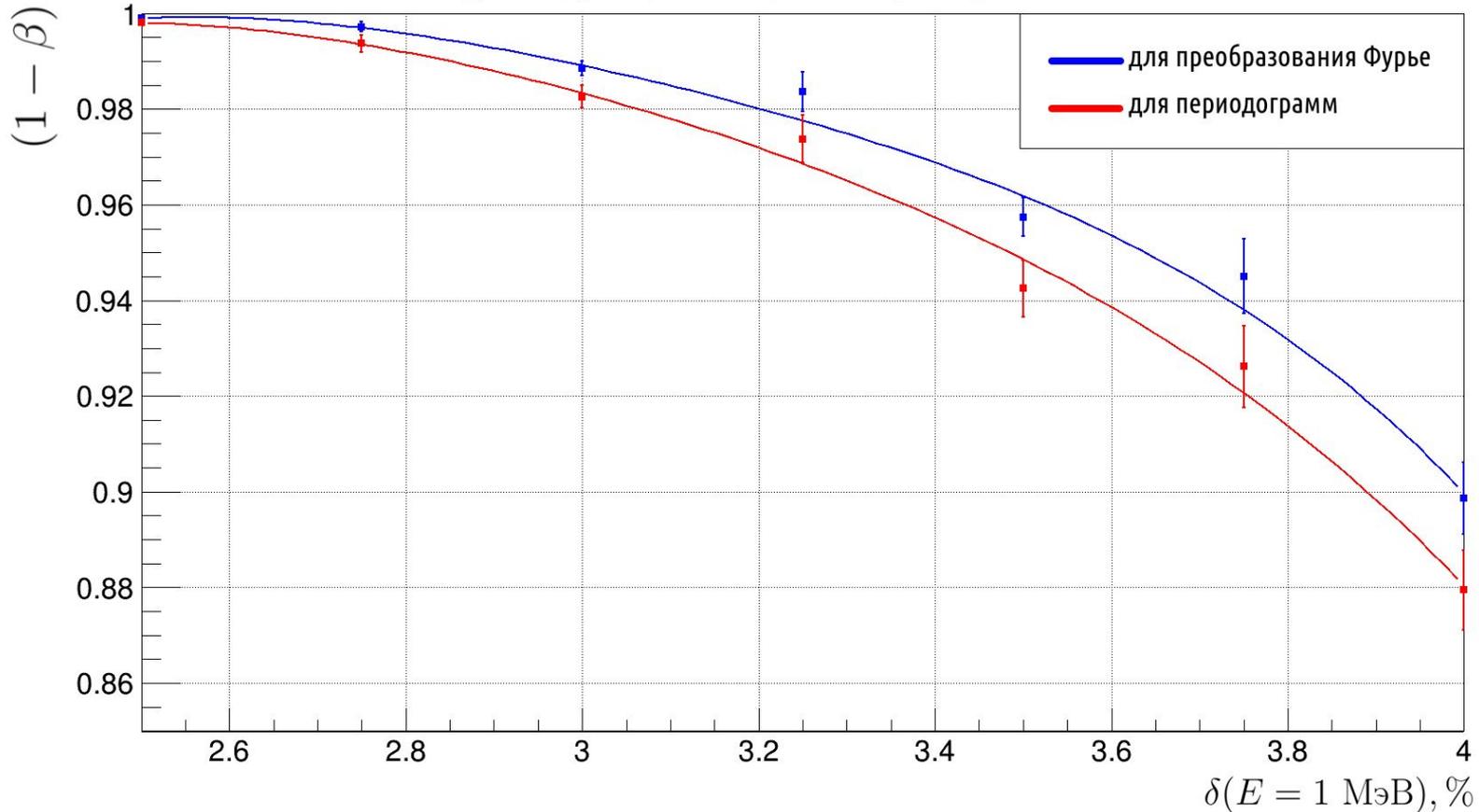
$$(1 - \beta)_I = P_{\text{IMH}}(RL + PV < 0) = \int_{-\infty}^0 I(RL + PV) d(RL + PV)$$



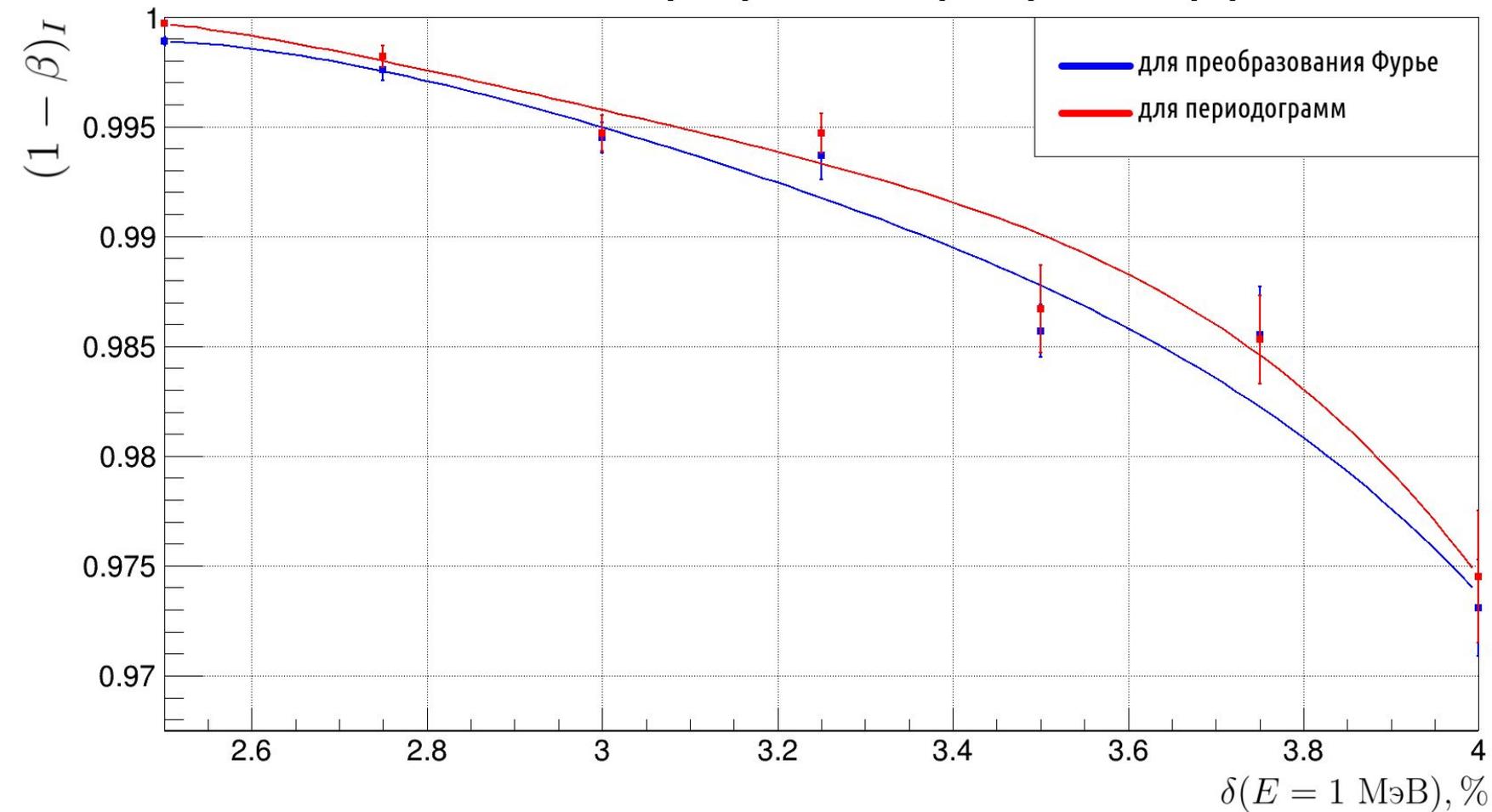
$$(1 - \beta)_N = P_{\text{NMH}}(RL + PV > 0) = \int_0^{+\infty} N(RL + PV) d(RL + PV)$$

# Мощность критериев

## Результирующая мощность критерия RL+PV



# Условная мощность критерия RL+PV при обратной иерархии



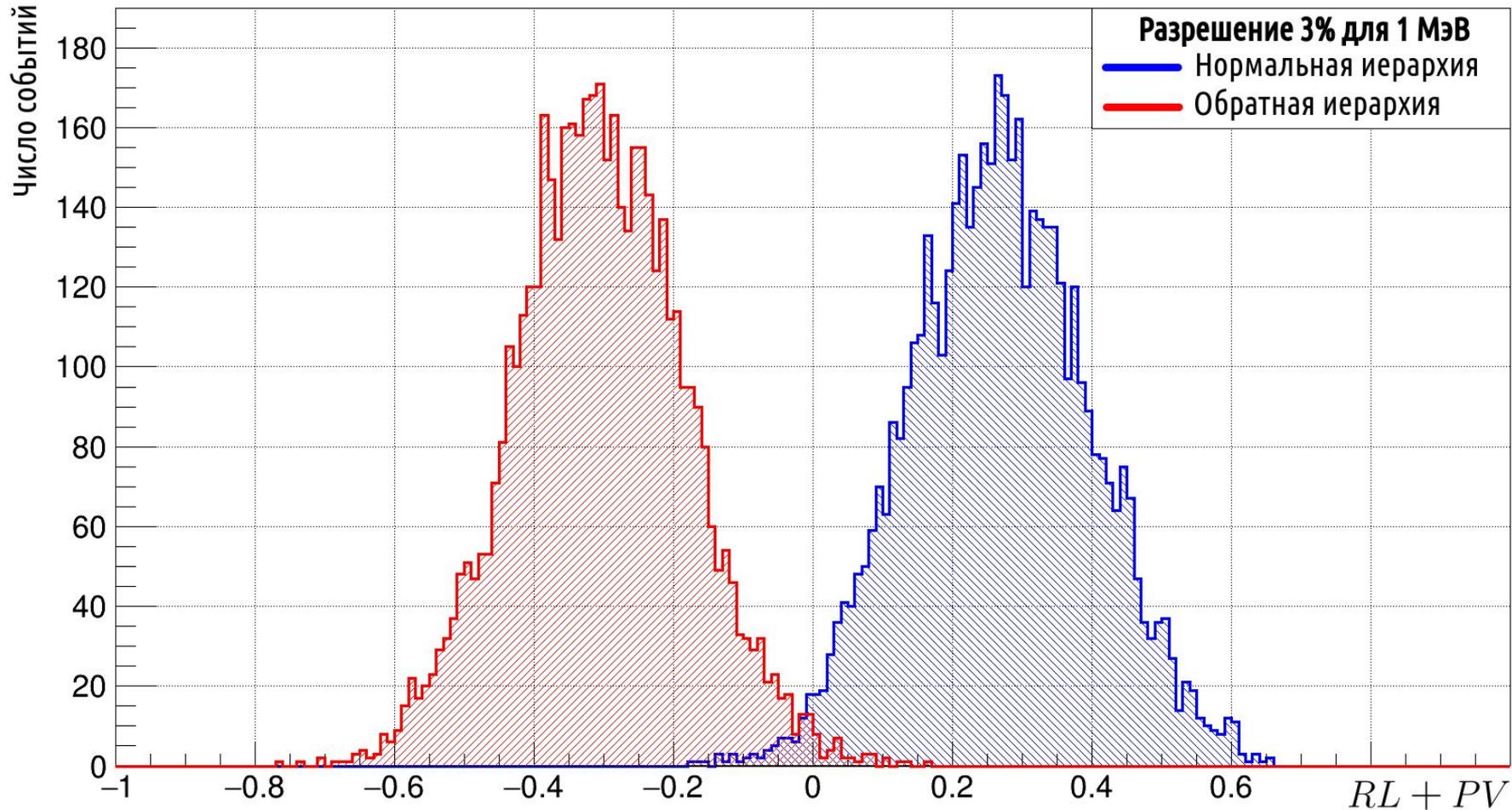
# Заключение

- Описаны и предложены критерии определения иерархии масс в реакторном эксперименте;
- Построена математическая модель (программное обеспечение) реакторного эксперимента в простейшем приближении;
- Проведен анализ чувствительности критериев определения иерархии масс к энергетическому разрешению детектора с учетом эволюции топливного состава реактора и спектральных искажений;
- Показано, что критерий Фурье “RL+PV” для определения иерархии масс нейтрино в общем является самым эффективным из рассматриваемых, однако в случае реализации в природе обратной иерархии периодограммы дают более значимые результаты;

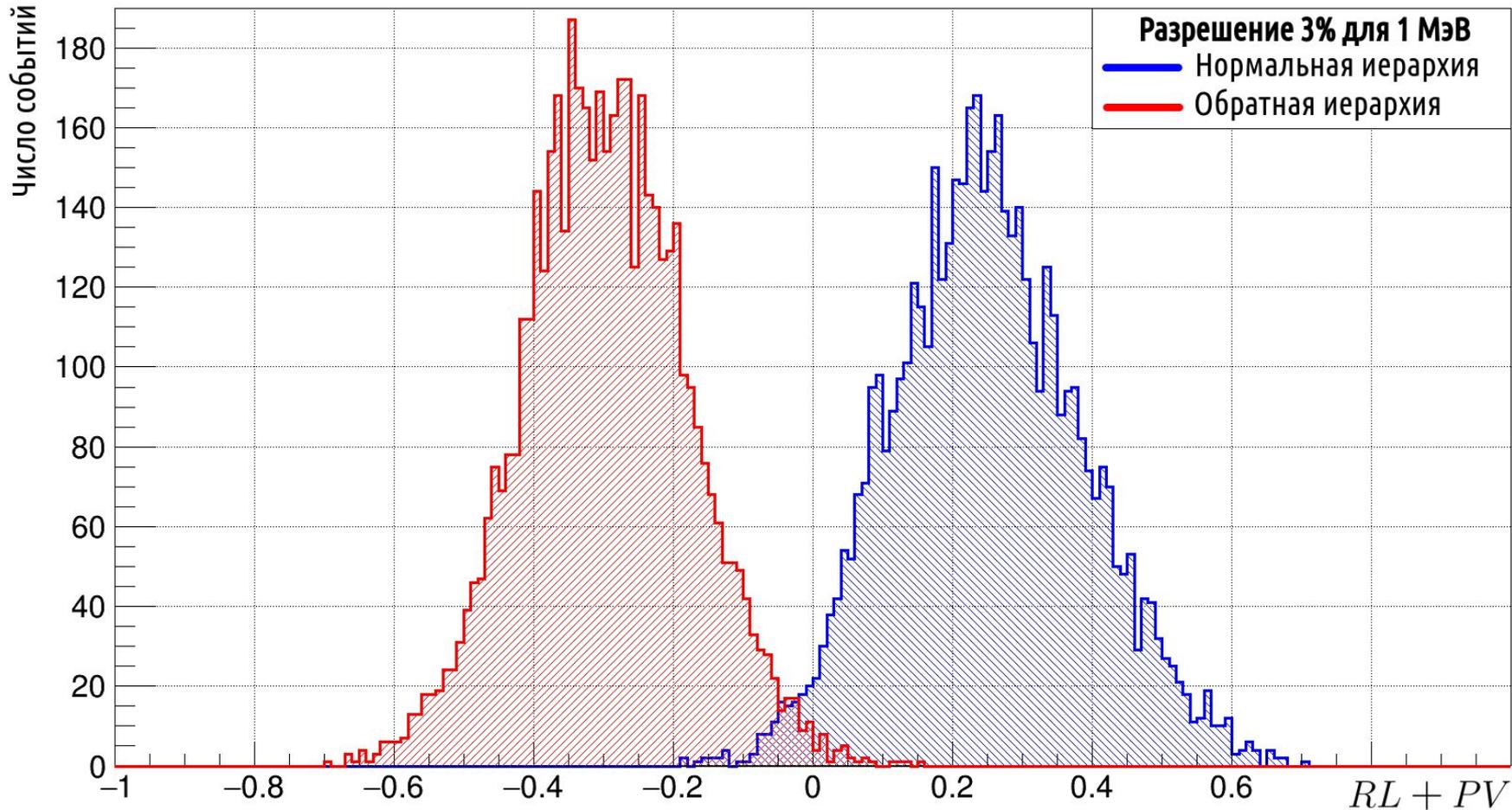
**СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!**



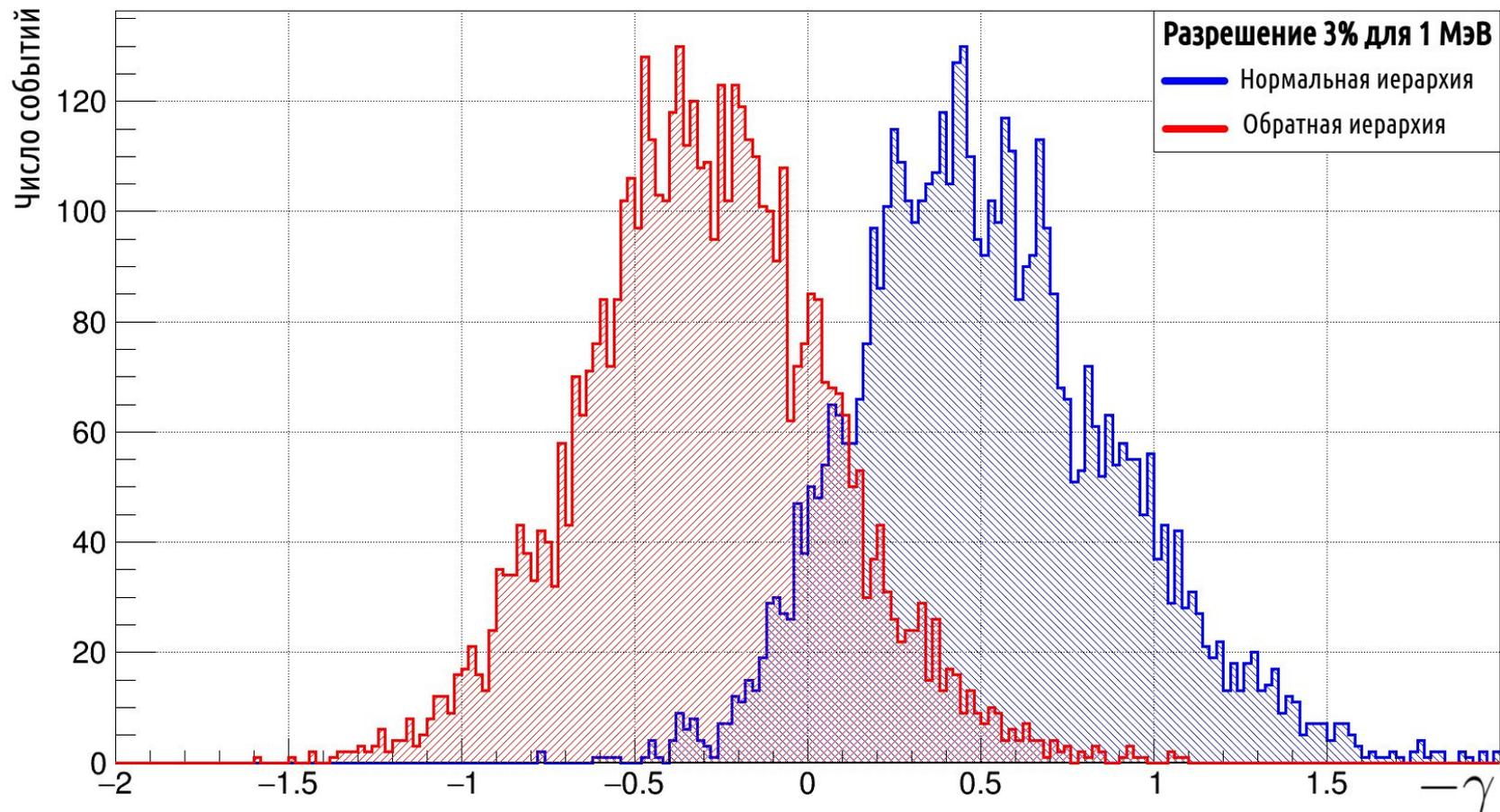
# Критерий RL+PV для Фурье-преобразования



# Критерий RL+PV для периодограмм



# Критерий асимметрии



# Матрица смешивания PMNS

$$U_{\text{PMNS}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_{23} & \sin \theta_{23} \\ 0 & -\sin \theta_{23} & \cos \theta_{23} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos \theta_{13} & 0 & \sin \theta_{13} \cdot e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_{13} \cdot e^{-i\delta} & 0 & \cos \theta_{13} \end{pmatrix} \times \\ \times \begin{pmatrix} \cos \theta_{12} & \sin \theta_{12} & 0 \\ -\sin \theta_{12} & \cos \theta_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} e^{i\rho} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\sigma} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

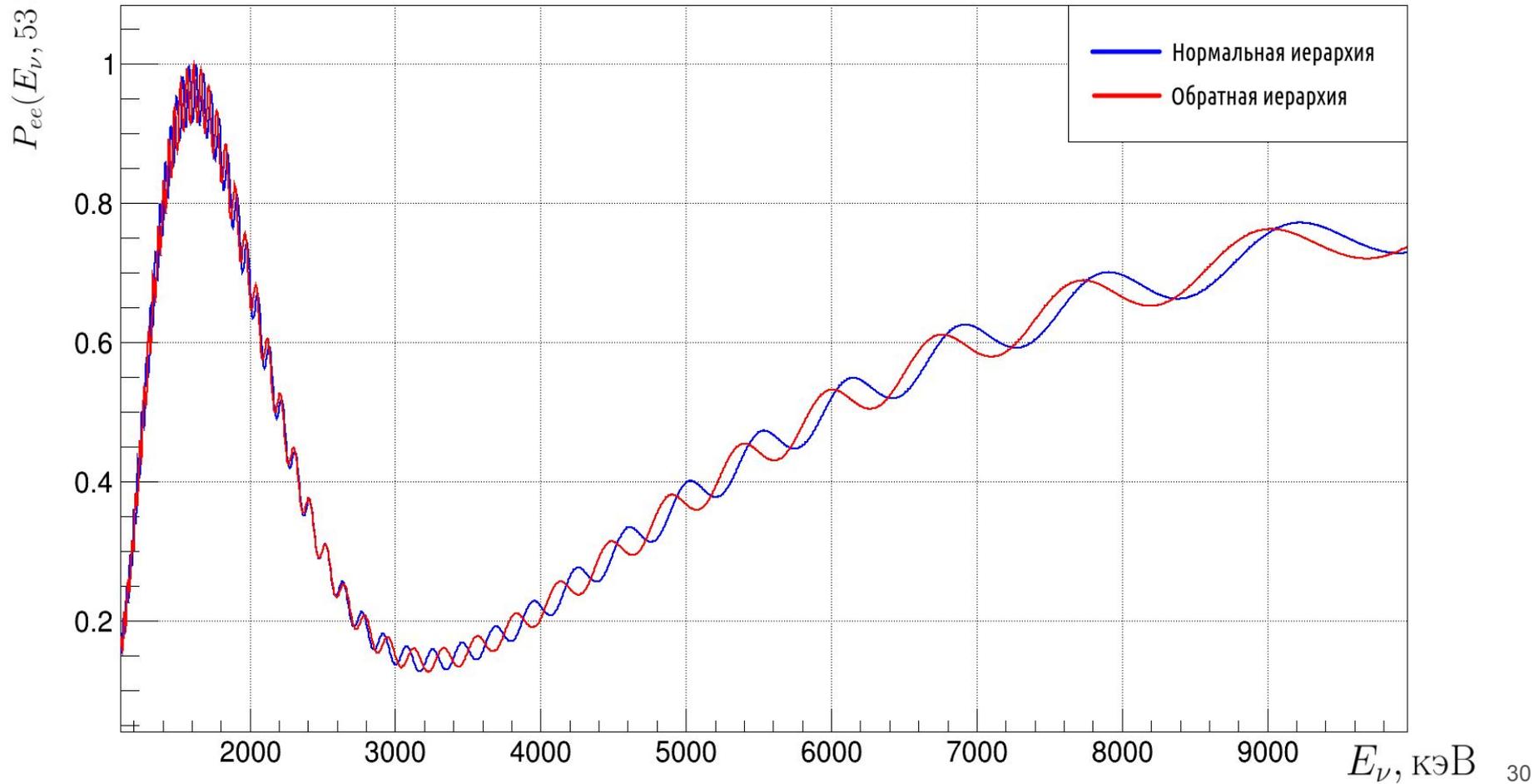
# Амплитуда и вероятность выживания

$$A_{ee} = \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 U_{ek}^* U_{ej} \langle \nu_k | \nu_j \rangle e^{-ip_j x} = \sum_{j=1}^3 |U_{ej}|^2 e^{-ip_j x}$$

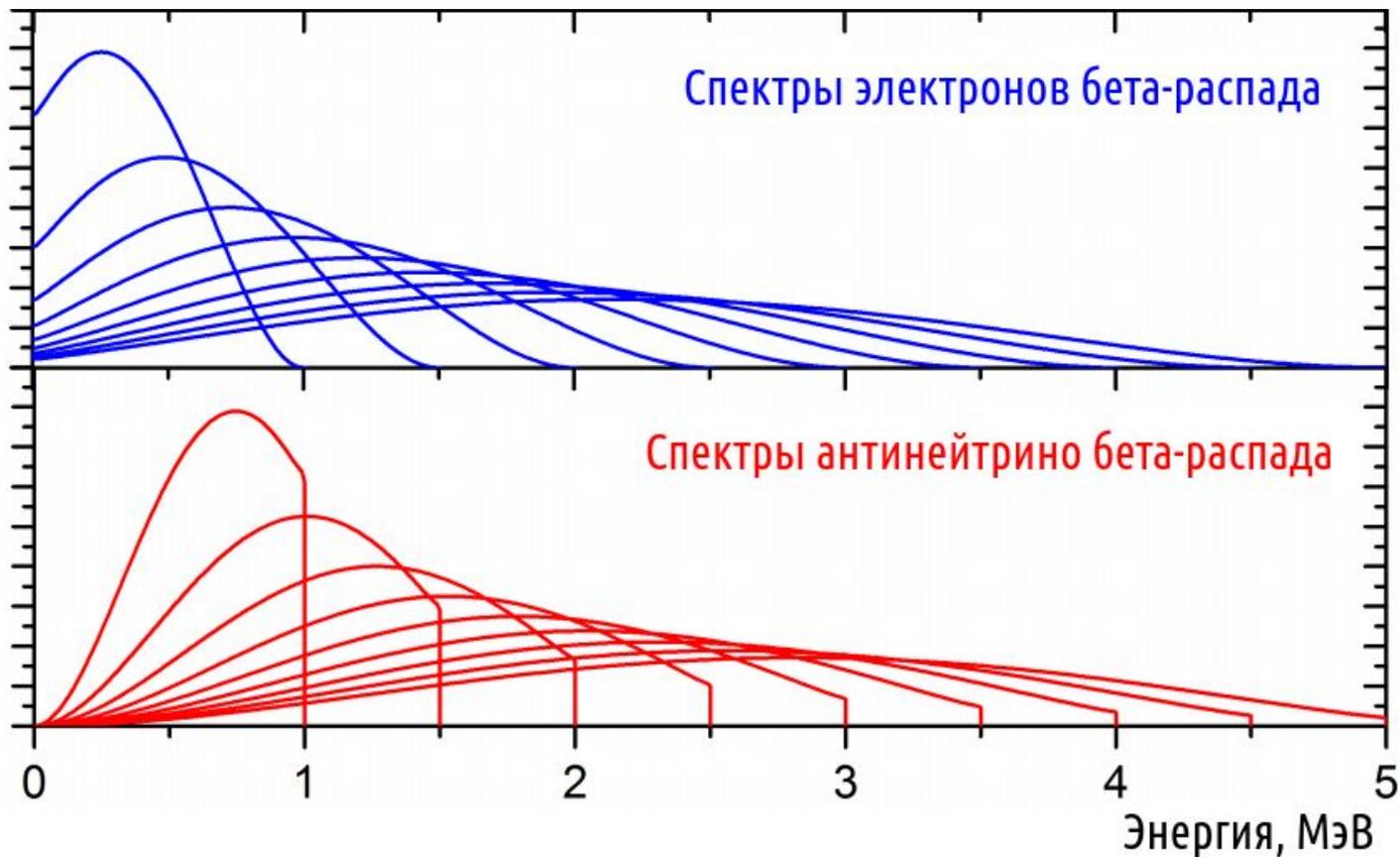
$$P_{ee} = 1 - \sin^2 2\theta_{13} \left( \cos^2 \theta_{12} \sin^2 \Delta_{31} + \sin^2 \theta_{12} \sin^2 \Delta_{32} \right) - \cos^4 \theta_{13} \sin^2 2\theta_{12} \sin^2 \Delta_{21},$$

$$\Delta_{ij} = 1.267 \cdot \Delta m_{ij}^2 \frac{L}{E}$$

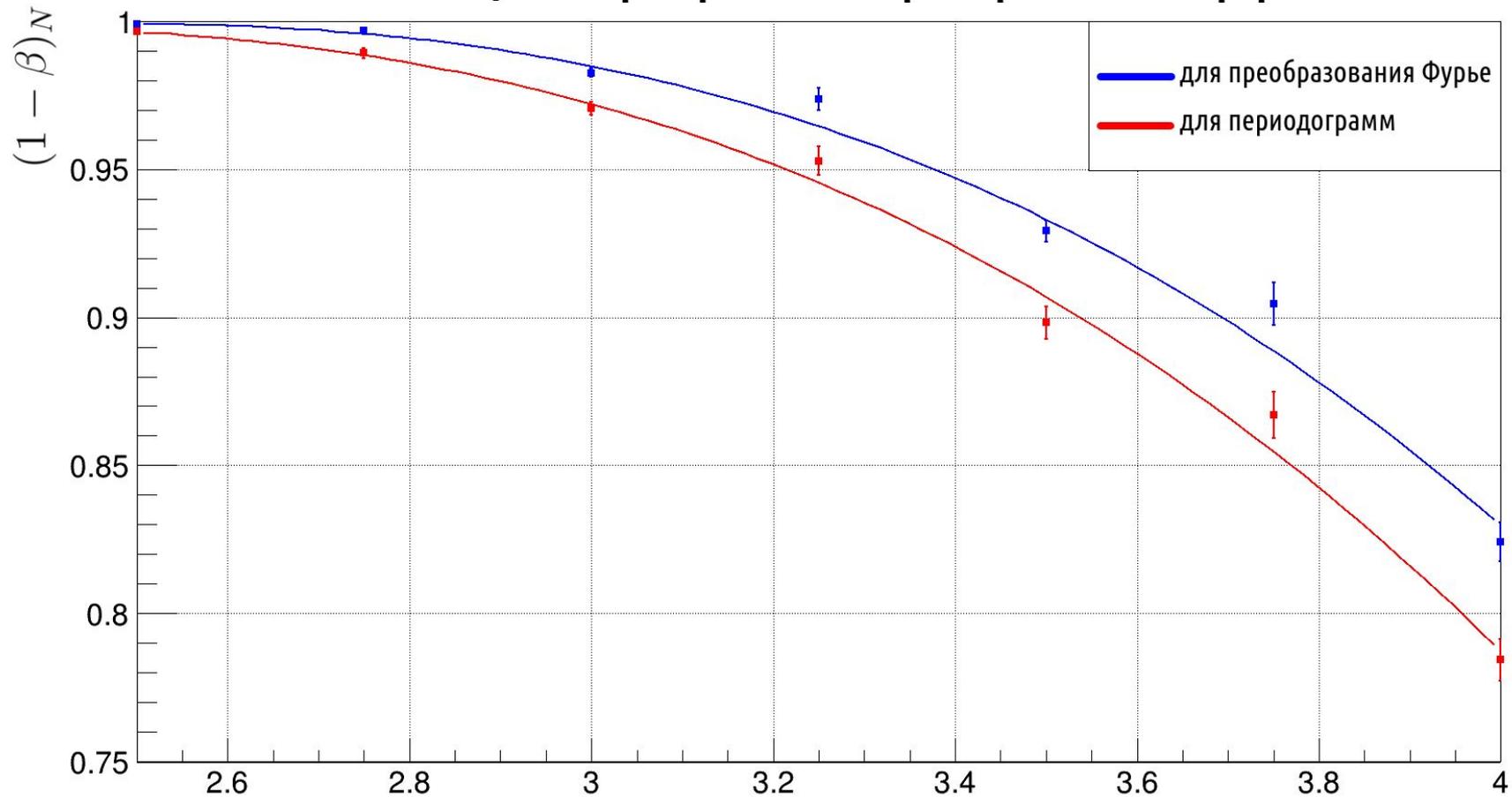
# Вероятность выживания как функция энергии нейтрино



# Пилообразная структура спектра антинейтрино

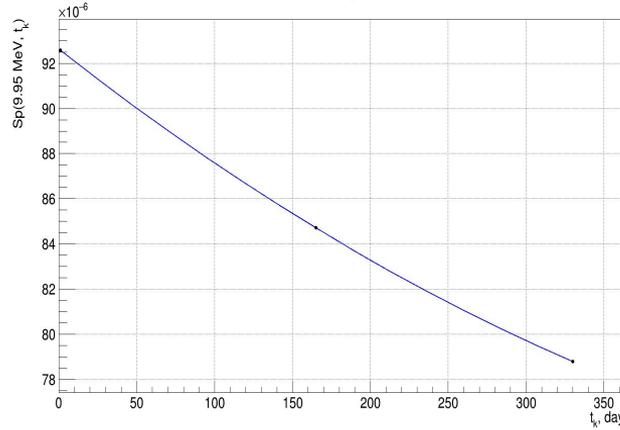


# Условная мощность критерия RL+PV при нормальной иерархии

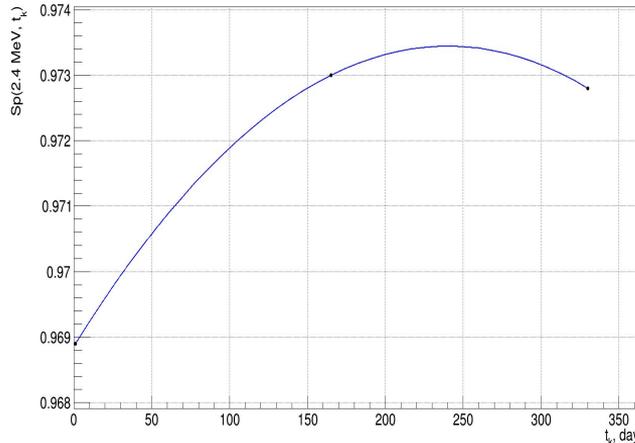


# Модель реакторных спектров

Time interpolation



Time interpolation



$$\widetilde{S}p_b(E_i, t) = \frac{A_i t^2 + B_i t + C_i}{A_i + B_i + C_i} \cdot b(E_i)$$

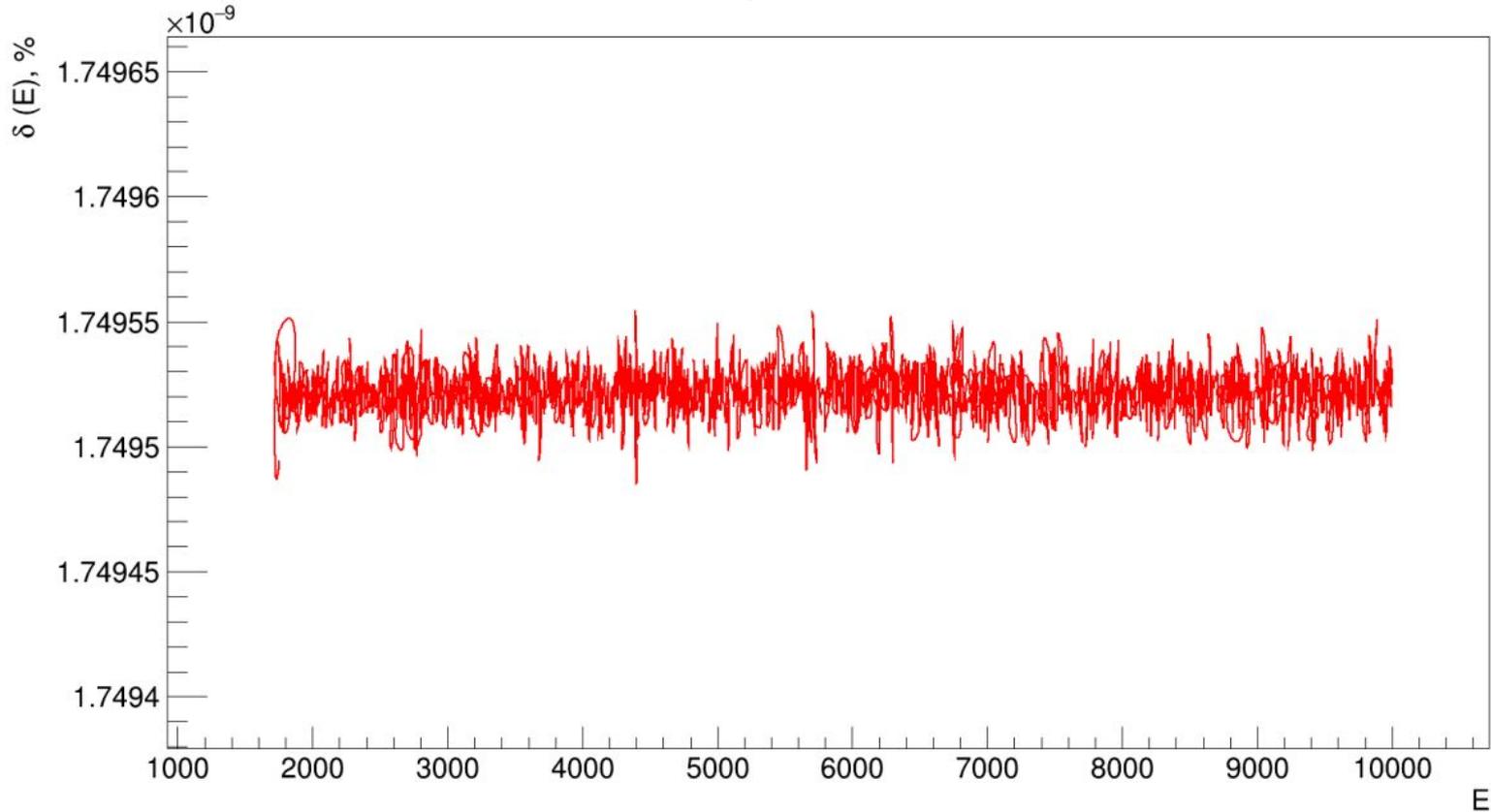
$$\widetilde{S}p_m(E_i, t) = \frac{A_i t^2 + B_i t + C_i}{A_i 165^2 + B_i 165 + C_i} \cdot m(E_i)$$

$$\widetilde{S}p_e(E_i, t) = \frac{A_i t^2 + B_i t + C_i}{A_i 330^2 + B_i 330 + C_i} \cdot e(E_i)$$

$$\widetilde{S}p(E_i, t_k) = \begin{cases} \widetilde{S}p_b(E_i, t_k), & t_k \in [1; 42] \\ \frac{1}{2} \left( \widetilde{S}p_b(E_i, t_k) + \widetilde{S}p_m(E_i, t_k) \right), & t_k \in [43; 124] \\ \widetilde{S}p_m(E_i, t_k), & t_k \in [125; 207] \\ \frac{1}{2} \left( \widetilde{S}p_m(E_i, t_k) + \widetilde{S}p_e(E_i, t_k) \right), & t_k \in [208; 289] \\ \widetilde{S}p_e(E_i, t_k), & t_k \in [290; 330] \end{cases}$$

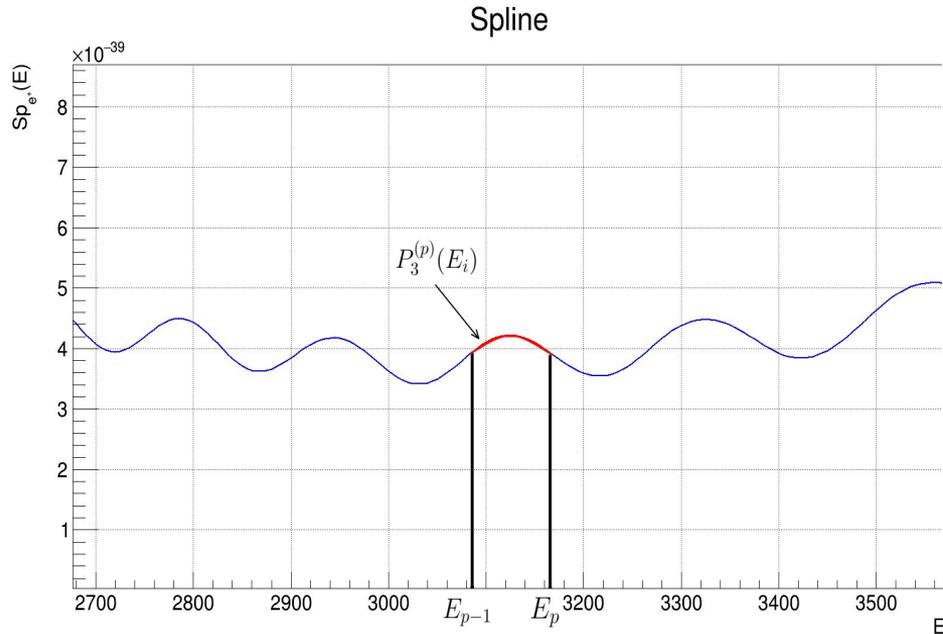
$$\delta(E_i) = \frac{|\text{Sp}(E_i, 330) - e(E_i)|}{e(E_i)} \cdot 100\%$$

Interpolation error



# Модель спектра ОБР

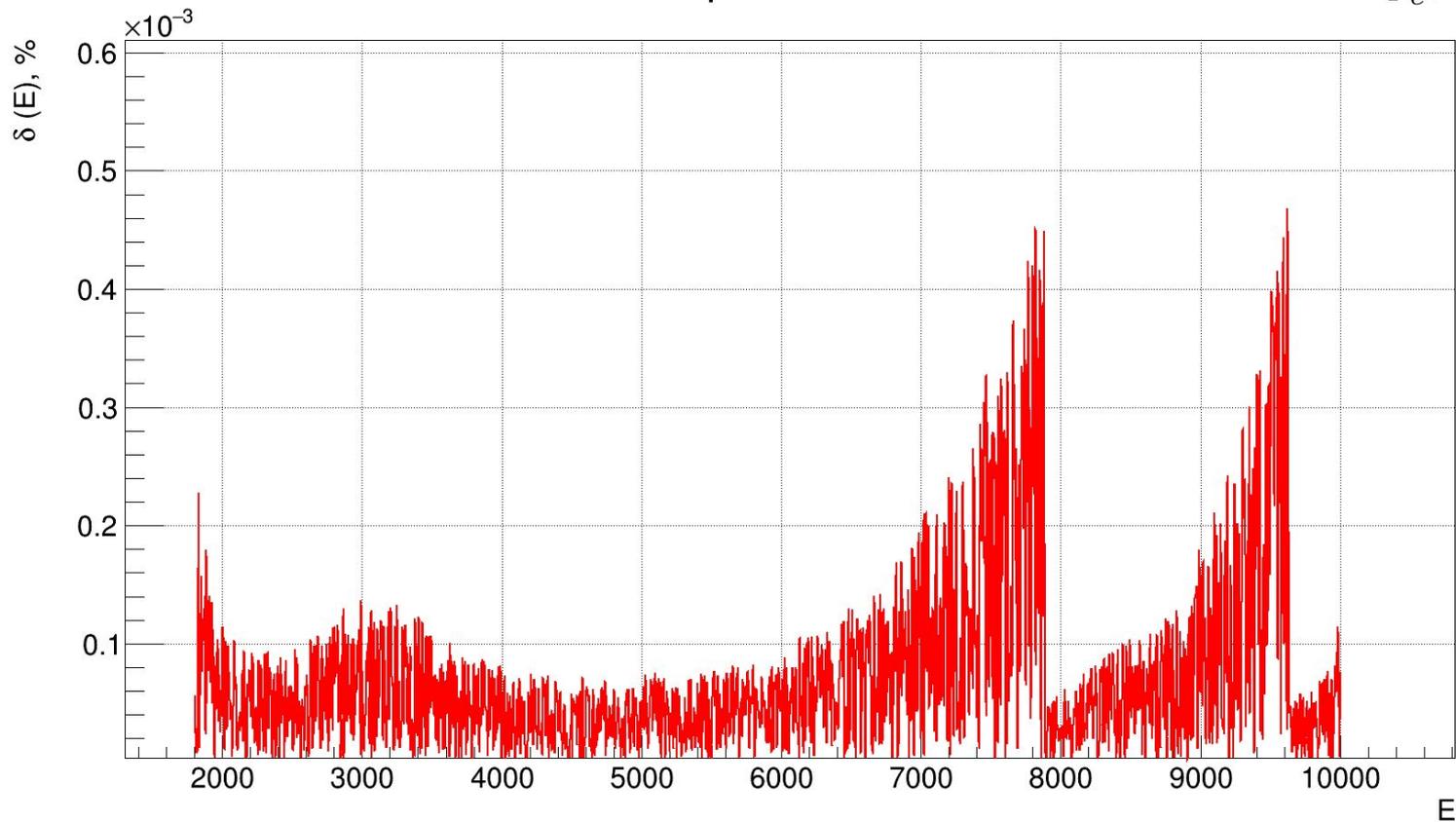
$$\widetilde{\text{Sp}}_{e^+}(E_i) = \text{Sp} \left( E_i + \frac{2E_i(E_i - \Delta) + \Delta^2 - m_e^2}{2m_p}, t_k \right) \cdot \sigma_0(E_i)$$

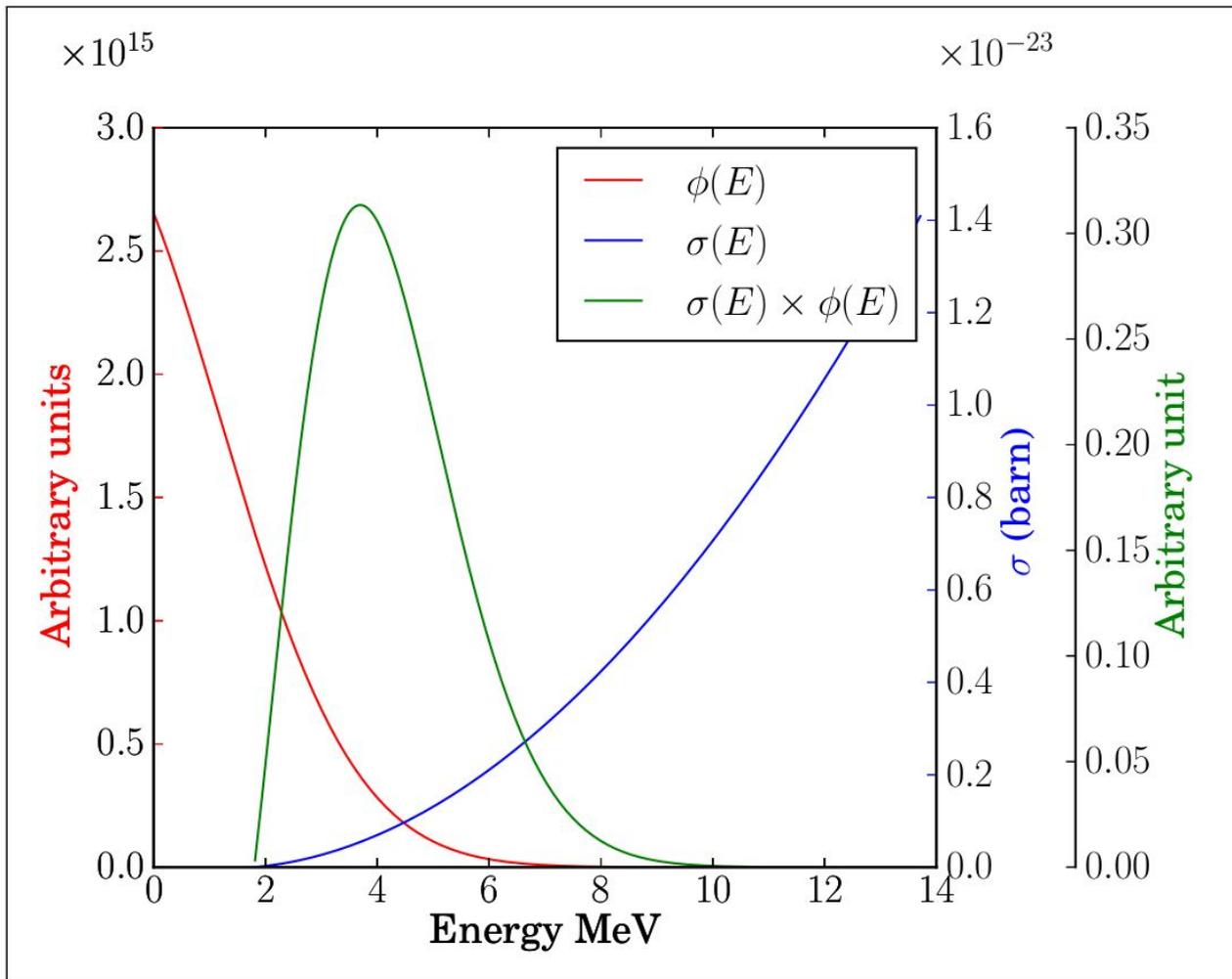


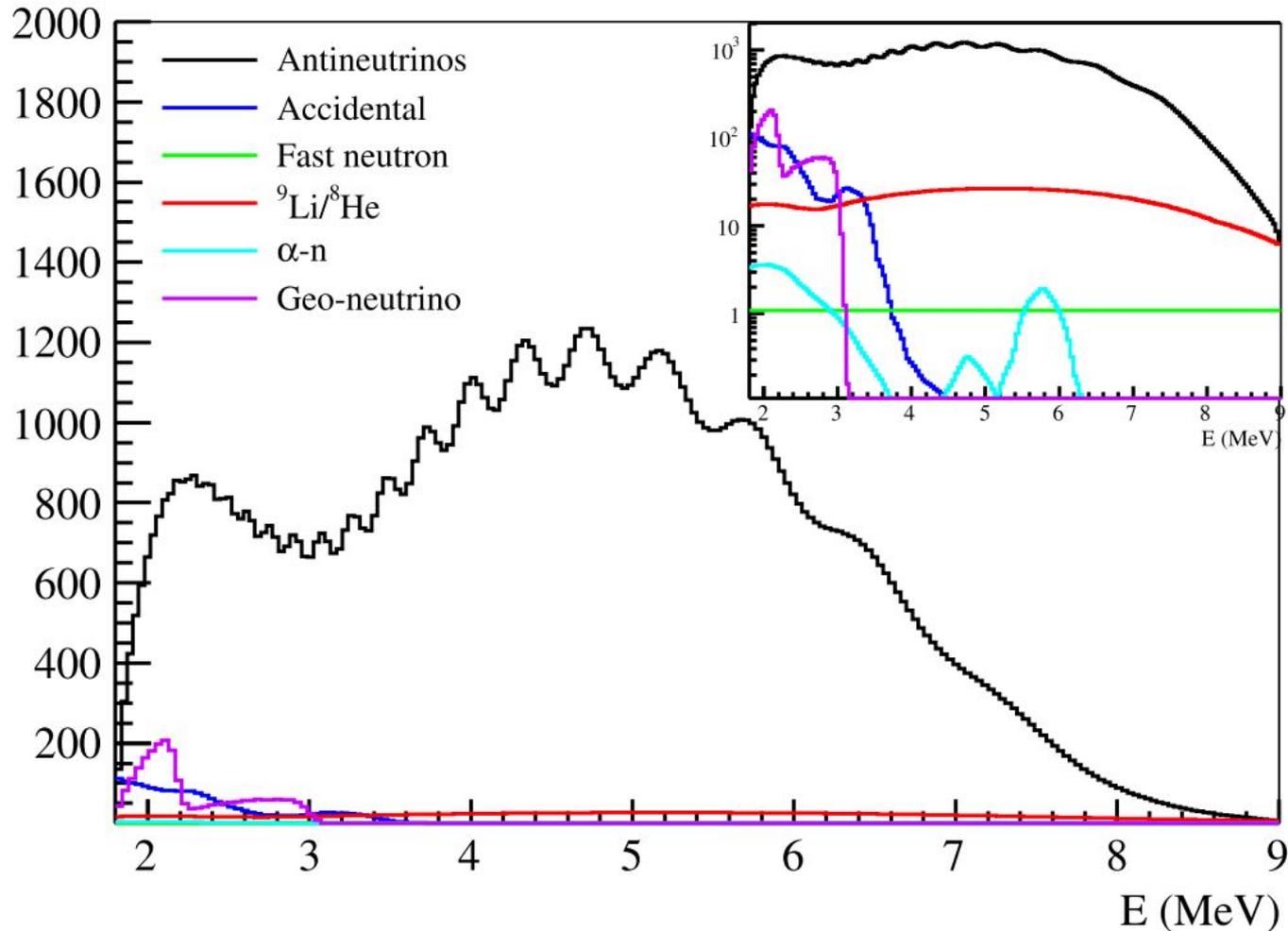
$$\text{Sp}_{e^+}(E_i) = \begin{cases} P_3^{(1)}(E_i), & E_i \in [E_{\min}; E_1] \\ P_3^{(2)}(E_i), & E_i \in [E_1; E_2] \\ \dots & \dots \\ P_3^{(p)}(E_i), & E_i \in [E_{p-1}; E_p] \\ \dots & \dots \\ P_3^{(n)}(E_i), & E_i \in [E_{n-1}; E_{\max}] \end{cases}$$

Interpolation error

$$\delta(E_i) = \frac{|\text{Sp}_{e^+}(E_i) - \widetilde{\text{Sp}}_{e^+}(E_i)|}{\widetilde{\text{Sp}}_{e^+}(E_i)} \cdot 100\%$$







Фоновые процессы (из обзорной статьи *Neutrino physics with JUNO*, Fengpeng An et al 2016 J. Phys. G: Nucl. Part. Phys)