

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА №40 «ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ»

На правах рукописи

КУРАКИН АНДРЕЙ АЛЕКСЕЕВИЧ

**ГРАВИТАЦИОННОЕ МИКРОЛИНЗИРОВАНИЕ НА КЛАСТЕРЕ
ПЕРВИЧНЫХ ЧЕРНЫХ ДЫР**

Направление подготовки 14.04.02 «Ядерная физика и технологии»
Диссертация на соискание степени магистра

Научный руководитель

к.ф.-м.н., доц.

_____ К. М. Белоцкий

Москва 2020

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА МАГИСТРА

**ГРАВИТАЦИОННОЕ МИКРОЛИНЗИРОВАНИЕ НА КЛАСТЕРЕ
ПЕРВИЧНЫХ ЧЕРНЫХ ДЫР**

Студент, гр. М18-115

_____ А. А. Куракин

Научный руководитель

к.ф.-м.н., доц.

_____ К. М. Белоцкий

Рецензент,

к.ф.-м.н., доц.

_____ В. А. Гани

Секретарь ГЭК,

к.ф.-м.н., доц.

_____ А. А. Кириллов

Зав. каф. №40,

д.ф.-м.н., проф.

_____ М. Д. Скорохватов

Рук. учеб. прог.,

д.ф.-м.н., проф.

_____ М. Д. Скорохватов

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|--|-----------|
| РЕФЕРАТ | 3 |
| ОПРЕДЕЛЕНИЯ, ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ | 5 |
| ВВЕДЕНИЕ | 9 |
| 1 РЕЛАКСАЦИЯ КОЛЕБАНИЙ ДОМЕННОЙ СТЕНКИ | 9 |
| 1.1 Взаимодействие плазмы с полевой стенкой | 9 |
| 1.1.1 Модель доменной стенки | 9 |
| 1.1.2 Расчет по теории возмущений | 11 |
| 1.1.3 Решение обобщенного уравнения Дирака | 13 |
| 1.2 Расчет скорости передачи энергии | 23 |
| 1.3 Оценка приращения температуры | 26 |
| 2 ГРАВИТАЦИОННОЕ МИКРОЛИНЗИРОВАНИЕ НА КЛАСТЕРЕ ПЕРВИЧНЫХ ЧЕРНЫХ ДЫР | 28 |
| 2.1 Микролинзирование | 28 |
| 2.2 Оценка ожидаемого числа событий микролинзирования | 30 |
| ЗАКЛЮЧЕНИЕ | 34 |
| СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ | 35 |

РЕФЕРАТ

Отчет 36 с., 8 рис., 29 источн.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Доменные стенки, первичные черные дыры (РВН), скопление (кластер) РВН, уравнение Дирака, гравитационное микролинзирование

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Описание взаимодействия доменной стенки с окружающей горячей плазмой в эпоху ранней Вселенной: расчет коэффициента отражения доменной стенки и скорости передачи энергии от стенки к плазме. Анализ полученных зависимостей от параметров лагранжиана, энергии частиц плазмы.

Оценка ожидаемого числа событий микролинзирования на скоплении РВН.

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ МЕТОДЫ И ИНСТРУМЕНТАРИЙ

Матпакет Wolfram Mathematica

ПОЛУЧЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Получено аналитическое описание взаимодействия доменной стенки с фермионами. Получено выражение для коэффициента отражения фермионов от доменной стенки. Рассчитана скорость передачи энергии от доменной стенки плазме. Получены оценки ожидаемого числа событий микролинзирования на кластере РВН с учетом и без функции эффективности. Получена оценка числа

кластеров в гало галактики в направлении LMC.

ОПРЕДЕЛЕНИЯ, ОБОЗНАЧЕНИЯ И СОКРАЩЕНИЯ

В настоящей работе применяются следующие сокращения, обозначения и термины с соответствующими определениями:

- ВН – Черная дыра
- DM – скрытая масса (темная материя)
- LMC – Большое Магелланово Облако
- MW – Млечный Путь
- PBH – Первичная черная дыра
- SMBH – Сверхмассивная черная дыра
- SMC – Малое Магелланово Облако
- ГЛ – гравитационная линза
- ФП – фазовый переход

ВВЕДЕНИЕ

Первичные черные дыры (РВН) являются источником значительного интереса на протяжении длительного времени. Возможность существования таких объектов была предсказана Зельдовичем и Новиковым [1]. Несмотря на отсутствие прямых доказательств их существования, имеется множество наблюдательных данных, которые могут быть проинтерпретированы в рамках гипотезы возникновения черных дыр (ВН) на начальных этапах зарождения Вселенной [2; 3].

В этой связи можно отметить недавнее открытие гравитационных волн коллаборацией LIGO, интерпретируемое как слияние двойных систем черных дыр с массами порядка $30 M_{\odot}$ и низкими угловыми моментами, что с трудом вписывается в механизм возникновения черных дыр в результате коллапса звезд.

Важной проблемой, стоящей перед современной астрофизикой, является проблема происхождения сверхмассивных черных дыр (SMBH) в центрах галактик. Массы SMBH достигают величин порядка 10 млрд. M_{\odot} . Теория формирования таких массивных объектов посредством аккреции окружающего вещества сталкивается с серьезными трудностями. Возможным решением данной проблемы могла бы стать гипотеза формирования галактик вокруг РВН [4].

Интерес к РВН проявляется и в контексте одной из важнейших проблем современной физики - проблемы природы скрытой массы (DM). Так Пачинским была высказана идея поиска скрытой массы при помощи микролинзирования [5]. Результатом работы ряда коллабораций (MACRO, EROS, OGLE и др.) [3; 6; 7] стало наблюдение актов гравитационного микролинзирования звезд Большого и Малого Магеллановых Облаков (LMC, SMC), галактики M31, микролинзирования изображений квазаров [8]. РВН являются одним из возможных кандидатов на роль гравитационных линз.

Одной из моделей формирования РВН является образование в результате коллапса доменных стенок [9; 10]. В результате фазовых переходов (ФП) во вре-

мя и после инфляционной стадии происходит образование замкнутых доменных стенок, отделяющих друг от друга дискретный набор вакуумов. Образовавшаяся несферизованная стенка эволюционирует: при взаимодействии с горячей плазмой происходит диссипация кинетической энергии стенки. В результате колебания доменной стенки затухают, энергия передается окружающей плазме, что приводит к её дополнительному нагреву. Далее стенка сферизуется и коллапсирует в ВН.

В первой части данной работе рассматривается эволюция стенки в результате эффекта трения, связанного с взаимодействием с горячей плазмой, окружающей стенку. Целью работы на данном этапе является определение скорости передачи энергии плазме, скорости роста температуры и расчет замедления доменной стенки.

Скорость передачи энергии от полевой стенки окружающей плазме зависит, в частности, от толщины стенки, исходной температуры плазмы и ее плотности. Толщина стенки характеризуется параметрами исходного Лагранжиана и может варьироваться в широких пределах. Температура и плотность среды зависят от момента возникновения стенок. Более того, динамика параметров плазмы зависит от того, участвует ли она в космологическом расширении или отделяется от него за счет гравитационной ямы, создаваемой замкнутыми стенками.

Полученные в данном разделе результаты могут быть использованы для предсказаний величины нагрева отделившихся от космологического расширения областей. Т.к. параметры могут варьироваться, то можно заложить в модель характеристики, при которых стенка до момента отцепления кластера от хаббловского потока будет прозрачна, и, напротив, с момента отцепления начнет взаимодействовать с окружающей плазмой.

В работе [10] рассматривается взаимодействие сферических вакуумных пузырей, служащих зародышами образования РВН, с окружающей горячей плазмой на постинфляционной стадии. Взаимодействие со стенкой пузыря порождает ударные волны. Волны рассеиваются путем диффузии фотонов, вызывая в результате искажение планковского спектра СМВ μ -типа. Усредненная по небу величина искажения определяется скоростью образования пузырьков. Таким образом, из наблюдения спектра СМВ могут быть получены ограничения на скорость образования пузырьков, а, следовательно, и РВН. В работе

[10] с целью упрощения было сделано предположение, что стенка пузыря полностью отражает падающее на нее излучение. В случае неполного отражения ограничения на скорость образования могут быть ослаблены.

Вторая часть работы посвящена гравитационному микролинзированию на кластере РВН. Одним из прямых ограничений (т.е. полученных путем прямых наблюдений), на долю РВН в ДМ является ограничение, связанное с гравитационным микролинзированием. Эффект гравитационного линзирования основан на преломлении световых лучей в поле тяготения массивного объекта [11–13]. Однако, в отличие от обычных собирающих линз в случае гравитационных линз (ГЛ) лучи не сходятся в одной точке, а пересекаются на бесконечной полуоси, начиная с некоторого минимального расстояния (в случае непрозрачных ГЛ). В результате гравитационного воздействия на свет наблюдатель видит два (в случае точечной линзы) изображения подвергнувшегося линзированию объекта. Суммарная яркость изображений при этом превышает яркость объекта (звезды) в отсутствие эффекта линзирования. При наблюдении эффекта микролинзирования разрешение изображений невозможно, но можно измерить форму кривой блеска звезд (зависимость яркости объекта от времени) в различных диапазонах спектра электромагнитных волн. Таким образом, если РВН присутствуют в темном гало галактики, они могут быть обнаружены по их гравитационному воздействию, оказываемому на свет, идущий от удаленного фонового источника (звезды), проявляя себя как ГЛ.

Пространственно сгруппированные РВН, образующие скопления, появляются естественным образом в рамках модели образования РВН в результате ФП [9]. В данной работе получены оценка ожидаемого числа событий микролинзирования, оценка числа кластеров РВН в предположении, что РВН составляют всю ДМ гало галактики MW.

1. РЕЛАКСАЦИЯ КОЛЕБАНИЙ ДОМЕННОЙ СТЕНКИ

1.1. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПЛАЗМЫ С ПОЛЕВОЙ СТЕНКОЙ

1.1.1. МОДЕЛЬ ДОМЕННОЙ СТЕНКИ

Образование РВН в результате ФП можно рассматривать как трехступенчатый процесс [9]. На первом этапе происходит образование замкнутых доменных стенок отделяющих друг от друга дискретный набор вакуумов. Образовавшиеся доменные стенки могут иметь произвольную несферическую форму и обладают запасом кинетической энергии - колеблются. На втором этапе доменная стенка взаимодействует с окружающей горячей плазмой. Таким образом, стенка испытывает трение со стороны окружающей плазмы, в результате чего стенка теряет кинетическую энергию. Результатом диссипации является дополнительный разогрев плазмы. На третьем этапе стенка сжимается под действием собственного натяжения. Эволюция стенки заканчивается коллапсом в РВН.

Целью работы является определение скорости передачи энергии доменной стенкой окружающей плазме, скорости роста температуры и расчет замедления стенки. При проведении расчетов будем считать, что толщина стенки много меньше характерного размера стенки, и, таким образом, будем полагать в расчетах стенку плоской.

Расчет взаимодействия фермионов с доменной стенкой будем проводить путем вычисления амплитуды рассеяния в рамках теории возмущений, и в результате более точного подхода - решения уравнения Дирака (уравнения движения фермионного поля).

Рассмотренный в работе метод описания доменной стенки применим для любой формы потенциала с вырожденными минимумами.

Перейдем к рассмотрению модели описывающей доменную стенку. Будем описывать стенку комплексным скалярным полем с лагранжианом[14–16]:

$$\mathcal{L}_{wall} = \partial_\mu \phi^\dagger \partial^\mu \phi - \frac{1}{4}(\phi^\dagger \phi - f^2/2)^2 - \Lambda^4(1 - \cos \theta), \quad (1)$$

где ϕ - комплексное скалярное поле, θ - фаза скалярного поля. По окончании инфляции поле ϕ захватывается минимумом потенциала. Тогда запишем комплексное поле в виде:

$$\phi = \frac{f}{\sqrt{2}} \exp(i\theta) = \frac{f}{\sqrt{2}} \exp(i\chi/f). \quad (2)$$

Подставив комплексное поле в виде (2) в лагранжиан (1), получим:

$$\mathcal{L}_{wall} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \chi)^2 - \Lambda^4(1 - \cos(\chi/f)). \quad (3)$$

Лагранжиан поля χ отвечает модели синус Гордона. Фаза комплексного поля χ определятся хорошо известным образом [17]:

$$\chi(z) = 4f \operatorname{arctg} \left(\exp \left[\frac{\Lambda^2}{f} z \right] \right) = 4f \operatorname{arctg} \left(\exp \left[\frac{2z}{d} \right] \right), \quad (4)$$

где выше введен параметр толщины стенки d - величина, характеризующая размер в котором сосредоточена энергия скалярного поля. формирующего доменную стенку:

$$d = \frac{2f}{\Lambda^2}. \quad (5)$$

Лагранжиан фермионов запишем в виде:

$$\mathcal{L}_f = i\bar{\psi}\gamma^\mu \partial_\mu \psi + g_0(\phi\bar{\psi}\psi + h.c.) - m\bar{\psi}\psi = i\bar{\psi}\gamma^\mu \partial_\mu \psi + \sqrt{2}g_0 f \bar{\psi}\psi \cos(\chi/f) - m\bar{\psi}\psi. \quad (6)$$

Рассмотрим член лагранжиана, описывающий взаимодействие фермионов со стенкой:

$$\mathcal{L}_{int} = \sqrt{2}f g_0 \cos(\chi/f) \psi \bar{\psi} = m_0 \cos(\chi/f) \bar{\psi} \psi, \quad (7)$$

где введено обозначение: $m_0 = \sqrt{2}f g_0$.

Удобно переписать член взаимодействия в виде:

$$\mathcal{L}_{int} = m_0 \cos(\chi/f) \bar{\psi} \psi = m_0 \left(1 - \frac{2}{\text{ch}^2(2z/d)} \right) \bar{\psi} \psi. \quad (8)$$

В итоге получим:

$$\mathcal{L}_{int} = -m_0 \frac{2}{\text{ch}^2(2z/d)} \bar{\psi} \psi. \quad (9)$$

Таким образом, лагранжиан для фермионов примет вид:

$$\mathcal{L}_f = i \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - m_0 \frac{2}{\text{ch}^2(2z/d)} \bar{\psi} \psi - m_f \bar{\psi} \psi, \quad (10)$$

где $m_f = m - m_0$ - масса фермиона.

1.1.2. РАСЧЕТ ПО ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ

Проведем расчет скорости передачи энергии и коэффициента отражения фермионов от доменной стенки в рамках теории возмущений [14; 15]. Данный подход предполагает, что рассматриваемое взаимодействие фермионов с доменной стенкой слабое ($m_0 \ll m_f$), и, как следствие, соответствует ситуации, когда коэффициент отражения мал.

Расчет матричного элемента будем проводить в системе покоя стенки. Матричный элемент взаимодействия (рассеяние фермиона с импульсом k) записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} M &= \langle k' | \int d^4x L_{int} | k \rangle = -m_0 \bar{u}(\mathbf{k}') u(\mathbf{k}) \int d^4x e^{i(k'-k)x} \frac{2}{\text{ch}^2(2z/d)} = \\ &= -m_0 \bar{u}(\mathbf{k}') u(\mathbf{k}) (2\pi)^3 \delta^{(2)}(\mathbf{q}_{\parallel}) \delta(E' - E) \int dz e^{-i(k'_z - k_z)z} \frac{2}{\text{ch}^2(2z/d)} = \\ &= -m_0 \bar{u}(\mathbf{k}') u(\mathbf{k}) (2\pi)^3 \delta^{(2)}(\mathbf{q}_{\parallel}) \delta(E' - E) \frac{\pi q_z d^2 / 2}{\text{sh}(\pi q_z d / 4)}, \end{aligned} \quad (11)$$

где введены обозначения: k - импульс падающего фермиона, k' - импульс фермиона после рассеяния, $q_z = k'_z - k_z$ - переданный импульс, $\mathbf{q}_{\parallel} = \mathbf{k}'_{\parallel} - \mathbf{k}_{\parallel}$, m_0 - константа взаимодействия, d - толщина стенки.

Квадрат модуля матричного элемента примет вид:

$$|M|^2 = (2\pi)^6 m_0^2 \overline{|\bar{u}(\mathbf{k}')u(\mathbf{k})|^2} \delta(E' - E) \delta^{(2)}(\mathbf{q}_{\parallel}) T S \frac{\pi^2 q_z^2 d^4}{4 \text{sh}^2(\pi q_z d/4)}, \quad (12)$$

где S - площадь стенки, T - время, горизонтальная черта обозначает суммирование по конечным и усреднение по начальным поляризациям:

$$\begin{aligned} \overline{|\bar{u}(\mathbf{k}')u(\mathbf{k})|^2} &= \frac{1}{2} Sp[(\hat{k} + m)(\hat{k}' + m)] = \\ &= \frac{1}{2}(4kk' + 4m^2) = 2(EE' - (\mathbf{k}, \mathbf{k}') + m^2). \end{aligned} \quad (13)$$

Учтем сохранение энергии и проекции импульса в плоскости стенки, и что фермион рассеивается назад ($k'_z = -k_z$):

$$\overline{|\bar{u}(\mathbf{k}')u(\mathbf{k})|^2} = 2(E^2 - (\mathbf{k}, \mathbf{k}') + m^2) = 2(k_z^2 - k_z k'_z + 2m^2) = 4k_z^2 + 4m^2. \quad (14)$$

Тогда квадрат модуля матричного элемента запишется как:

$$|M|^2 = 4(2\pi)^6 m_0^2 \delta^{(2)}(\mathbf{q}_{\parallel}) \delta(E' - E) S T \frac{\pi^2 k_z^2 (k_z^2 + m^2) d^4}{\text{sh}^2(\pi k_z d/2)}. \quad (15)$$

Передачу энергии плазме (тильда - в лабораторной системе) на единицу площади, в единицу времени вычисляем следующим образом:

$$\Delta \tilde{E} = \int V dn(\tilde{\mathbf{k}}) \frac{|M|^2}{ST} \frac{V d^3 \tilde{k}'}{(2\pi)^3} \frac{1}{4V^2 \tilde{E} \tilde{E}'} (\tilde{E}' - \tilde{E}), \quad (16)$$

где

$$dn(\tilde{\mathbf{k}}) = C \exp(-E(\tilde{\mathbf{k}})/T) \frac{d^3 \tilde{k}}{(2\pi)^3} \quad (17)$$

- распределение начальных частиц по импульсу, нормировочная постоянная $C = 5\pi^2$ определяется из условия

$$n_{tot} \approx 5T^3. \quad (18)$$

Распишем уравнение (16) в системе покоя доменной стенки:

$$\begin{aligned}
\Delta \tilde{E} &= 4C \int \frac{d^3 \tilde{k}}{(2\pi)^3} \frac{d^3 \tilde{k}'}{(2\pi)^3} \exp(-\tilde{E}(\tilde{\mathbf{k}})/T) (2\pi)^6 m_0^2 \delta^{(2)}(\mathbf{q}_{\parallel}) \delta(E' - E) \cdot \\
&\quad \cdot \frac{\pi^2 k_z^2 (k_z^2 + m^2) d^4}{\text{sh}^2(\pi k_z d/2)} \frac{1}{4\tilde{E}\tilde{E}'} \gamma(E' - uk'_z - E + uk_z) = \\
&= 4C\gamma \int \frac{d^3 k d^3 k'}{E^2} \exp(-\gamma(E - uk_z)/T) m_0^2 \delta^{(2)}(\mathbf{q}_{\parallel}) \cdot \\
&\quad \cdot \delta(E' - E) \frac{\pi^2 k_z^2 (k_z^2 + m^2) d^4}{\text{sh}^2(\pi k_z d/2)} 2uk_z = \quad (19) \\
&= 4C\gamma \int \frac{d^3 k d^3 k'}{E^2} \exp(-\gamma(E - uk_z)/T) m_0^2 \delta^{(2)}(\mathbf{q}_{\parallel}) \cdot \\
&\quad \cdot \frac{E}{k_z} \delta(k'_z - k_z) \frac{\pi^2 k_z^2 (k_z^2 + m^2) d^4}{\text{sh}^2(\pi k_z d/2)} 2uk_z = \\
&= 16\pi^3 C \gamma m_0^2 u d^4 \int \frac{k_{\parallel} dk_{\parallel} dk_z}{E} \exp(-\gamma(E - uk_z)/T) \frac{k_z^2 (k_z^2 + m^2)}{\text{sh}^2(\pi k_z d/2)},
\end{aligned}$$

где γ - гамма-фактор преобразования Лоренца

Интегрирование ведется в следующих пределах: $k_{\parallel} = 0 \div \infty$, $k_z = -\infty \div \infty$.

Интеграл по k_{\parallel} берется аналитически:

$$\Delta \tilde{E} = 16\pi^3 C m_0^2 u d^4 \int dk_z \exp\left(-\gamma \frac{(\sqrt{k_z^2 + m^2} - uk_z)}{T}\right) \frac{k_z^2 (k_z^2 + m^2)}{\text{sh}^2(\pi k_z d/2)}. \quad (20)$$

В результате было получено выражение для скорости передачи энергии от единицы площади доменной стенки (20). Численные результаты расчета переданной энергии по формуле (20) приведены на рис.6 вместе с результатами, полученными из решения уравнения движения (более точный подход).

1.1.3. РЕШЕНИЕ ОБОБЩЕННОГО УРАВНЕНИЯ ДИРАКА

Описание взаимодействия фермионов с доменной стенкой в рамках подхода решения уравнения движения приводится в работах [18–20], результат для взаимодействия стенки со скалярными частицами приведен в монографии [21]. В работах [18–20] описание доменной стенки дается моделью кинка: решение для стенки выглядит как $\phi \sim \text{th} x$, член лагранжиана, описывающий взаимодействие стенки с фермионами: $L_{int} \sim \phi \bar{\psi} \psi$. В такой модели получается

различная масса фермиона в асимптотиках ($x \rightarrow \pm\infty$). В рассматриваемой в данной работе модели (7) такой проблемы не возникает: масса фермиона одинакова по обе стороны от стенки.

Для лагранжиана:

$$\mathcal{L}_f = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m_0\frac{2}{\text{ch}^2(2x/d)}\bar{\psi}\psi - m_f\bar{\psi}\psi \quad (21)$$

запишем уравнение движения фермионного поля (обобщенное уравнение Дирака):

$$0 = (\gamma^\mu\partial_\mu - g(x))\psi, \quad (22)$$

где функция $g(x)$

$$g(x) = \frac{2m_0}{\text{ch}^2(2x/d)} + m_f \quad (23)$$

играет роль эффективной массы, зависящей от координаты в направлении перпендикулярном стенке. Здесь и далее x - координата в направлении перпендикулярном стенке. В асимптотиках имеем: $g(x) \xrightarrow{x \rightarrow \pm\infty} m_f$.

С учетом сохранения энергии и компоненты импульса в плоскости стенки фермионное поле $\psi(x)$ можем записать в виде:

$$\psi(x) = \begin{pmatrix} u_1(x) & u_2(x) & u_3(x) & u_4(x) \end{pmatrix}^T e^{-iEt+ip_t x_t}, \quad (24)$$

p_t - компонента импульса падающей волны в плоскости доменной стенки. Для простоты положим $p_t = 0$ - волна падает перпендикулярно стенке. Тогда уравнение примет вид:

$$0 = (E\gamma^0 + i\gamma^3\partial_x - g(x))\psi(x). \quad (25)$$

Выберем следующее представление гамма матриц:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^3 \\ -\sigma^3 & 0 \end{pmatrix} \quad (26)$$

В результате подстановки получим систему уравнений на компоненты биспинора:

$$\begin{aligned} 0 &= Eu_3(x) + iu'_3(x) - g(x)u_1(x) \\ 0 &= Eu_1(x) - iu'_1(x) - g(x)u_3(x). \end{aligned} \quad (27)$$

Аналогичную систему уравнений получим для компонент u_2 , u_4 с точностью до замены: $u_1 \rightarrow u_4$, $u_3 \rightarrow u_2$.

Перейдем к следующим линейным комбинациям компонент биспинора:

$$\begin{aligned}\phi_+(x) &= u_1(x) + iu_3(x) \\ \phi_-(x) &= u_1(x) - iu_3(x).\end{aligned}\tag{28}$$

В результате такой подстановки перейдем к системе уравнений:

$$\begin{aligned}0 &= iE\phi_-(x) + \phi'_+(x) - g(x)\phi_+(x) \\ 0 &= iE\phi_+(x) + \phi'_-(x) + g(x)\phi_-(x).\end{aligned}\tag{29}$$

Путем исключения переменной получим уравнения на компоненты $\phi_{\pm}(x)$:

$$0 = \left(\frac{d^2}{dx^2} \mp g'(x) + E^2 - g^2(x) \right) \phi_{\pm}(x).\tag{30}$$

Компоненты изначального биспинора выражаются через функции $\phi_{\pm}(x)$ следующим образом:

$$\begin{aligned}u_1(x) &= \frac{\phi_+(x) + \phi_-(x)}{2} \\ u_3(x) &= \frac{\phi_+(x) - \phi_-(x)}{2i}.\end{aligned}\tag{31}$$

Уравнения для функции $g(x)$ вида (23) аналитического решения не имеют. Проведем аппроксимацию функцией, для которой можно получить решение в аналитическом виде. Выберем потенциал Вудса-Саксона, задача рассеяния на котором в пространстве размерности 1+1 подробно рассмотрена в работах [22; 23]:

$$\frac{1}{ch^2(2x/d)} \approx \frac{A\theta(x)}{1 + \exp(a(x - x_0))} + \frac{A\theta(-x)}{1 + \exp(-a(x + x_0))},\tag{32}$$

где $\theta(x)$ - функция Хевисайда, параметры аппроксимации: $A = 1.196$, $a = 4.69/d$, $x_0 = 0.379d$.

После аппроксимации функция $g(x)$ примет вид:

$$g(x) = \frac{A\theta(x)}{1 + \exp(a(x - x_0))} + \frac{A\theta(-x)}{1 + \exp(-a(x + x_0))} + m_f,\tag{33}$$

где параметры: $A \rightarrow A = 2.392m_0$, $m_f = m - m_0$.

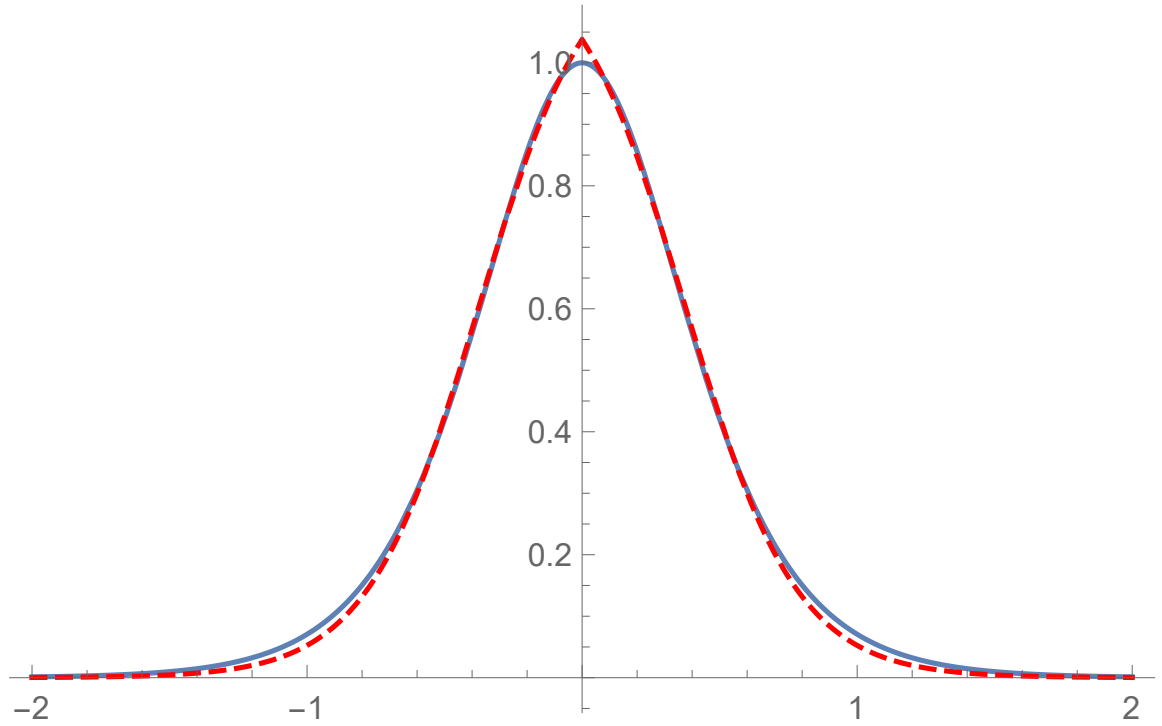


Рисунок 1 – Аппроксимация функции $g(x)$; синим обозначена $g(x)$, красным пунктиром - потенциал Вудса-Саксона

Уравнение решается для двух областей: $x < 0$ и $x > 0$. Рассмотрим область $x < 0$. Будем решать уравнение для $\phi_+^L(x)$ (верхний индекс L обозначает область $x < 0$ - слева от точки $x = 0$). Сделаем замену:

$$\xi = -\exp(-a(x + x_0)). \quad (34)$$

Тогда уравнение (30) примет вид:

$$0 = \left(a^2 \xi \frac{d}{d\xi} \left(\xi \frac{d}{d\xi} \right) - \left(m_f + \frac{A}{1 - \xi} \right)^2 + \frac{aA\xi}{(1 - \xi)^2} + E^2 \right) \phi_+^L(\xi). \quad (35)$$

Подставим функцию ϕ_+^L в уравнение (35) в виде:

$$\phi_{\pm}^L = \xi^\alpha (1 - \xi)^{-\beta} f_{\pm}(\xi). \quad (36)$$

В результате преобразований приходим к гипергеометрическому уравнению:

$$0 = \xi(1 - \xi) \frac{d^2 f_+}{d\xi^2} (2\alpha + 1 - (1 + 2\alpha - 2\beta)\xi) \frac{df_+}{d\xi} - (\alpha - \beta - \nu)(\alpha - \beta + \nu) f_+, \quad (37)$$

где параметры α , β , ν определяются как

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{a} \sqrt{(m_f + A)^2 - E^2} = \frac{ip}{a} \\ \beta &= -\frac{A}{a} \\ \nu &= \frac{1}{a} \sqrt{m_f^2 - E^2} = \frac{i}{a} \sqrt{E^2 - m_f^2} = \frac{ik}{a}. \end{aligned} \quad (38)$$

Общее решение уравнения (37) записывается через гипергеометрические функции в виде:

$$\begin{aligned} f_+(\xi) &= C_1 \xi^{-2\alpha} {}_2F_1(-\alpha - \nu - \beta, -\alpha + \nu - \beta, 1 - 2\alpha; \xi) \\ &+ C_2 {}_2F_1(\alpha - \nu - \beta, \alpha + \nu - \beta, 1 + 2\alpha; \xi). \end{aligned} \quad (39)$$

Решение уравнения (35) на функцию $\phi_+^L(\xi)$

$$\begin{aligned} \phi_+^L(\xi) &= C_1 \xi^{-\alpha} (1 - \xi)^{-\beta} {}_2F_1(-\alpha - \nu - \beta, -\alpha + \nu - \beta, 1 - 2\alpha; \xi) \\ &+ C_2 \xi^\alpha (1 - \xi)^{-\beta} {}_2F_1(\alpha - \nu - \beta, \alpha + \nu - \beta, 1 + 2\alpha; \xi). \end{aligned} \quad (40)$$

Перейдем к пределу $x \rightarrow -\infty \Rightarrow \xi \rightarrow -\infty$. Гипергеометрическая функция в пределе даст:

$${}_2F_1(a, b, c, \xi) = \frac{\Gamma(c)\Gamma(b-a)}{\Gamma(b)\Gamma(c-a)} (-\xi^{-a}) + \frac{\Gamma(c)\Gamma(a-b)}{\Gamma(a)\Gamma(c-b)} (-\xi^{-b}). \quad (41)$$

Тогда для функции ϕ_+^L в пределе получим суперпозицию двух волн: падающей и отраженной:

$$\phi_+^L \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} D_1 e^{ik(x+x_0)} + D_2 e^{-ik(x+x_0)}. \quad (42)$$

Коэффициенты D_1 , D_2 определяются формулами:

$$\begin{aligned}
D_1 &= C_1 \frac{\Gamma(1-2\alpha)\Gamma(-2\nu)}{\Gamma(-\alpha-\nu-\beta)\Gamma(1-\alpha-\nu+\beta)} e^{-i\pi\alpha} + \\
&\quad C_2 \frac{\Gamma(1+2\alpha)\Gamma(-2\nu)}{\Gamma(\alpha-\beta-\nu)\Gamma(1+\alpha-\nu+\beta)} e^{i\pi\alpha} \\
D_2 &= C_1 \frac{\Gamma(1-2\alpha)\Gamma(2\nu)}{\Gamma(-\alpha+\nu-\beta)\Gamma(1-\alpha+\nu+\beta)} e^{-i\pi\alpha} + \\
&\quad + C_2 \frac{\Gamma(1+2\alpha)\Gamma(2\nu)}{\Gamma(\alpha-\beta+\nu)\Gamma(1+\alpha-\nu+\beta)} e^{i\pi\alpha},
\end{aligned} \tag{43}$$

где $C_1, C_2 = \text{const}$.

Асимптотику для ϕ_-^L получим в результате подстановки полученного решения для ϕ_+^L (42) в первое уравнение системы (29). В результате имеем:

$$\phi_-^L(x) \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} -\frac{k+im}{E} D_1 e^{ik(x+x_0)} + \frac{k-im}{E} D_2 e^{-ik(x+x_0)}. \tag{44}$$

Таким образом, решение для области $x < 0$ получено.

Рассмотрим область $x > 0$. Решаем уравнение для ϕ_+^R . Сделаем замену:

$$\zeta^{-1} = 1 + e^{a(x-x_0)}. \tag{45}$$

Уравнение примет вид:

$$0 = \left(a^2 \zeta (1-\zeta) \frac{d}{d\zeta} \left(\zeta (1-\zeta) \frac{d}{d\zeta} \right) - (m_f + A\zeta)^2 + aA\zeta(1-\zeta) + E^2 \right) \phi_+^R. \tag{46}$$

Представим функцию ϕ_+^R в виде:

$$\phi_+^R = \zeta^{-\nu} (1-\zeta)^{-\alpha} g_+(\zeta). \tag{47}$$

Тогда уравнение (46) приводится к гипергеометрическому виду:

$$\begin{aligned}
0 &= \zeta(1-\zeta) \frac{d^2 g_+}{d\zeta^2} + [(1-2\nu) - \zeta(2-2\alpha-2\nu)] \frac{d g_+}{d\zeta} - \\
&\quad - [(1-\alpha-\nu-\beta)(-\alpha-\nu+\beta)] g_+,
\end{aligned} \tag{48}$$

где как и ранее параметры α , β , ν определяются формулами (38).

Решение уравнения (48) имеет вид

$$g_+(\zeta) = d_1 {}_2F_1(1 - \alpha - \nu - \beta, -\alpha - \nu + \beta, 1 - 2\nu, \zeta) + d_2 \zeta^{2\nu} {}_2F_1(1 - \alpha + \nu - \beta, -\alpha, +\nu + \beta, 1 + 2\nu\zeta). \quad (49)$$

Тогда функция ϕ_+^R примет вид:

$$\phi_+^R(\zeta) = d_1 \zeta^{-\nu} (1 - \zeta)^{-\alpha} {}_2F_1(1 - \alpha - \nu - \beta, -\alpha - \nu + \beta, 1 - 2\nu, \zeta) + d_2 \zeta^\nu (1 - \zeta)^{-\alpha} {}_2F_1(1 - \alpha + \nu - \beta, -\alpha, +\nu + \beta, 1 + 2\nu\zeta). \quad (50)$$

В области $x > 0$ существует только прошедшая волна, движущаяся в направлении $x \rightarrow +\infty$. Тогда положим коэффициент $d_2 = 0$. В пределе $x \rightarrow +\infty \Rightarrow \zeta \rightarrow 0$ получим следующую асимптотику волновой функции:

$$\phi_+^R(x) = d_1 e^{ik(x-x_0)}, \quad (51)$$

что отвечает плоской волне, распространяющейся в положительном направлении оси x .

Как и в случае ϕ_-^L асимптотику для ϕ_-^R получим подстановкой полученного решения (51) в первое уравнение системы (29):

$$\phi_-^R(x) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} -\frac{k + im}{E} d_1 e^{ik(x-x_0)}. \quad (52)$$

Для нахождения связи между коэффициентами C_1 и C_2 проведем сшивку решений для областей $x < 0$ и $x > 0$:

$$\begin{aligned} \phi_+^R|_{x=0} &= \phi_+^L|_{x=0} \\ (\phi_+^R)'|_{x=0} &= (\phi_+^L)'|_{x=0}. \end{aligned} \quad (53)$$

При дифференцировании функций воспользуемся соотношением для производной гипергеометрической функции:

$$\frac{d}{dx} {}_2F_1(a, b, c, x) = \frac{ab}{c} {}_2F_1(a + 1, b + 1, c + 1, x). \quad (54)$$

Нормальная к поверхности стенки компонента плотности фермионного

тока записывается как:

$$\begin{aligned} j &= \bar{\psi}(x)\gamma^3\psi(x) = -|u_1(x)|^2 + |u_2(x)|^2 + |u_3(x)|^2 - |u_4(x)|^2 = \\ &= -\phi_+^*\phi_- - \phi_-^*\phi_+. \end{aligned} \quad (55)$$

Подставим в явном виде функции ϕ_+^L и ϕ_-^L , в результате чего получим следующее выражение для тока в области $x < 0$:

$$j = \frac{k}{E}(|D_1|^2 - |D_2|^2) = j_{inc} - j_{ref}, \quad (56)$$

где j_{inc} - плотность тока падающих частиц, j_{ref} - отраженных. Плотность тока прошедших частиц j_{tran} можно найти из условия сохранения вероятности как:

$$j_{tran} = j_{inc} - j_{ref}. \quad (57)$$

Коэффициенты отражения и прохождения определяются через отношение плотностей токов как:

$$R = \frac{j_{ref}}{j_{inc}} = \frac{|D_2|^2}{|D_1|^2}. \quad (58)$$

Коэффициенты D_1 , D_2 определяются формулами (43).

Результаты расчета коэффициента отражения для электронов ($m_f = 0.5\text{МэВ}$) приведены на рис. 2,3,4. На рис. 2 представлена зависимость коэффициента отражения от кинетической энергии налетающей частицы. Кривые приведены для различных толщин доменной стенки. С ростом толщины растет отражательная способность стенки. Так в коротковолновом пределе, когда толщина много больше длины волны частицы ($d \gg \lambda$), стенка отражает все падающие на нее частицы. Напротив, при длинах волн много больше толщины ($d \ll \lambda$) коэффициент отражения $R \rightarrow 0$.

С ростом постоянной взаимодействия m_0 ожидаемо увеличивается коэффициент отражения рис. 4.

Постоянная взаимодействия m_0 и толщина доменной стенки d неопределены и могут варьироваться в широких пределах. Таким образом, подбором параметров m_0 , d можно получить модель полностью отражающей стенки в интересующем диапазоне энергий частиц (температур).

Возможна ситуация, при которой доменные стенки, находясь внутри кластера, отцепившегося от хаббловского расширения, будут рассеивать свою кинетическую энергию на частицы, входящие в кластер.

тическую энергию, тем самым создавая дополнительный нагрев кластера. Для реализации этого требуется, чтобы стенка не потеряла свою энергию колебаний до отцепления, т.е. была прозрачна при температурах меньше температуры отцепления.

Другой эффект, который возникает при взаимодействии доменных стенок со средой - возникновение ударных волн, что может привести к наблюдаемому искажению спектра фотонов СМВ [10].

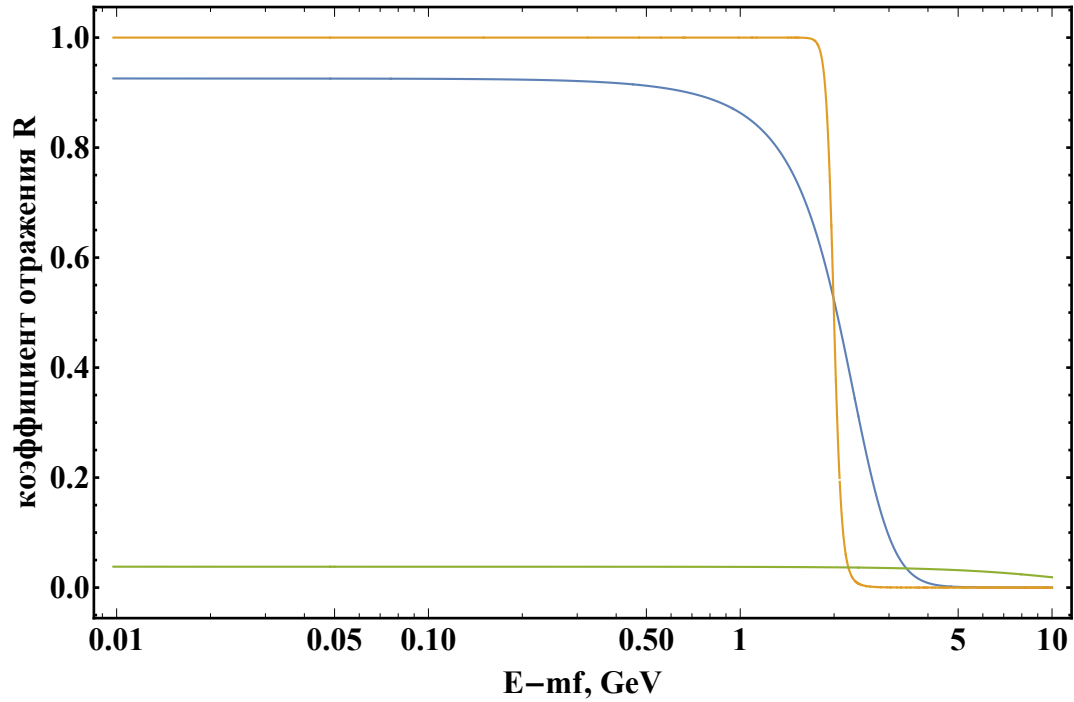


Рисунок 2 – Зависимость коэффициента отражения электронов от энергии; постоянная взаимодействия $m_0 = 1 \text{ ГэВ}$; оранжевая - $d = 10 \text{ ГэВ}^{-1}$, синяя кривая соответствует толщине $d = 1 \text{ ГэВ}^{-1}$, зеленая - $d = 0.1 \text{ ГэВ}^{-1}$

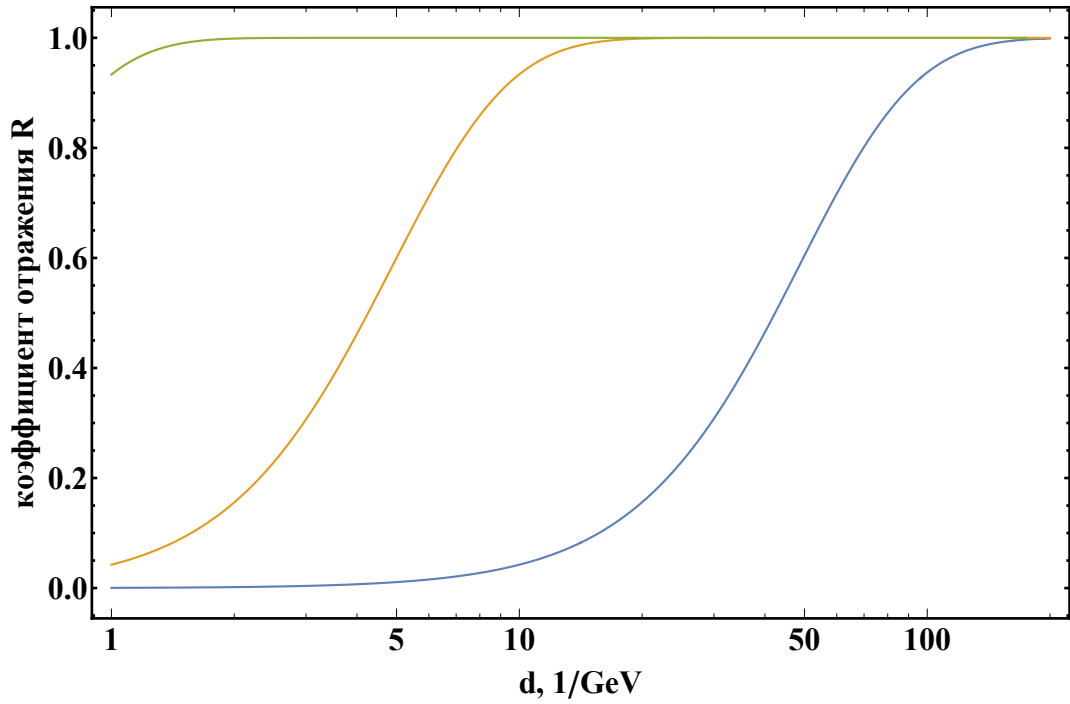


Рисунок 3 – Зависимость коэффициента отражения электронов от толщины стенки d ; энергия электронов $E - m_f = 1 \text{ МэВ}$; синяя кривая соответствует $m_0 = 10^{-2} \text{ ГэВ}$, оранжевая - $m_0 = 10^{-1} \text{ ГэВ}$, зеленая - $m_0 = 1 \text{ ГэВ}$

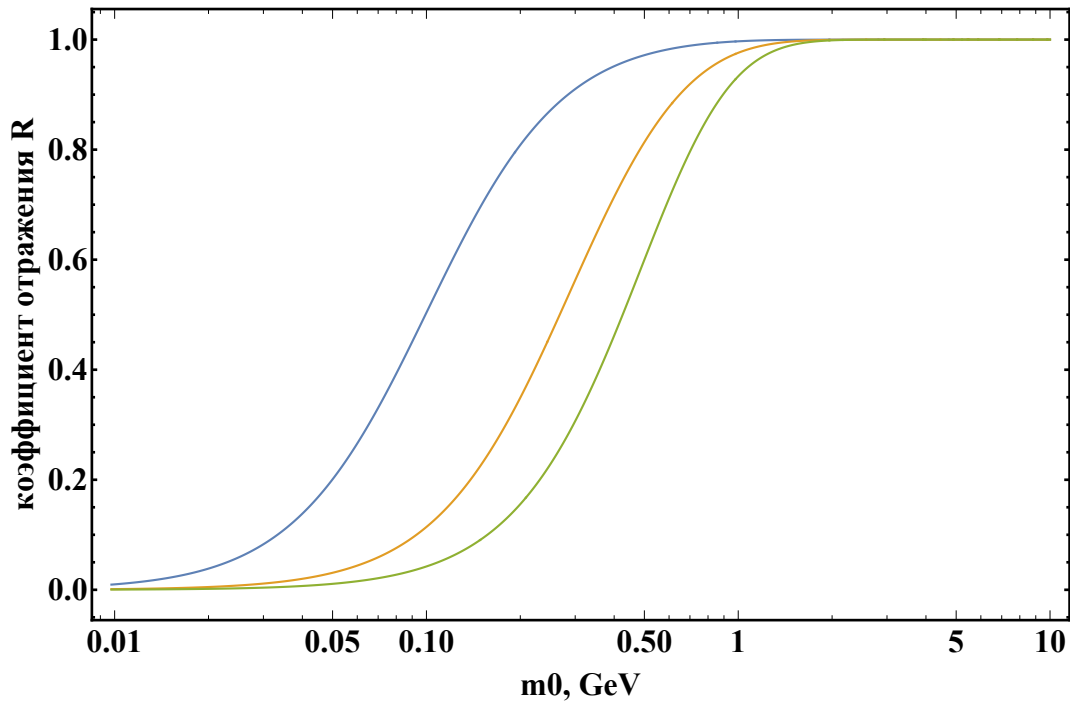


Рисунок 4 – Зависимость коэффициента отражения электронов от константы взаимодействия m_0 ; толщина доменной стенки $d = 1 \text{ ГэВ}^{-1}$; синяя кривая соответствует энергии $E = 10 \text{ кэВ}$, оранжевая - $E = 100 \text{ кэВ}$, зеленая кривая соответствует $E = 1 \text{ МэВ}$

1.2. РАСЧЕТ СКОРОСТИ ПЕРЕДАЧИ ЭНЕРГИИ

Получим зависимость скорости передачи энергии от доменной стенки плазме, в предположении, что диссипация энергии идет только за счет взаимодействия стенки с плазмой. Будем полагать, что частицы падают на стенку нормально с двух сторон: встречный поток частиц и догоняющий. Скорость передачи энергии при столкновении со встречными частицами будет описываться уравнением:

$$d\tilde{E}/dt \approx [\tilde{E}'(T) - \tilde{E}(T)] \cdot R(\tilde{E}(T)) \cdot \tilde{n}_{tot} \cdot v_{rel}, \quad (59)$$

где энергия, переданная при столкновении:

$$\tilde{E}' - \tilde{E} = \frac{2u^2\tilde{E} + 2u\tilde{k}_z}{1 - u^2}, \quad (60)$$

скорость движения частицы относительно стенки:

$$v_{rel} = \frac{\tilde{v}(T) + u}{1 + u\tilde{v}(T)}, \quad (61)$$

где $\tilde{v}(T)$ - оценка скорости частиц при температуре T .

$$\tilde{v}(T) = \tilde{k}_z/\tilde{E} \sim \frac{\sqrt{(m_f + 3T/2)^2 - m_f^2}}{(m_f + 3T/2)}. \quad (62)$$

Концентрация фермионов:

$$n_{tot} = 5T^3. \quad (63)$$

Таким образом, для скорости передачи энергии получим следующее выражение:

$$d\tilde{E}/dt \approx \frac{2u^2\tilde{E} + 2u\tilde{k}_z}{1 - u^2} \cdot 5T^3 \cdot R(T) \cdot \frac{\tilde{v}(T) + u}{1 + u\tilde{v}(T)} + (u \rightarrow -u), \quad (64)$$

$u \rightarrow -u$ - член, отвечающий взаимодействию стенки с догоняющими частицами.

Проведем расчет скорости передачи энергии (от единицы площади стенки) в зависимости от температуры для случая полного отражения частиц ($R = 1$) и для стенки со следующими параметрами модели: $d = 10 \text{ ГэВ}^{-1}$, $m_0 = 0.01 \text{ ГэВ}$. Расчет проведем в диапазоне температур $T = 10 \text{ кэВ} \div 100 \text{ МэВ}$. На рис. 5 приведены результаты расчета скорости передачи энергии в зависимости от температуры окружающей плазмы. Скорость передачи энергии взята в отношении к кинетической энергии единицы площади доменной стенки, которая определяется следующим образом:

$$\sigma = (\gamma - 1)M_{sol} = 8(\gamma - 1)\Lambda^2 f = 4(\gamma - 1)\Lambda^4 d \quad (65)$$

При вычислении кинетической энергии приняли параметр $\Lambda = 10^6 \text{ ГэВ}$. При высоких энергиях (коротковолновый предел) коэффициент отражения уменьшается, поэтому при высоких температурах, скорость передачи энергии уменьшается 5.

На рис. 6 приведено сравнение результатов расчета скорости передачи энергии от единицы площади, вычисленные по формуле (20) и по формуле (64) в диапазоне изменения постоянной взаимодействия $m_0 = 10^{-7} \text{ кэВ} \div 1 \text{ ГэВ}$. Скорость передачи энергии взята в отношении к кинетической энергии единицы площади доменной стенки.

Критерий применимости результата, полученного из теории возмущений (20), малая величина возмущения - слабость взаимодействия фермионов с доменной стенкой. Результаты на рис. 6 приведены в широком интервале изменения постоянной взаимодействия m_0 . Видно, что при малых константах взаимодействия ($m_0 \sim 10^{-7} \text{ ГэВ} \ll m_f = 0.5 \cdot 10^{-3} \text{ ГэВ}$) результаты, полученные из формул (20) и (64) различаются на два порядка. При величинах $m_0 > 10^{-3} \text{ ГэВ}$ кривые, вычисленные по формуле (64), выходят на насыщение, что отвечает режиму полного отражения частиц.

Таким образом, в дальнейшем предлагается использовать расчеты, полученные решения уравнения Дирака.

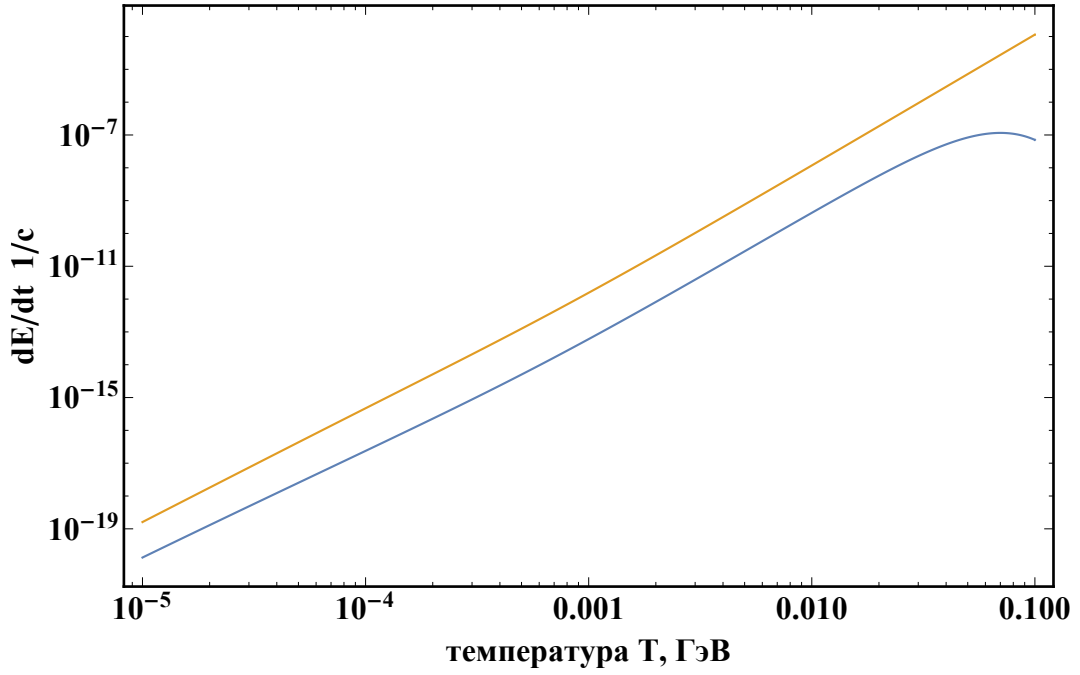


Рисунок 5 – Скорость передачи энергии от единицы площади в зависимости от температуры; оранжевая кривая соответствует полностью отражающей стенке ($R=1$), синяя ($R<1$) - стенке со следующими параметрами модели:

$$d = 10 \text{ ГэВ}^{-1}, m_0 = 0.01 \text{ ГэВ}$$

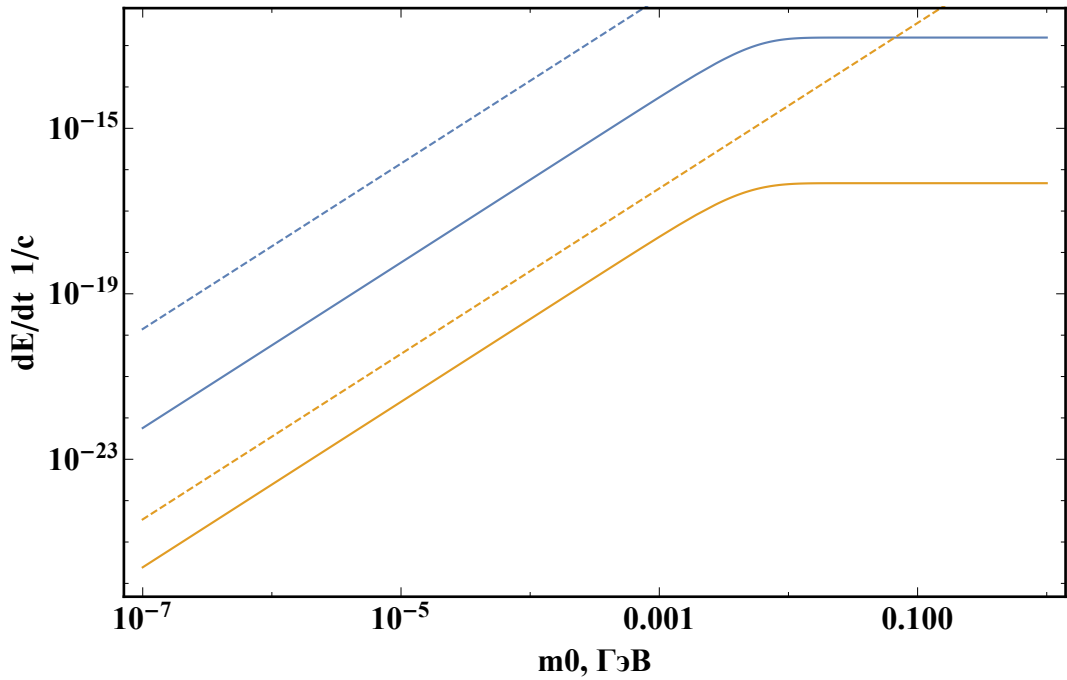


Рисунок 6 – Скорость передачи энергии в зависимости от постоянной взаимодействия; сплошные линии соответствует (64), пунктирные - (20); оранжевые кривые соответствует $E - m_f = 100 \text{ кэВ}$, синие - $E - m_f = 1 \text{ МэВ}$. Толщина стенки $d = 100 \text{ ГэВ}$

1.3. ОЦЕНКА ПРИРАЩЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ

Образовавшиеся доменные стенки могут формировать гравитационно связанные системы - кластеры. Помимо стенок кластер гравитационно захватывает и окружающую плазму, отцепляя ее от хаббловского потока.

Образовавшиеся несферизованные стенки имеют запас кинетической энергии, который рассеивается при взаимодействии с фермионами. Такое взаимодействие является источником нагрева горячей плазмы. Оценим такое приращение температуры.

Пусть отцепление кластера происходит при температуре $T_0 \sim 1$ МэВ. Размер горизонта при этом составит $l_H \sim 10^{11}$ см $\approx 5.1 \cdot 10^{21}$ МэВ $^{-1}$.

Будем считать, что вся кинетическая энергия стенки пошла на нагрев горячей области кластера. Приращение температуры плазмы оценим как:

$$\Delta T = \frac{E_{kin}}{\frac{3}{2}Vn(T_0)}, \quad (66)$$

где объем кластера $V = 4\pi l_H^3/3 = 5.6 \cdot 10^{65}$ МэВ, $n(T_0)$ - концентрация электронов - дается выражением:

$$n(T_0) \approx \frac{3\zeta(3)}{2\pi^2} T_0^3 \approx 0.2 \text{ МэВ}^{-3}. \quad (67)$$

Масса под горизонтом $M_H \sim Vn_0 m_e \approx 0.6 \cdot 10^{65}$ МэВ $\sim 10^5 M_\odot$

Полную кинетическую энергию стенки оценим как:

$$E_{kin} = M_{tot}(\gamma - 1), \quad (68)$$

где M_{tot} - суммарная масса доменных стенок. Положим $M_{tot} \sim M_H = 1.2 \cdot 10^{65}$ МэВ, $\gamma \approx 1.2$. Тогда оценка приращения температуры (66) составит:

$$\Delta T = \frac{0.2 \cdot 1.2 \cdot 10^{65}}{\frac{3}{2} \cdot 1.2 \cdot 10^{65}} \sim 0.1 \text{ МэВ}. \quad (69)$$

Таким образом, эффект разогрева может быть замечен по данным СМВ или при наблюдении таких областей в современной Вселенной. Сравнение с соответствующими наблюдательными данными позволит на следующем этапе работы определить область параметров модели, при которой такой эффект возможен и сделать проверку данной гипотезы.

2. ГРАВИТАЦИОННОЕ МИКРОЛИНЗИРОВАНИЕ НА КЛАСТЕРЕ ПЕРВИЧНЫХ ЧЕРНЫХ ДЫР

2.1. МИКРОЛИНЗИРОВАНИЕ

Природа скрытой массы (DM) остается неизвестной на сегодняшний день. Отсутствие данных о регистрации частиц DM стимулирует интерес к другим возможным кандидатам, одним из которых являются РВН. Как отмечалось во введении, одним из ограничений на долю РВН в величину DM являются результаты, полученные рядом коллабораций из наблюдения событий микролинзирования звезд. Полученные на сегодняшний день ограничения представлены на рис. 7

Эффект микролинзирования представляет собой временное усиление яркости источника - фоновой звезды, которое происходит, когда компактный объект (например, РВН) проходит вблизи линии наблюдения, соединяющей источник с наблюдателем. Событие микролинзирования происходит, когда компактный объект проходит через «трубку» микролинзирования, радиус которой $u_T R_E$, где u_T - минимальный прицельный параметр, для которого усиление яркости звезды превышает требуемый порог, а R_E - радиус Эйнштейна:

$$R_E^2 = r_\odot \frac{D_d D_{ds}}{D_s} \frac{m}{M_\odot}, \quad (70)$$

где D_s - расстояние между фоновым источником и наблюдателем, D_d - расстояние между линзой и наблюдателем, D_{ds} - расстояние между гравитационной линзой и источником, r_\odot - гравитационный радиус Солнца, M_\odot - масса Солнца. В дальнейших расчетах положим минимальный прицельный параметр $u_T = 1$.

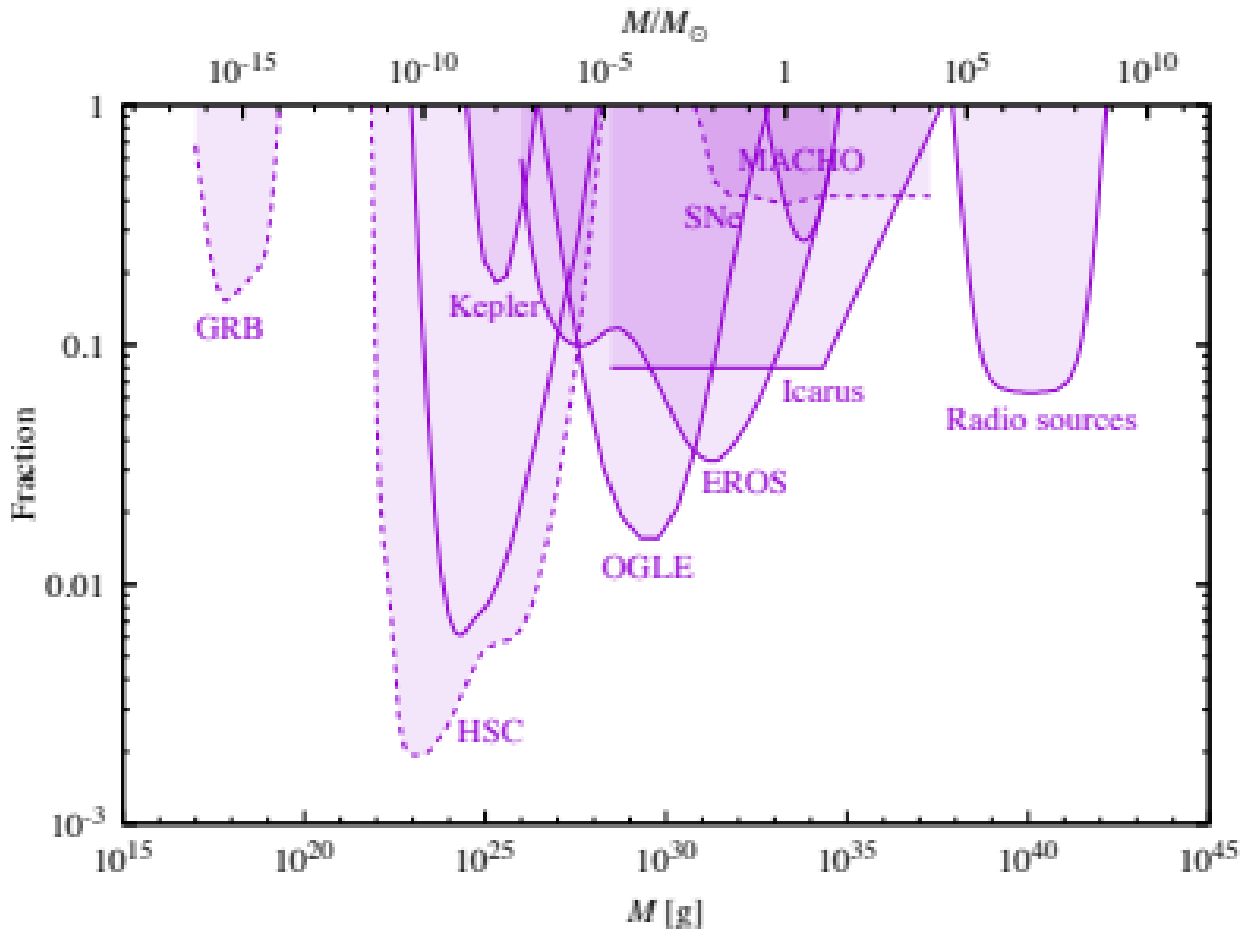


Рисунок 7 – Ограничения по микролинзированию[3]

Приведенные ограничения предполагают, что РВН представляют собой точечные или двойные ГЛ, расположенные в гало галактики. Однако, полученные ограничения могут быть ослаблены. Так в работах [24; 25] приводится расчет ожидаемого числа событий микроинзирования в предположении, что массовый спектр РВН описывается логнормальным законом распределения. В статье так же [24] предполагается существование небольших кластеров, действующих как единая ГЛ, что позволяет тоже снизить существующие ограничения на долю РВН в массу DM.

В данной работе рассматривается гравитационное микролинзирование на скоплении РВН. Предложение поиска пространственное кластеризованных событий приводится в работе [26], однако, там рассматривается мономассовый спектр и устаревшая на сегодняшний день модель распределения массы гало.

2.2. ОЦЕНКА ОЖИДАЕМОГО ЧИСЛА СОБЫТИЙ МИКРОЛИНЗИРОВАНИЯ

Оценочные расчеты в данном разделе будем проводить, пользуясь предположением, что всю скрытую массу гало составляют скопления РВН. Получим оценки ожидаемого числа событий микролинзирования при наблюдении звезд ЛМС, а также оценку числа скоплений РВН, лежащих в телесном угле, под которым земной наблюдатель видит галактику ЛМС.

Для проведения оценок будем использовать NFW – профиль распределения DM гало [27]:

$$\rho_{NFW}(R) = \frac{\rho_c}{\frac{R}{R_c} \left(1 + \frac{R}{R_s}\right)^2}, \quad (71)$$

где $\rho_0 = 0.0067 M_{\odot} \cdot \text{пк}^{-3}$, $R_c = 20 \cdot 10^3$ пк - параметры распределения, $R = (x^2 + R_0^2 - 2xR_0 \cos \alpha \cos \beta)^{1/2}$ - расстояние, отсчитываемое от центра галактики в направлении Большого Магелланова Облака (ЛМС), x - расстояние, отсчитываемое от Земли в направлении ЛМС, R_0 - расстояние от центра галактики до Солнца, $\alpha = -33^\circ$, $\beta = -280^\circ$ - углы в направлении ЛМС.

Проведем оценку числа скоплений РВН, попадающих в объем выделяемый телесным углом, под которым наблюдается ЛМС с Земли:

$$N = \Delta\Omega \int_0^{d_{LMC}} dx \frac{\rho(x)}{M_{cl}} x^2 = 1560, \quad (72)$$

$M_{cl} = 10^4 M_{\odot}$ - масса скопления РВН, $\Delta\Omega = 2 \text{deg}^2$ - телесный угол, под которым видна галактика ЛМС с Земли.

Доля площади галактики ЛМС, покрываемая скоплениями РВН:

$$P = \Delta\Omega \int_0^{d_{LMC}} dx \frac{\pi R^2 M_{cl} \rho_{NFW}(x)}{\Delta\Omega \pi x^2 M_{cl}} x^2 = 1.1 \cdot 10^{-2}. \quad (73)$$

Т.к. площадь ЛМС, покрываемая скоплениями мала, то следовательно вероятность перекрытия скоплений незначительна ($\sim 10^{-2}$)

Проведем оценку относительной скорости РВН в скоплении. Из вириаль-

ной теоремы следует:

$$v = \sqrt{\frac{GM_{tot}}{R}} \approx 6.6 \text{ км/с} \ll v_c, \quad (74)$$

где $M_{tot} = 10^4 M_\odot$ - полная масса скопления, $R = 1$ пк - радиус скопления, $v_c \sim 200$ км/с. Таким образом, можно рассматривать РВН внутри скопления как неподвижные точечные ГЛ, которые движутся как единое целое со скоростью скопления в гало галактики.

Средняя числовая плотность РВН на расстоянии x от наблюдателя не зависит от того, сгруппированы РВН или нет, и определяется профилем массовой плотности темного гало галактики. Поэтому частота событий не зависит от кластеризации. Определим дифференциальный темп микролинзирования (отнесенный к длительности события микролинзирования - t) следующим образом [7; 24; 25; 28]:

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \frac{\Omega_{PBH}}{\Omega_{DM}} N_{star} \int dm dx d\theta f(m) \frac{\rho_{DM}(x)}{mv_c^2} \left(\frac{R_E \cos \theta}{t} \right)^4 \exp \left[-\frac{2R_E}{v_c t} \right], \quad (75)$$

где $N_{star} = 10^6$ - число звезд ЛМС, за которыми ведется наблюдение, $v_c = 220$ км/с, $f(m)$ - функция распределения РВН по массе, R_E - радиус Эйнштейна РВН.

Будем полагать, что распределение РВН по массе в скоплении определяется степенным законом (получено из результатов численного моделирования)

$$f(m) \sim m^\alpha, \quad (76)$$

где показатель степени принят равным $\alpha = -1.5$ (из аппроксимации результатов численного моделирования [9])

Для оценки ожидаемого числа событий микролинзирования необходимо учесть эффективность эксперимента, т.е. вероятность того, что событие микролинзирования данной длительности будет зафиксировано. В качестве функции эффективности возьмем функцию эксперимента МАСНО [6; 29]:

$$\varepsilon = \begin{cases} 0.4 \exp(-(\ln t/35)^2/0.72), & t < 35 \\ 0.4 \exp(-(\ln t/35)^2/0.18), & t \geq 35, \end{cases} \quad (77)$$

где t - длительность события микролинзирования, выраженная в днях.

Ожидаемое число событий микролинзирования определяется выражением:

$$N = N_{star} T \int \varepsilon(t) \frac{d\Gamma}{dt} dt, \quad (78)$$

где N_{star} - число звезд галактики ЛМС, за которыми ведется наблюдение, T - время наблюдения.

Таким образом, получим следующие оценки ожидаемого числа событий микролинзирования при различных нижних границах массового спектра РВН с учетом функции эффективности

- $N \sim 0.5$, $m_{min} = 10^{-8} M_{\odot}$,
- $N \sim 0.4$, $m_{min} = 10^{-3} M_{\odot}$,

без учета функции эффективности:

- $N \sim 3700$, $m_{min} = 10^{-8} M_{\odot}$,
- $N \sim 2.2$, $m_{min} = 10^{-3} M_{\odot}$.

Результаты приведены для $N_{star} = 10^6$, $T=365$ дней.

Из результата видно, что несмотря на то, что число событий микролинзирования при более низкой границе массового спектра заметно выше, вероятность регистрации событий микролинзирования на РВН малой массы мала. Чем меньше масса, тем меньше радиус Эйнштейна РВН и, как следствие, меньше длительность события микролинзирования, и функция эффективности

При проведении оценки ожидаемого числа событий было сделано следующее упрощение: предполагалось, что масса распределена по скоплению равномерно. В действительности кластер обладает профилем плотности, зависящим от расстояния отсчитываемым от центра скопления.

Рассмотрим степенной профиль плотности следующего вида:

$$\rho(r) = (r + r_0)^{-\beta}, \quad (79)$$

где $\beta = 3$ - получено из аппроксимации результатов моделирования [9], постоянная r_0 введена для устранения логарифмической расходимости. Примем $r_0 = 10^{-6}$ Рассчитаем профиль оптической плотности скопления в зависимости

от расстояния. Оптическая плотность определяется как число РВН, которые попадают в трубку микролинзирования радиуса $R_E(m)$:

$$\tau(r) = \int \pi R_E^2(m) \frac{f(m)}{m} \rho(r) dm dx, \quad (80)$$

где интегрирование ведется по линии, соединяющей наблюдателя со звездой и пересекающей скопление на расстоянии r от его центра. Результаты расчета оптической толщины приведены на рис. 8

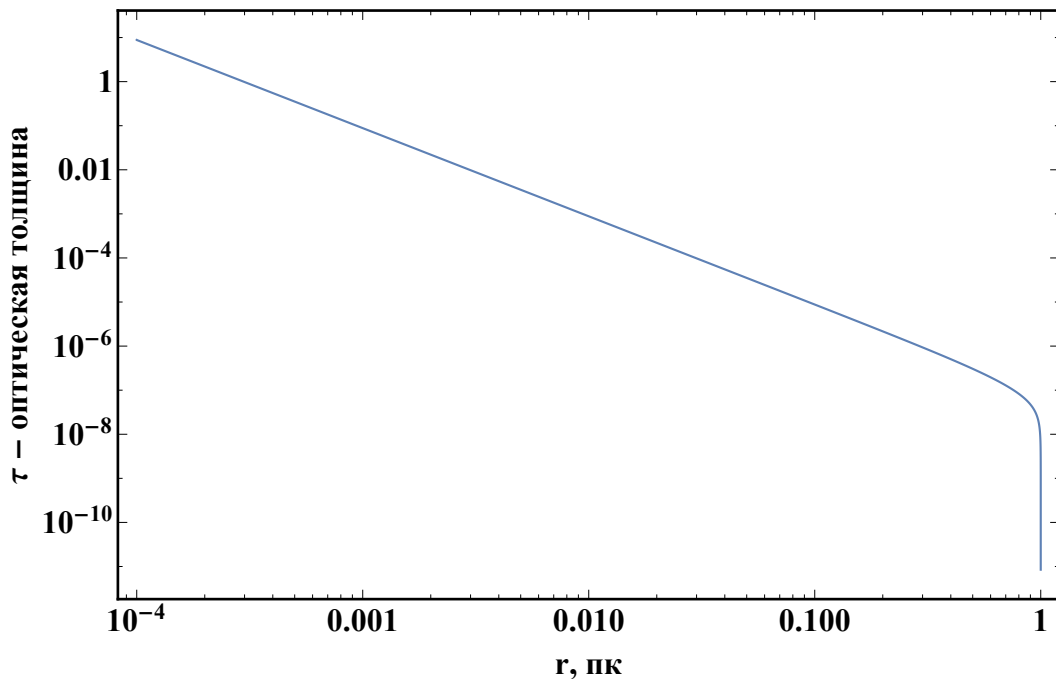


Рисунок 8 – Зависимость оптической толщины от расстояния отсчитываемого от центра скопления

Видно, что в центральной области (ядре) скопления в трубку наблюдения одновременно могут попасть более одной РВН, создавая, таким образом, искажения стандартного сигнала от одиночной РВН (модель точечной ГЛ). Площадь таких ядер мала - порядка $(10^{-4})^2 = 10^{-8}$ от площади скопления. Площадь ЛМС, покрываемая такими областями $P \sim 10^{-10}$.

Искажение формы сигнала может вызываться также гравитационным влиянием скопления как целого. Так же, когда РВН находятся поблизости друг от друга, формируется сложная система каустик. В результате, наблюдаемый сигнал искажается: может иметь несколько пиков.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В первой части данной работе было проведено рассмотрение взаимодействия доменной стенки с окружающей горячей плазмой. Рассматриваемая модель не предполагает полное отражение частиц,

Во второй части были проведены оценки ожидаемого числа событий микролинзирования на скоплении (кластере) РВН. Скопление РВН представляет собой гравитационно связанную систему РВН, проявляющих себя как ГЛ.

Таким образом, в рамках данной работы:

- В первой части работы проведено построение модели описывающей взаимодействие фермионов с доменной стенкой, задаваемой комплексным скалярным полем с лагранжианом (1). Получены зависимости коэффициента отражения доменной стенки от параметров модели. Проведен расчет скорости передачи энергии от доменной стенки окружающей плазме. Данная модель может быть использована в дальнейшем для оценки эффектов дополнительного разогрева кластера за счет диссипации энергии колебаний доменной стенки.
- Во второй части работы проведена оценка ожидаемого числа событий микролинзирования на скоплении (кластере) РВН с учетом и без функции эффективности эксперимента МАСНО. Оценено число скоплений РВН, лежащих в телесном угле, под которым с Земли наблюдается галактика LMC.

В результате проведенной работы поставленные задачи были выполнены.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Zel'dovich Y. B., Novikov I. The hypothesis of cores retarded during expansion and the hot cosmological model // Soviet Astronomy. — 1967. — т. 10. — с. 602.
2. Clesse S., García-Bellido J. Seven Hints for Primordial Black Hole Dark Matter // Phys. Dark Univ. — 2018. — т. 22. — с. 137–146. — arXiv: [1711.10458 \[astro-ph.CO\]](#).
3. Carr B., Kuhnel F. Primordial Black Holes as Dark Matter: Recent Developments. — 2020. — июнь. — arXiv: [2006.02838 \[astro-ph.CO\]](#).
4. Dolgov A. Massive Primordial Black Holes // 13th Frascati Workshop on Multifrequency Behaviour of High Energy Cosmic Sources. — 11.2019. — arXiv: [1911.02382 \[astro-ph.CO\]](#).
5. Paczynski B. Gravitational microlensing by the galactic halo // The Astrophysical Journal. — 1986. — т. 304. — с. 1–5.
6. The MACHO project: Microlensing results from 5.7 years of LMC observations / C. Alcock [и др.] // Astrophys. J. — 2000. — т. 542. — с. 281–307. — arXiv: [astro-ph/0001272](#).
7. Microlensing constraints on primordial black holes with Subaru/HSC Andromeda observations / H. Niikura [и др.] // Nature Astron. — 2019. — т. 3, № 6. — с. 524–534. — arXiv: [1701.02151 \[astro-ph.CO\]](#).
8. Hawkins M. The signature of primordial black holes in the dark matter halos of galaxies // Astron. Astrophys. — 2020. — т. 633. — A107. — arXiv: [2001.07633 \[astro-ph.GA\]](#).
9. Clusters of primordial black holes / K. M. Belotsky [и др.] // Eur. Phys. J. C. — 2019. — т. 79, № 3. — с. 246. — arXiv: [1807.06590 \[astro-ph.CO\]](#).
10. Deng H., Vilenkin A., Yamada M. CMB spectral distortions from black holes formed by vacuum bubbles // JCAP. — 2018. — т. 07. — с. 059. — arXiv: [1804.10059 \[gr-qc\]](#).

11. Захаров А. Ф. Гравитационные линзы и микролинзы // М.: Янус-К. — 1997. — т. 328.
12. Блиох П. В., Минаков А. А. Гравитационные линзы. — Наук. думка, 1989.
13. Schneider P., Kochanek C., Wambsganss J. Gravitational lensing: strong, weak and micro: Saas-Fee advanced course 33. т. 33. — Springer Science & Business Media, 2006.
14. Rubin S. G., Sakharov A. S., Khlopov M. Y. The Formation of primary galactic nuclei during phase transitions in the early universe // J. Exp. Theor. Phys. — 2001. — т. 91. — с. 921—929. — arXiv: [hep-ph/0106187](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0106187).
15. Khlopov M. Y., Rubin S. G. Cosmological pattern of microphysics in the inflationary universe. Vol. 144. — Springer Science & Business Media, 2013.
16. Rubin S. G., Sakharov A. S., Khlopov M. Y. The Formation of primary galactic nuclei during phase transitions in the early universe // J. Exp. Theor. Phys. — 2001. — Vol. 91. — P. 921—929. — arXiv: [hep-ph/0106187](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0106187).
17. Rajaraman R. SOLITONS AND INSTANTONS. AN INTRODUCTION TO SOLITONS AND INSTANTONS IN QUANTUM FIELD THEORY. — 01.1982.
18. Scattering in the presence of electroweak phase transition bubble walls / A. Ayala [и др.] // Phys. Rev. D. — 1994. — т. 49. — с. 5559—5570. — arXiv: [hep-ph/9311296](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9311296).
19. Steer D. A., Vachaspati T. Domain walls and fermion scattering in grand unified models // Phys. Rev. D. — 2006. — май. — т. 73, вып. 10. — с. 105021.
20. Farrar G. R., McIntosh John W. J. Scattering from a domain wall in a spontaneously broken gauge theory // Phys. Rev. D. — 1995. — т. 51. — с. 5889—5904. — arXiv: [hep-ph/9412270](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9412270).
21. Vilenkin A., Shellard E. S. Cosmic Strings and Other Topological Defects. — Cambridge University Press, 07.2000. — ISBN 978-0-521-65476-0.
22. Kennedy P. The Woods-Saxon potential in the Dirac equation // J. Phys. A. — 2002. — т. 35. — с. 689—698. — arXiv: [hep-th/0107170](https://arxiv.org/abs/hep-th/0107170).
23. Panella O., Biondini S., Arda A. New exact solution of the one dimensional Dirac Equation for the Woods-Saxon potential within the effective mass case // J. Phys. A. — 2010. — т. 43. — с. 325302. — arXiv: [1002.3723 \[math-ph\]](https://arxiv.org/abs/1002.3723).

24. Calcino J., Garcia-Bellido J., Davis T. M. Updating the MACHO fraction of the Milky Way dark halowith improved mass models // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 2018. — т. 479, № 3. — с. 2889—2905. — arXiv: [1803.09205 \[astro-ph.CO\]](#).
25. Green A. M. Microlensing and dynamical constraints on primordial black hole dark matter with an extended mass function // Phys. Rev. D. — 2016. — т. 94, № 6. — с. 063530. — arXiv: [1609.01143 \[astro-ph.CO\]](#).
26. Maoz E. Gravitational microlensing by dark clusters in the galactic halo // Astrophys. J. Lett. — 1994. — т. 428. — с. L5. — arXiv: [astro-ph/9402027](#).
27. Navarro J. F., Frenk C. S., White S. D. The Structure of cold dark matter halos // Astrophys. J. — 1996. — т. 462. — с. 563—575. — arXiv: [astro-ph/9508025](#).
28. Griest K. Galactic microlensing as a method of detecting massive compact halo objects // The Astrophysical Journal. — 1991. — т. 366. — с. 412—421.
29. Mao S.-d., Paczynski B. Mass determination with gravitational microlensing // Astrophys. J. — 1996. — т. 473. — с. 57. — arXiv: [astro-ph/9604002](#).