

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА №40 «ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ»

На правах рукописи

КАМАЛЕТДИНОВ АЙРАТ ХАМИТОВИЧ

**ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ФИЗИКИ
ВОЗМОЖНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СКРЫТОЙ МАССЫ НА
ОСНОВЕ ДАННЫХ ПО КОСМИЧЕСКИМ ЛУЧАМ И
КРУПНОМАСШТАБНОЙ СТРУКТУРЕ ВСЕЛЕННОЙ**

Направление подготовки 14.04.02 «Ядерная физика и технологии»
Диссертация на соискание степени магистра

Научный руководитель,
к.ф.-м.н., в.н.с.

_____ К. М. Белоцкий

Москва 2020

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА МАГИСТРА

**ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ФИЗИКИ
ВОЗМОЖНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СКРЫТОЙ МАССЫ НА
ОСНОВЕ ДАННЫХ ПО КОСМИЧЕСКИМ ЛУЧАМ И
КРУПНОМАСШТАБНОЙ СТРУКТУРЕ ВСЕЛЕННОЙ**

Студент _____ А. Х. Камалетдинов

Научный руководитель,
к.ф.-м.н., в.н.с.

_____ К. М. Белоцкий

Рецензент,
к.ф.-м.н.

_____ К. В. Бондаренко

Секретарь ГЭК,
к.ф.-м.н.

_____ А. А. Кириллов

Зав. каф. №40,
д.ф.-м.н., проф.

_____ М. Д. Скорохватов

Рук. учеб. прог.,
д.ф.-м.н., проф.

_____ М. Д. Скорохватов

РЕФЕРАТ

Отчет 45с., 34 источн.

Ключевые слова

скрытая масса, темная материя, физика взаимодействия скрытой массы, позитронная аномалия, космическое гамма-излучение, SIMP, ограничение параметров скрытой массы.

Цель работы

Поиск гипотетического теоретического описания физики взаимодействия скрытой массы, приводящего к подавлению испускания фотона при её распадах. Постановка ограничений на параметры моделей взаимодействующей скрытой массы.

Использованные методы и инструментарий

- 1) Матпакет Wolfram Mathematica
- 2) Пакет FeynCalc для Wolfram Mathematica
- 3) MS-генератор CalcHEP
- 4) Пакет LanHEP для генерации правил фейнмана для CalcHEP

Полученные результаты

Было получено, что рассмотренные в данной работе варианты моделей взаимодействия скрытой массы, описывающие ее распады по каналам ($X \rightarrow e^+e^-$) и ($X \rightarrow e^+e^-\gamma$) не позволяют получить необходимое для описания позитронной аномалии подавление выхода фотонов в распадах частиц скрытой массы. Однако имеет место незначительное подавление на высоких энергиях в некоторых рассмотренных в работе случаях. Был предложен способ постановки косвенных космологических ограничений на параметры взаимодействия гипотетической SIMP-компоненты скрытой массы. Данный способ был применен для ограничения параметров нескольких частных моделей, описывающих частицы скрытой массы, сильно взаимодействующие с веществом стандартной модели.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	5
1 Поиск подавления выхода фотонов от распада частиц скрытой массы	6
1.1 Оценка вероятности выхода фотонов от распада частиц скрытой массы.	8
1.1.1 Расчёт для скалярной частицы X	10
1.1.2 Расчёт для векторной частицы X	12
1.2 Случай зарядово-сопряжённой вершины	14
1.2.1 Расчёт для скалярной частицы X	16
1.2.2 Расчет для векторной частицы X	17
1.3 Более сложные модели взаимодействующей скрытой массы	18
1.4 Сравнение выходов γ для скалярной и векторной вершин в зависимости от энергии фотона.	20
1.5 Рассмотрение вершины взаимодействия, зависящей от импульса распадающейся частицы	22
1.6 Рассмотрение петлевых моделей распада.	24
1.6.1 Распад через "пузырьковую" петлю.	26
1.6.2 Треугольная диаграмма ($X \rightarrow e^+e^-$).	27
1.6.3 Треугольная диаграмма ($X \rightarrow e^+e^-\gamma$).	30
2 Получение ограничений на параметры моделей SIMP.	34
3 Заключение	39
Список литературы	42

ВВЕДЕНИЕ

В 2006 году в эксперименте ПАМЕЛА [1] была зафиксирована аномально высокая доля позитронов в космических лучах. Позднее эти данные были подтверждены в эксперименте AMS-02 [2]. Одним из кандидатов на объяснение превышения доли высокоэнергетичных позитронов в космических лучах может являться нестабильная скрытая масса, распадающаяся на лептоны стандартной модели. Однако такие объяснения вступают в противоречие (превышение) с результатами экспериментов по измерению изотропного гамма фона [3–10]. В данной работе рассматриваются различные модели скрытой массы, взаимодействующей с веществом стандартной модели. Часть работы, описанная в первой главе, посвящена исследованию возможности решения проблемы превышения предсказываемого числа фотонов при распадах частиц темной материи на электроны и позитроны. Такое исследование ранее не проводилось, хотя оно является важным для удовлетворительного описания позитронной аномалии [1] при помощи распадов частиц ТМ. Так же предлагается метод ограничения параметров моделей темной материи, взаимодействующей с барионным веществом. Рассматриваемый подход основан на оценке размеров неоднородностей, которые может формировать скрытая масса и сильно зависит от размера горизонта в момент отцепления темной материи от окружающей плазмы барионного вещества. Методика была применена для ограничения некоторых частных моделей SIMP и описана подробнее во второй главе данной работы.

1. ПОИСК ПОДАВЛЕНИЯ ВЫХОДА ФОТОНОВ ОТ РАСПАДА ЧАСТИЦ СКРЫТОЙ МАССЫ

В 2006 году на околоземную орбиту был запущен спутник „Ресурс ДК1“, на борту которого проводился эксперимент ПАМЕЛА [1]. Его основной задачей было изучение потоков античастиц в космических лучах в интервале от 100 МэВ до сотен ГэВ. Позднее эксперимент AMS-02 [2] значительно уточнил данные ПАМЕЛА опубликованные в 2009 году. Данные этих экспериментов указали на наличие аномально большого потока позитронов при энергиях выше 100 ГэВ. (см. рис.1.1).

Одним из популярных объяснений позитронной аномалии является распад или аннигиляция частиц скрытой массы в Галактике. В результате таких процессов могут рождаться обычные частицы (фотоны, лептоны, кварки). В последнее время выяснилось, что неизбежное появление фотонов в таких моделях приводит к противоречию с данными по космическому изотропному гамма-фону (IRGB) [3–10]. Нашей группой ранее в качестве решения данной проблемы предлагалась модель темного диска (ТД). [3–8], В рамках этой модели предполагается, что скрытая масса содержит малую "активную" компоненту (аннигилирующую или распадающуюся), сконцентрированную в галактическом диске. Это позволяет подавить гамма-излучение от скрытой массы. А именно - рассматривались две компоненты ТМ - пассивная, образующая гало и активная, которая дает сигнал в космических позитронах и образует диск. В результате удалось добиться значительно лучшего согласия теоретически предсказываемых спектров с экспериментальными данными [11]. При этом минимальное значение χ^2 отнесённое к числу степеней свободы оказалось равным приблизительно 1.

В данной работе рассматривается альтернативная попытка подавления гамма-излучения. Она основывается на изучении возможности такого подавления за счет особенности физики взаимодействия частиц скрытой массы, при-

водящего к их распаду. Рассматриваются разные параметризации лагранжиана этого взаимодействия с целью изучения возможности подавления выхода гамма-квантов за счет этих параметров.

Рассматриваемая в данной работе физика взаимодействия скрытой массы может быть учтена в модели тёмного диска, а так же в других моделях, описывающих подавление гамма фона в спектре космического излучения от распадов частиц скрытой массы для дополнительного улучшения параметра χ^2 в этих теориях.

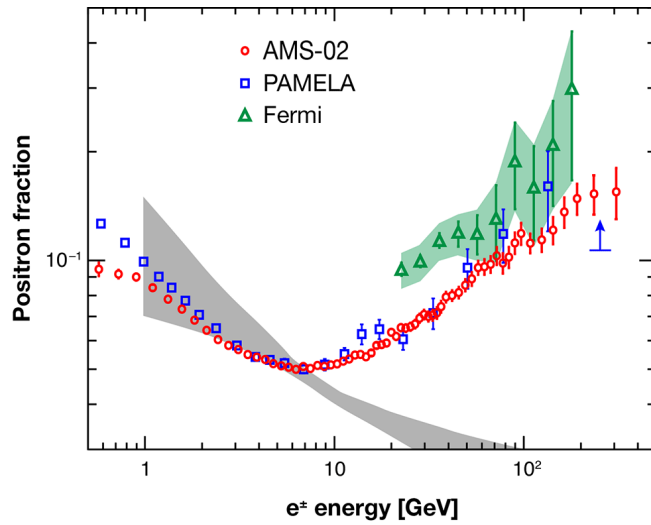
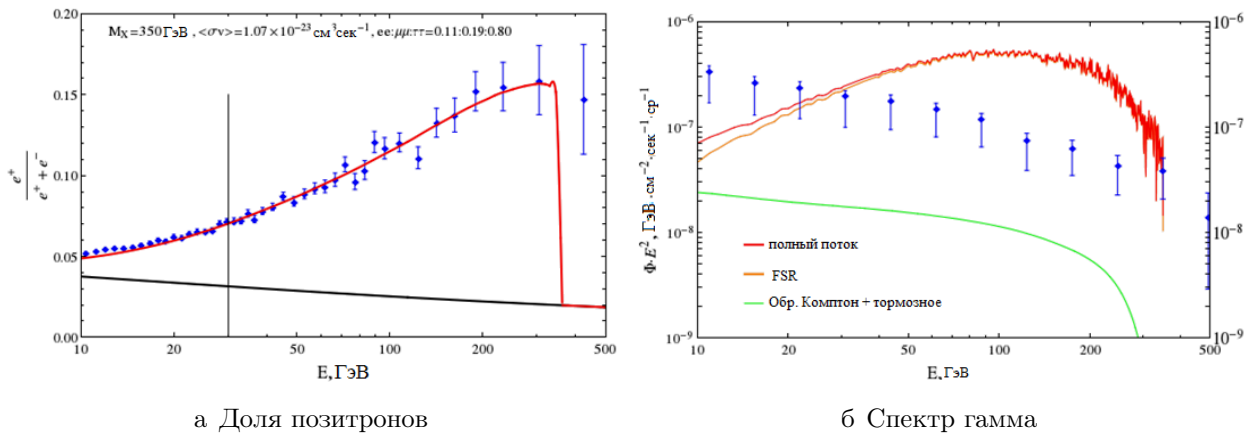


Рисунок 1.1 — Данные экспериментов по потокам позитронов в космических лучах, а так же теоретически ожидаемый спектр частиц.



а Доля позитронов

б Спектр гамма

Рисунок 1.2 — Сравнение экспериментальных данных по доле космических позитронов и гамма для модели нестабильной ТМ в гало.

1.1. ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТИ ВЫХОДА ФОТОНОВ ОТ РАСПАДА ЧАСТИЦ СКРЫТОЙ МАССЫ.

Добиться уменьшения теоретически предсказываемого выхода фотонов при образовании позитронов можно с помощью рассмотрения физики взаимодействия скрытой массы. Рассматриваются распады частиц ТМ на электрон-позитронную (e^+e^-) пару и на (e^+e^-) и фотон. Диаграммы соответствующих процессов, описываемых лагранжианами взаимодействия скрытой массы (1) приведены на рисунках 1.3, 1.4.

Цель этой работы состоит в поиске такого теоретического описания распада скрытой массы (на диаграммах это входит в вершины, отмеченные закра-

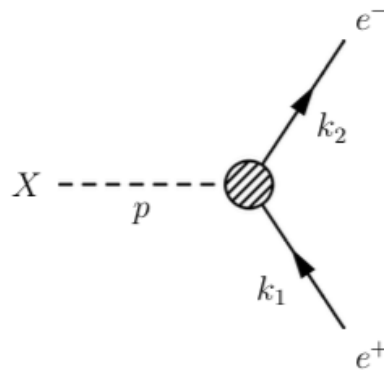


Рисунок 1.3 — Диаграмма Фейнмана для двухчастичного распада частицы скрытой массы.

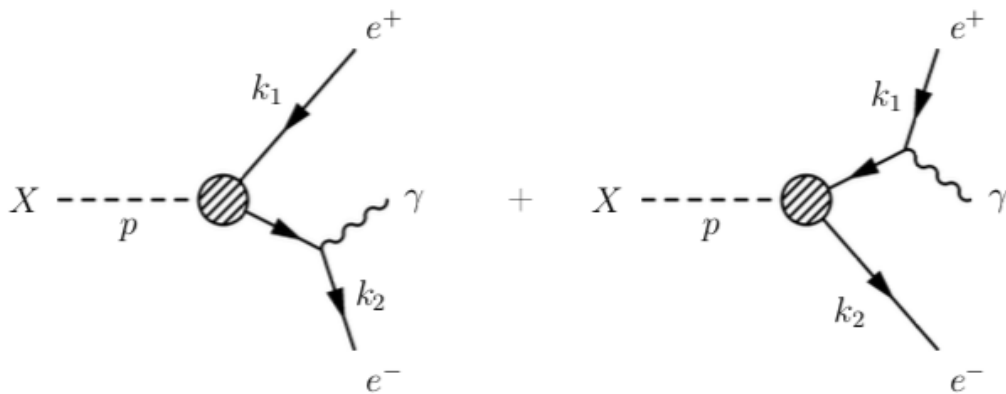


Рисунок 1.4 — Диаграммы Фейнмана для трёхчастичного распада частицы скрытой массы.

шенными кружками), которое приводило бы к подавлению испускания фотона при таком распаде. Подавление выхода фотонов в распаде скрытой массы должно улучшить параметр χ^2 .

Были рассмотрены распады нестабильной тёмной материи по двух лептонным модам. Конечный лептон в такой реакции может испустить фотон [12—14]. Частицу тёмной материи X при этом планируется рассмотреть как скалярную, псевдо-скалярную, векторную и аксиально-векторную. Также будет рассмотрен зарядово-сопряжённый вариант вершины взаимодействия скрытой массы.

Соответствующие лагранжианы взаимодействия будут иметь вид [12]:

$$\mathcal{L}_s = X\bar{\psi}\psi, \quad \mathcal{L}_{ps} = X\bar{\psi}\gamma^5\psi, \quad \mathcal{L}_v = \bar{\psi}\gamma^\mu\psi X_\mu, \quad \mathcal{L}_{pv} = \bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5\psi X_\mu. \quad (1.1)$$

Идея подавления выхода фотонов в данной работе состоит в том, чтобы использовать разные комбинации скалярной и псевдо-скалярной связи в лагранжиане взаимодействия

$$\mathcal{L}_{scalar} = X\bar{\psi}(a + b\gamma^5)\psi \quad (1.2)$$

или векторной и аксиально-векторной связи

$$\mathcal{L}_{vector} = \bar{\psi}\gamma^\mu(a + b\gamma^5)X_\mu\psi, \quad (1.3)$$

и понять, какие константы (a, b) связи нужно подобрать, чтобы подавить фотон.

Подавление выхода фотона в конечном состоянии означает, что отношение ширины распада частицы скрытой массы с последующим испусканием фотона (рис.1.4) к ширине распада без фотона (двухчастичный распад) рис.1.3 становится минимальным. То есть:

$$\frac{\Gamma(X \rightarrow e^+e^-\gamma)}{\Gamma(X \rightarrow e^+e^-)} = \min. \quad (1.4)$$

Расчёты производились аналитически. Для проверки использовался пакет FeynCalc [15] для Wolfram Mathematica 11.

1.1.1. РАСЧЁТ ДЛЯ СКАЛЯРНОЙ ЧАСТИЦЫ X.

Лагранжиан взаимодействия в данном случае имеет вид:

$$\mathcal{L}_{scalar} = X\bar{\psi}(a + b\gamma^5)\psi. \quad (1.5)$$

Для двухчастичного распада $X \rightarrow e^+e^-$, изображённого на Рис.1.5.

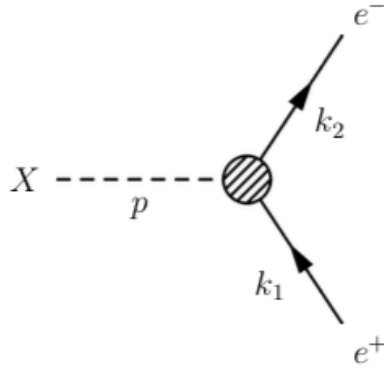


Рисунок 1.5 — Диаграмма Фейнмана для двухчастичного распада частицы скрытой массы.

Матричный элемент и квадрат матричного элемента процесса запишутся в виде:

$$M = \bar{u}(a + b\gamma^5)v \quad |M|^2 = Tr(\hat{k}_1(a + b\gamma^5)\hat{k}_2(a - b\gamma^5)) = 4(a^2 + b^2)(k_1k_2). \quad (1.6)$$

Для трёх-частичного распада $X \rightarrow e^+e^-\gamma$, изображённого на Рис.1.6.

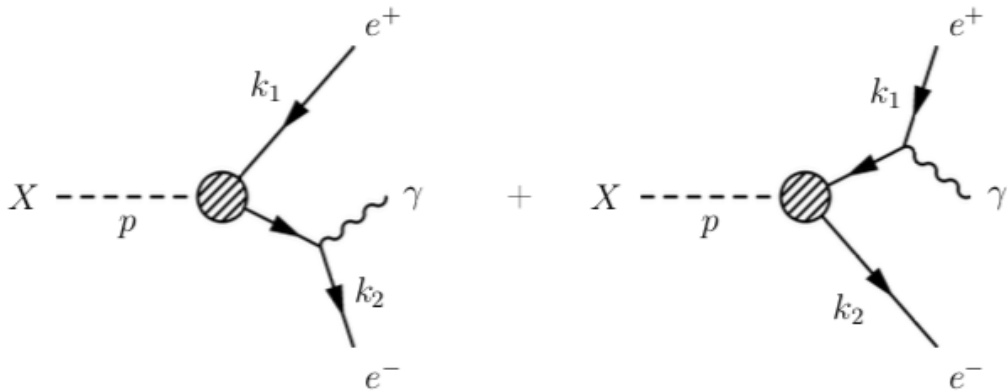


Рисунок 1.6 — Диаграммы Фейнмана для трёхчастичного распада частицы скрытой массы.

Матричный элемент процесса запишется в виде:

$$M = \frac{\bar{u}_1(a + b\gamma^5)(\hat{k}_2 + \hat{l})\gamma^\mu\epsilon_\mu v_2}{(k_2 + l)^2} + \frac{\bar{u}_1\gamma^\mu\epsilon_\mu(\hat{k}_1 + \hat{l})(a + b\gamma^5)v_2}{(k_1 + l)^2}, \quad (1.7)$$

А квадрат матричного элемента:

$$|M|^2 = 16(a^2 + b^2)\left[\frac{(k_1 l)(k_2 l)}{(k_1 + l)^4} - 2\frac{(k_1 k_2 + k_1 l)(k_1 k_2 + k_2 l)}{(k_1 + l)^2(k_2 + l)^2} + \frac{(k_1 l)(k_2 l)}{(k_2 + l)^4}\right]. \quad (1.8)$$

Видно, что отношение ширин распада

$$\frac{\Gamma(X \rightarrow e^+e^-\gamma)}{\Gamma(X \rightarrow e^+e^-)} \quad (1.9)$$

оказывается не зависящим от параметров a и b . Поскольку в таком отношении фактор $(a^2 + b^2)$ сокращается. Таким образом, для выбранного взаимодействия скалярной частицы X никаким выбором параметров a и b не удаётся добиться подавления выхода фотона в конечном состоянии.

Взаимодействие подобного типа не решает проблемы с гамма в спектре космического излучения

1.1.2. РАСЧЁТ ДЛЯ ВЕКТОРНОЙ ЧАСТИЦЫ X.

Возникло предположение, что ситуация будет обстоять иначе в случае векторного взаимодействия. Такой лагранжиан взаимодействия принимает вид:

$$\mathcal{L}_{vector} = \bar{\psi}\gamma^\mu(a + b\gamma^5)X_\mu\psi. \quad (1.10)$$

Для двухчастичного распада $X \rightarrow e^+e^-$, изображённого на Рис.1.7.

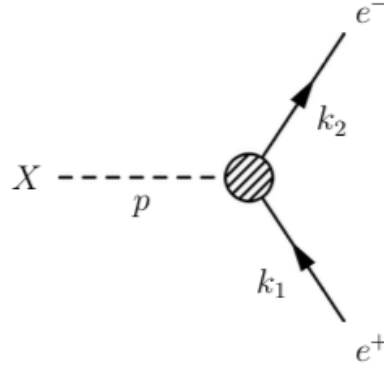


Рисунок 1.7 — Диаграмма Фейнмана для двухчастичного распада частицы скрытой массы.

Матричный элемент процесса запишется в виде:

$$M = \bar{u}_1\gamma^\mu(a + b\gamma^5)X_\mu v_2, \quad (1.11)$$

а квадрат матричного элемента:

$$|M|^2 = \frac{4(a^2 + b^2)(m^2(k_1k_2) + 2(pk_1)(pk_2))}{m^2} \quad (1.12)$$

Для трёхчастичного распада $X \rightarrow e^+e^-\gamma$, изображённого на Рис.1.8.

Матричный элемент процесса запишется в виде:

$$M = \frac{\bar{u}_1\gamma^\mu(a + b\gamma^5)X_\mu(\hat{k}_2 + \hat{l})\gamma^\nu\epsilon_\nu v_2}{(k_2 + l)^2} + \frac{\bar{u}_1\gamma^\nu\epsilon_\nu(\hat{k}_1 + \hat{l})\gamma^\mu(a + b\gamma^5)X_\mu v_2}{(k_1 + l)^2}, \quad (1.13)$$

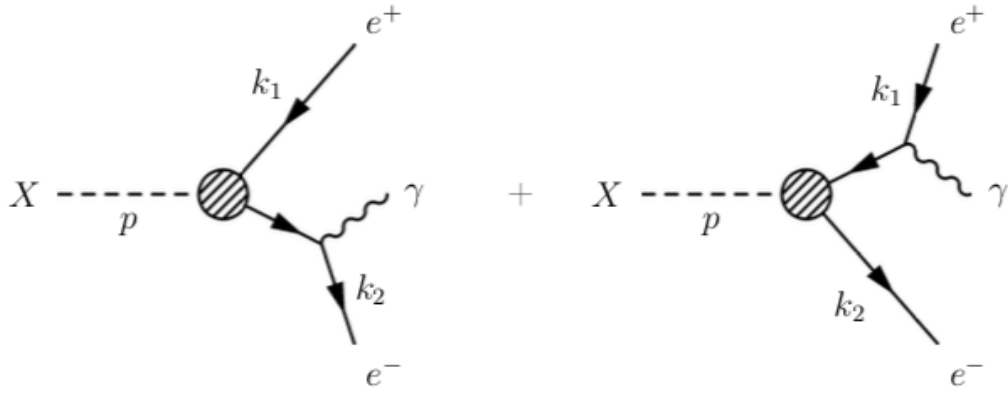


Рисунок 1.8 — Диаграммы Фейнмана для трёхчастичного распада частицы скрытой массы.

а квадрат матричного элемента:

$$\begin{aligned}
 |M|^2 = & \frac{16(a^2 + b^2)}{m^2} \left[\frac{(k_1 l)(m^2(k_2 l) + 2(k_2 p)(lp))}{(k_1 + l)^4} + \frac{(k_2 l)(m^2(k_1 l) + 2(k_1 p)(lp))}{(k_2 + l)^4} - \right. \\
 & \frac{2(m^2(k_1 k_2)^2 + (k_1 k_2)(m^2((k_1 l) + (k_2 l)) + (lp)((k_1 p) + (k_2 p)) + 2((k_1 p)(k_2 p))) -}{(k_1 + l)^2(k_2 + l)^2} - \\
 & \left. \frac{-((k_1 p) - (k_2 p))((k_1 p)(k_2 l) - (k_1 l)(k_2 p))}{(k_1 + l)^2(k_2 + l)^2} \right]. \tag{1.14}
 \end{aligned}$$

Здесь m - масса частицы X

Легко видеть, что как и в случае со скалярной частицей X , в данном случае снова отношение сечений взаимодействия оказывается не зависящим от параметров a и b . Рассмотрением векторного взаимодействия добиться подавления гамма не удаётся никаким выбором параметров a и b . Результаты так же были представлены в [16; 17]

1.2. СЛУЧАЙ ЗАРЯДОВО-СОПРЯЖЁННОЙ ВЕРШИНЫ

Рассмотрение вариантов теорий, в которых частица ТМ является скалярной и векторной не позволили добиться подавления выхода фотона в конечном состоянии посредством использования скалярных и псевдоскалярных связей, а так же векторных и псевдовекторных в лагранжиане взаимодействия.

Была выдвинута идея о том, что нужно искать такое взаимодействие, при котором псевдоскалярная связь давала бы вклад в ширину трёхчастичного распада, но не давала никакого вклада в ширину двухчастичного. Этого можно добиться при помощи введения тождественности частиц в конечном состоянии. Принцип запрета Паули в такой теории может привести к исчезновению "симметричности" ситуаций со вкладами от параметризаций вершины в ширины двухчастичного и трёхчастичного распадов, поскольку в этом случае псевдоскалярная связь, возможно, в двухчастичном распаде "не выживет" вследствие запрета Паули, но продолжит давать вклад в сечение трёхчастичного распада.

Такая ситуация с тождественностью спинорных полей в конечном состоянии возникает при рассмотрении одного из них в лагранжиане взаимодействия скрытой массы в зарядово-сопряжённом виде.

$$\mathcal{L}_C = X\overline{\psi^C}(a + b\gamma^5)\psi + X^*\overline{\psi}(a + b\gamma^5)\psi^C. \quad (1.15)$$

В такой теории дважды заряженная частица X имеет канал распада $X \rightarrow e^+e^+$, а соответствующая античастица X^* может распадаться по каналу $X^* \rightarrow e^-e^-$. Подобные модели частиц скрытой массы были рассмотрены в работах [18; 19], Видно, что в такой теории действительно возникает тождественность частиц в конечном состоянии.

Будем рассматривать случай, в котором начальное состояние фиксировано и выражается как $X|p\rangle$. То есть в начальном состоянии присутствует только частица X . Тогда можно рассматривать только одно слагаемое лагранжиана взаимодействия:

$$\mathcal{L}_C = X\overline{\psi^C}(a + b\gamma^5)\psi. \quad (1.16)$$

Диаграмма двухчастичного распада в такой теории выглядит следующим обра-

зом. Рис.1.9. В силу тождественности частиц - фермионов в конечном состоянии диаграмма была антисимметризована.

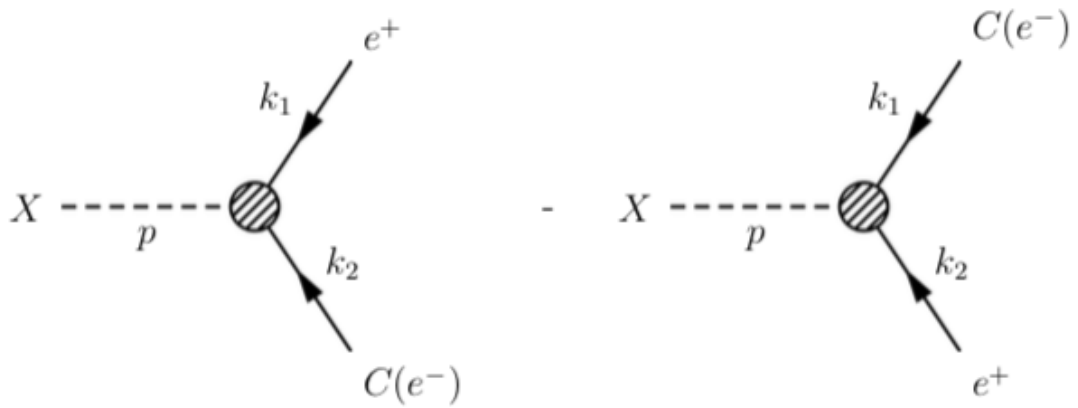


Рисунок 1.9 — Диаграммы Фейнмана для двухчастичного распада частицы скрытой массы в зарядово-сопряжённом случае.

Диаграмма трёхчастичного распада в теории с зарядово-сопряжённым спинором приведена ниже. Рис.1.10.

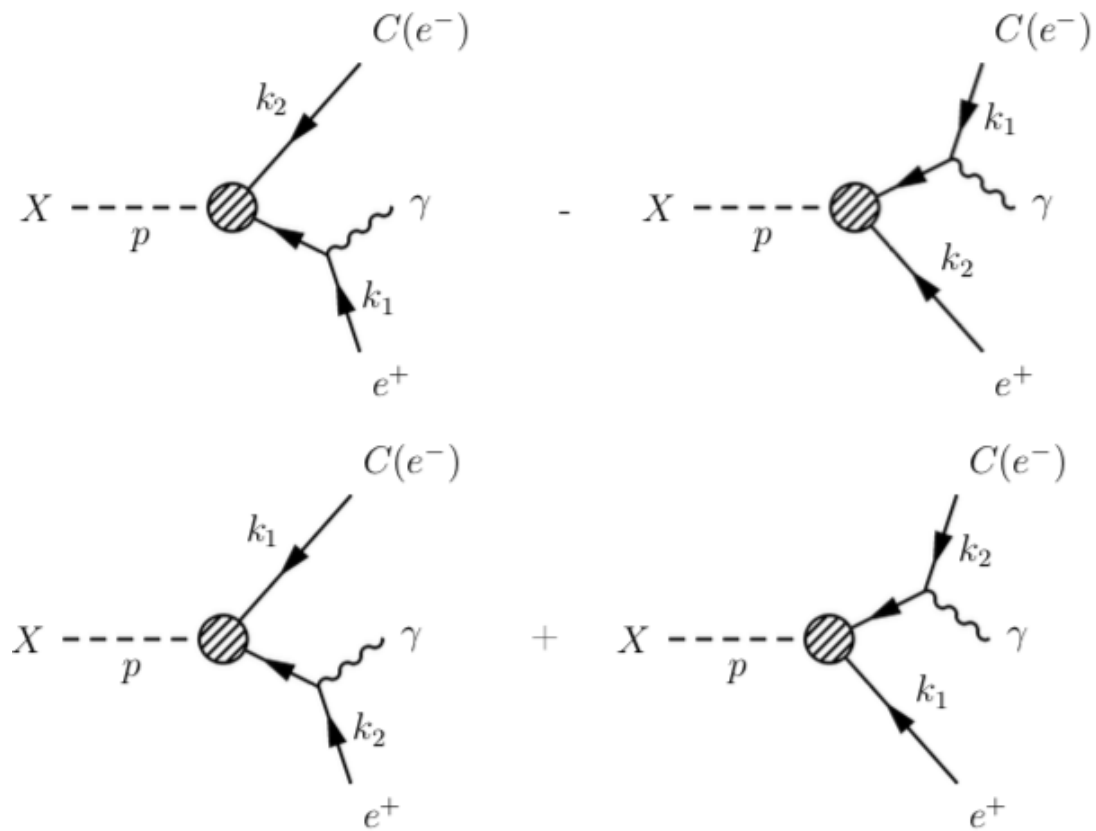


Рисунок 1.10 — Диаграммы Фейнмана для трёхчастичного распада частицы скрытой массы в зарядово-сопряжённом случае.

Для построения соответствующих матричных элементов для начала воспользуемся вторичным квантованием дираковских спиноров[12]

$$\Psi(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} \sum_s \left(a_p^s u^s(p) e^{-ipx} + b_p^{s\dagger} v^s(p) e^{ipx} \right), \quad (1.17)$$

$$\bar{\Psi}(y) = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_q}} \sum_r \left(b_q^r \bar{v}^r(q) e^{-iqy} + a_q^{r\dagger} \bar{u}^r(q) e^{iqy} \right). \quad (1.18)$$

Вакуум определяется как такое состояние, что: $a_p^s |0\rangle = b_p^s |0\rangle = 0$.

В дальнейшем будет учитываться, что:

$$\bar{\Psi}^C = (-i\gamma^2 \Psi^*)^\dagger \gamma^0 = \Psi^T (-i\gamma^2)^T \gamma^0 = \Psi^T C^T \gamma^0.$$

1.2.1. РАСЧЁТ ДЛЯ СКАЛЯРНОЙ ЧАСТИЦЫ X

Лагранжиан, описывающий распада скалярной частицы X приведен в формуле (17).

Матричный элемент для двухчастичного распада (Рис.1.9) определяется как:

$$\begin{aligned} M &= \langle k_1 k_2 | X \bar{\Psi}^C (a + b\gamma^5) \Psi | p \rangle - \langle k_1 k_2 | X \bar{\Psi}^C (a + b\gamma^5) \Psi | p \rangle = \\ &= \langle k_1 k_2 | X \Psi^T C^T \gamma^0 (a + b\gamma^5) \Psi | p \rangle - \langle k_1 k_2 | X \Psi^T C^T \gamma^0 (a + b\gamma^5) \Psi | p \rangle = \\ &= v^T(k_1) C^T \gamma^0 (a + b\gamma^5) v(k_2) - v^T(k_2) C^T \gamma^0 (a + b\gamma^5) v(k_1). \end{aligned} \quad (1.19)$$

Аналогично для трёхчастичного распада (Рис. 1.10) он будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} M &= \frac{v^T(k_1) C \gamma^0 \gamma^\mu (\hat{k}_1 + \hat{l})(a + b\gamma^5) v(k_2) \epsilon_\mu(l)}{(k_1 l)} + \\ &+ \frac{v^T(k_1) C \gamma^0 (a + b\gamma^5) (\hat{k}_2 + \hat{l}) \gamma^\mu v(k_2) \epsilon_\mu(l)}{(k_2 l)}. \end{aligned} \quad (1.20)$$

Соответствующие квадраты амплитуд двухчастичного и трехчастичного распадов приведены ниже:

$$|M|_2^2 = 4m_x^2(a^2 + b^2), \quad |M|_3^2 = 16(a^2 + b^2)(...). \quad (1.21)$$

Как легко видеть, отношение соответствующих ширин распада скалярной частицы скрытой массы на тождественные фермионы вновь не будет зависеть от параметризации лагранжиана взаимодействия.

1.2.2. РАСЧЕТ ДЛЯ ВЕКТОРНОЙ ЧАСТИЦЫ X

Слагаемое в Лагранжиане, дающее вклад в распады векторных частиц ТМ в тождественные позитроны имеет следующий вид:

$$\mathcal{L}_{vector}^C = \overline{\psi}^C \gamma^\mu (a + b\gamma^5) X_\mu \psi. \quad (1.22)$$

Соответствующий матричный элемент процесса ($X \rightarrow e^+ e^+$) двухчастичного распада (Рис. 1.9) приведен ниже:

$$\begin{aligned} M &= \langle \overline{k_1 k_2 | \overline{\Psi}^C \gamma^\mu (a + b\gamma^5) \Psi X_\mu | p \rangle - \langle \overline{k_1 k_2 | \overline{\Psi}^C \gamma^\mu (a + b\gamma^5) \Psi X_\mu | p \rangle = \\ &= v^T(k_1) \gamma^2 \gamma^0 \gamma^\mu (a + b\gamma^5) v(k_2) X_\mu(p) - v^T(k_1) \gamma^2 \gamma^0 \gamma^\mu (a - b\gamma^5) v(k_2) X_\mu(p) = \\ &= b v^T(k_1) \gamma^2 \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^5 v(k_2) X_\mu(p). \end{aligned} \quad (1.23)$$

Таким образом квадрат матричного оказывается равным:

$$|M|^2 = 8m_x^2 b^2. \quad (1.24)$$

Аналогичные расчеты приводят к следующему виду квадрата матричного элемента в случае трех-частичного распада векторной частицы ТМ с испусканием гамма в конечном состоянии ($X \rightarrow e^+ e^+ \gamma$) (Рис. 1.10)

$$|M|^2 = \frac{16b^2}{m_x^2} F(k_1, k_2, l, m). \quad (1.25)$$

Где $F(k_1, k_2, l, m)$ - функция импульсов k_1, k_2, l позитронов и фотона, соответственно, в конечном состоянии, а так же массы m_x распадающейся векторной

частицы скрытой массы.

Вновь отношение ширины трехчастичного распада векторной частицы скрытой массы ($X \rightarrow e^+e^+\gamma$) к ширине двухчастичного распада ($X \rightarrow e^+e^+$) оказывается не зависящим от параметризации лагранжиана взаимодействия.

1.3. БОЛЕЕ СЛОЖНЫЕ МОДЕЛИ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕЙ СКРЫТОЙ МАССЫ

В поисках моделей взаимодействующей скрытой массы, для которых не наблюдается сокращение параметризации лагранжиана, о которой шла речь ранее были рассмотрены следующие теории с приведенными ниже лагранжианами взаимодействия, где мы пренебрегали массой конечных лептонов.

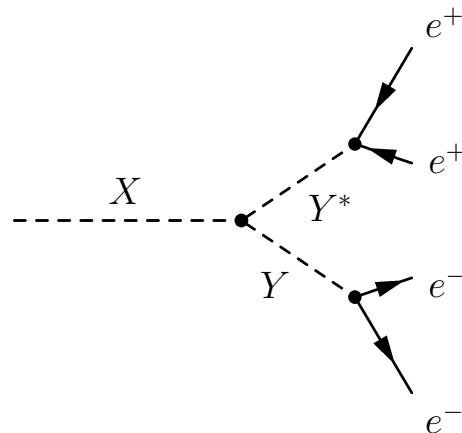
$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & XY^*Y + Y\bar{\Psi}^C(a + b\gamma^5)\Psi + Y^*\bar{\Psi}(a - b\gamma^5)\Psi^C - \\ & - \bar{\Psi}\gamma^\mu A_\mu\Psi + A_\mu Y\partial^\mu Y^* + A_\mu Y^*\partial^\mu Y, \end{aligned} \quad (1.26)$$

где X - скалярное действительное поле, Y - комплексное скалярное дважды заряженное поле.

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & Y\partial^\mu X_\mu Y^* + X_\mu\partial^\mu Y Y^* + X_\mu\partial^\mu Y^* Y + X_\mu A^\mu Y^* Y + Y\bar{\Psi}^C(a + b\gamma^5)\Psi + \\ & + Y^*\bar{\Psi}(a - b\gamma^5)\Psi^C - \bar{\Psi}\gamma^\mu A_\mu\Psi + A_\mu Y\partial^\mu Y^* + A_\mu Y^*\partial^\mu Y, \end{aligned} \quad (1.27)$$

X - действительное векторное поле, Y - комплексное скалярное дважды заряженное поле.

Соответствующая диаграмма распадов частицы X приведена ниже



Зависимости ширин распада от энергии конечного фотона оценивались численно в программе CalcHEP [20], модели для которой генерировались при помощи программы LanHEP [21]. Отношение ширин распадов $\frac{\Gamma(X \rightarrow e^+, e^+, e^-, e^-, \gamma)}{\Gamma(X \rightarrow e^+, e^+, e^-, e^-)}$ в этих теориях снова не зависело от параметризации лагранжиана взаимодействия.

1.4. СРАВНЕНИЕ ВЫХОДОВ γ ДЛЯ СКАЛЯРНОЙ И ВЕКТОРНОЙ ВЕРШИН В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ЭНЕРГИИ ФОТОНА.

Как было ранее показано, отношение $\Gamma(X \rightarrow e^+, e^-, \gamma)/\Gamma(X \rightarrow e^+, e^-)$ не зависит от параметров модели a и b в случае простейших вершин взаимодействия скрытой массы. Это означает, что уменьшить выход γ в этих случаях можно лишь уменьшением выхода самих e^+, e^- , которые излучают фотоны в конечном состоянии. Однако число позитронов фиксировано спектром позитронной аномалии и не может варьироваться при поиске подавления выхода фотонов.

Однако такое подавление может быть так же связано со спином начальной распадающейся частицы скрытой массы. Чтобы выяснить, какой случай (распады скалярных или векторных частиц X) более выгодны для решения поставленной задачи, мы сравнили распределения по энергиям соответствующих отношений ширин распадов для векторной и скалярной связей.

Аналитические выражения для распределений ширины трехчастичного распада по энергиям были получены вручную и сравнивались с соответствующими распределениями в CalcHEP, [20], модели для которого генерировались с использованием программы LanHEP [21].

Для вершин $\mathcal{L} = X\bar{\Psi}\Psi$, $\mathcal{L} = X\bar{\Psi}\gamma^5\Psi$ был получен следующий результат:

$$\frac{\partial Br(e^-e^+\gamma)}{\partial\omega} = -e^2 \frac{(m^2 - 2m\omega + 2\omega^2) \log\left(\left|\frac{m-2E_1}{m-2(E_1+\omega)}\right|\right)}{4\pi^2 m^2 \omega} \Bigg|_{E_1^-}^{E_1^+}. \quad (1.28)$$

Аналогичные вычисления были проделаны для векторных вершин

$$\mathcal{L} = X_\mu\bar{\Psi}\gamma^\mu\Psi, \quad \mathcal{L} = X_\mu\bar{\Psi}\gamma^\mu\gamma^5\Psi:$$

$$\frac{\partial Br(e^-e^+\gamma)}{\partial\omega} = -e^2 \frac{(m^2 - 2m\omega + 2\omega^2) \log\left(\left|\frac{m-2E_1}{m-2(E_1+\omega)}\right|\right) - 4E_1\omega}{4\pi^2 m^2 \omega} \Bigg|_{E_1^-}^{E_1^+}, \quad (1.29)$$

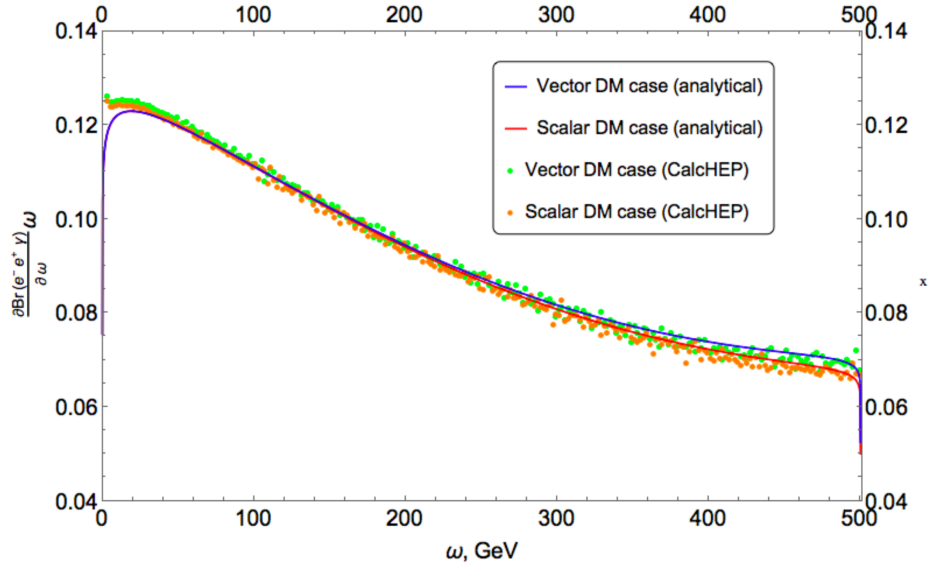


Рисунок 1.11 — Сравнение выхода γ для случаев распадов скалярных и векторных частиц скрытой массы вместе с соответствующими результатами CalcHEP.

$$\text{где } Br(e^+e^-\gamma) = \frac{\sigma(e^+e^-\gamma)}{\sigma(e^+e^-)}.$$

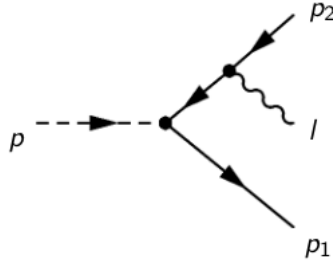
Как можно видеть, выход фотонов на высоких энергиях оказывается меньшим в случае распадов скалярных частиц скрытой массы. Это связано с дополнительным слагаемым $+4E_1\omega$, возникающим в выражении для распределения по энергиям ширины распадов векторной частицы X . Аналитические вычисления проверялись на каждом этапе расчета при помощи программного пакета FeynCalc [15]. Конечное распределение по энергиям сравнивалось с результатами программы CalcHEP [20]. Данные результаты были опубликованы в работе [22]. Графики соответствующих распределений приведены на рисунке 1.11.

1.5. РАССМОТРЕНИЕ ВЕРШИНЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ, ЗАВИСЯЩЕЙ ОТ ИМПУЛЬСА РАСПАДАЮЩЕЙСЯ ЧАСТИЦЫ

В попытке добиться различия зависимостей от параметров a и b между трехчастичными и двухчастичными распадами, был построен класс вершин взаимодействия, имеющих зависимость от импульса распадающейся частицы:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \bar{\Psi}\gamma^\mu\left(a + \frac{b(\gamma^\nu\partial_\nu)}{m}\right)X_\mu\Psi & \mathcal{L} &= \bar{\Psi}\gamma^\mu\left(a + \frac{b(\gamma^\nu\partial_\nu)(\gamma^\rho\partial_\rho)\dots}{m^n}\right)X_\mu\Psi \\ \mathcal{L} &= \bar{\Psi}\gamma^\mu\left(a\gamma^5 + \frac{b(\gamma^\nu\partial_\nu)}{m}\right)X_\mu\Psi & & \dots \end{aligned} \quad (1.30)$$

Подобная зависимость позволяет добиться различия в зависимости от параметров a и b между распадами $(X \rightarrow e^+e^-)$ и $(X \rightarrow e^+e^-\gamma)$, поскольку:



В случае двухчастичного распада в силу уравнения Дирака $\hat{p}_2 v(p_2) = 0$ матричный элемент процесса принимает вид:

$$M \sim \bar{u}(p_1)\gamma^\mu\left(a + b\frac{\hat{p}_1 + \hat{p}_2}{m}\right)v(p_2) = \bar{u}(p_1)\gamma^\mu\left(a + b\frac{\hat{p}_1}{m}\right)v(p_2). \quad (1.31)$$

В случае же трехчастичного распада амплитуда оказывается функцией каждого из импульсов p_1, p_2, l

$$M \sim \bar{u}(p_1)\gamma^\mu\left(a + b\frac{\hat{p}_1 + \hat{p}_2 + \hat{l}}{m}\right)\left[\frac{\hat{p}_2 + \hat{l}}{(p_2 + l)^2}\hat{\epsilon}(l)\right]v(p_2), \quad (1.32)$$

что приводит к различию зависимости трехчастичного и двухчастичного распада от параметров модели. Например для вершины $\mathcal{L} = \bar{\Psi}\gamma^\mu\left(a + \frac{b(\gamma^\nu\partial_\nu)}{m}\right)X_\mu\Psi$

был найден аналитический вид распределения:

$$\frac{\partial Br(e^+e^-\gamma)}{\partial \omega} = \frac{e^2 \left((2a^2 + b^2)m(m^2 - 2m\omega + 2\omega^2) \log\left(\left|\frac{m-2E_1}{m-2(E_1+\omega)}\right|\right) - 8E_1\omega(a^2m + 2b^2\omega) \right)}{-4\pi^2 m^3 \omega (2a^2 + b^2)} \Bigg|_{E_1^-}^{E_1^+}. \quad (1.33)$$

Данный метод приводит к возможности манипулирования выходом фотонов при помощи варьирования параметров a и b , однако это не приводит к существенному положительному результату в задаче подавления выхода γ .

Кроме того класс таких вершин ограничен и невозможно их существенное усложнение до полиномов $f(\hat{p})$ произвольной степени, поскольку в силу известного соотношения $\hat{p}\hat{p} \equiv p^2 = m^2$ оказывается что:

$$\begin{aligned} f(\hat{p}) &= a + b\frac{\hat{p}}{m} + c\frac{\hat{p}\hat{p}}{m^2} + d\frac{\hat{p}\hat{p}\hat{p}}{m^3} + \dots + A\gamma^5 + B\gamma^5\frac{\hat{p}}{m} + C\gamma^5\frac{\hat{p}\hat{p}}{m^2} + D\gamma^5\frac{\hat{p}\hat{p}\hat{p}}{m^3} + \dots = \\ &= a + b\frac{\hat{p}}{m} + c + d\frac{\hat{p}}{m} + \dots + A\gamma^5 + B\gamma^5\frac{\hat{p}}{m} + C\gamma^5 + D\gamma^5\frac{\hat{p}}{m} = \\ &= (a + c + \dots) + (b + d + \dots)\frac{\hat{p}}{m} + (A + C + \dots)\gamma^5 + (B + D + \dots)\gamma^5\frac{\hat{p}}{m}. \end{aligned} \quad (1.34)$$

Таким образом $f(\hat{p})$ оказывается линейной функцией по \hat{p} .

Есть вероятность, что рассмотрение более сложных неполиномиальных зависимостей вершины взаимодействия от импульса распадающейся частицы скрытой массы и импульсов конечных частиц может помочь в решении задачи подавления гамма.

1.6. РАССМОТРЕНИЕ ПЕТЛЕВЫХ МОДЕЛЕЙ РАСПАДА.

Как было показано, наличие зависимости вершины взаимодействия от импульсов начальной и конечных частиц приводит к решению проблемы сокращения параметризации в случае рассмотрения отношения $\Gamma(X \rightarrow e^+, e^-, \gamma)/\Gamma(X \rightarrow e^+, e^-)$ ширины трехчастичного распада к ширине двухчастичного. Простейшая линейная зависимость такой вершины от импульса распадающейся частицы не привела к существенному подавлению выхода фотонов, что приводит к рассмотрению более сложных зависимостей вершины от импульсов. Наиболее естественным способом получения таких вершин является рассмотрение петлевых диаграмм распадов частиц скрытой массы на e^+, e^- .

В этом случае параметры модели a и b становятся функциями энергии распада:

$$a \rightarrow F_1(\sqrt{s}), \quad b \rightarrow F_2(\sqrt{s}).$$

Были рассмотрены следующие петлевые процессы:

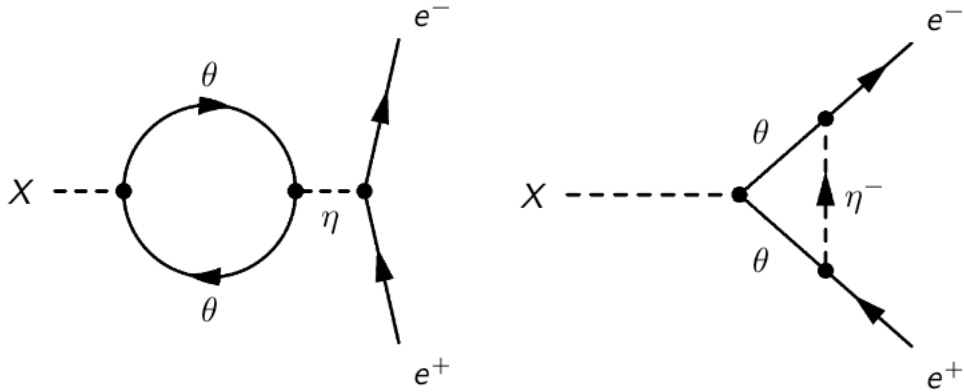


Рисунок 1.12 — Процессы распадов частиц ТМ через петли.

Соответствующие лагранжианы взаимодействия этих моделей имеют вид:

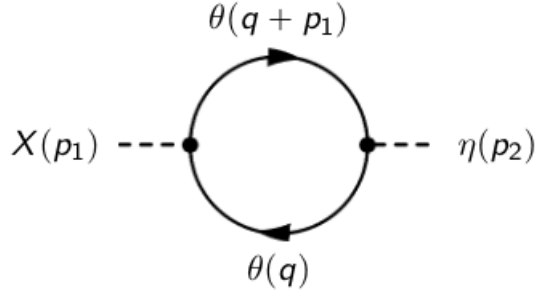
$$\begin{aligned} \mathcal{L}_\circ &= X\bar{\theta}(a + i b\gamma^5)\theta + \eta\bar{\theta}(c + i d\gamma^5)\theta + \eta\bar{\Psi}\Psi \\ \mathcal{L}_\Delta &= X\bar{\theta}(a + i b\gamma^5)\theta + \eta\bar{\theta}(c + i d\gamma^5)\Psi + \eta^*\bar{\Psi}(c + i d\gamma^5)\theta. \end{aligned} \quad (1.35)$$

где X, η - скалярные частицы скрытой массы, θ - фермион.

Для расчета использовалась процедура редукции Пассарино и Вельтмана для однопетлевых интегралов, подробно описанная в работах [23–25]. Ре-

результаты проверялись на каждом шаге вычисления при помощи программных пакетов `FeynCalc` [15] и `PackageX` [26]. Дополнительная проверка амплитуд производилась при помощи пакета `FeynRules` [27]

1.6.1. РАСПАД ЧЕРЕЗ "ПУЗЫРЬКОВУЮ" ПЕТЛЮ.



Поскольку данный процесс является лишь поправкой к массе частицы X , можно убедиться, что диаграммы подобного вида не приводят к возможному подавлению выхода фотонов в конечном состоянии варьированием параметров модели.

Петлевая поправка в данном случае имеет вид:

$$\begin{aligned}
 \hat{O} &= \int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{\text{Tr} \left((a + ib\gamma^5)(\hat{q} + m)(c + id\gamma^5)(\hat{q} + \hat{p}_1 + m) \right)}{(q^2 - m^2)((q + p_1)^2 - m^2)} = \\
 &= \int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{4m^2(ac - bd)}{(q^2 - m^2)((q + p_1)^2 - m^2)} + \\
 &+ \int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{4(q^2 - p_1 \cdot q)(ac + bd)}{(q^2 - m^2)((q + p_1)^2 - m^2)} = \\
 &= 4m^2(ac - bd)B_0(p_1, m, m) + \\
 &+ 4(ac + bd) \left(A_0(m) + m^2 B_0(p_1, m, m) - \frac{p_1^2}{2} B_0(p_1, m, m) \right). \tag{1.36}
 \end{aligned}$$

Каждая из функций A_0, B_0, C_0 зависит от своих аргументов квадратично. Таким образом вклад данной петлевой вершины в случае трех- и двух-частичного распада оказывается одинаковым и сокращается при рассмотрении отношения соответствующих ширин распадов, что приводит к ситуации, аналогичной рассмотрению простейших вершин, рассмотренных в самом начале работы.

1.6.2. ТРЕУГОЛЬНАЯ ДИАГРАММА ($X \rightarrow E^+ E^-$).

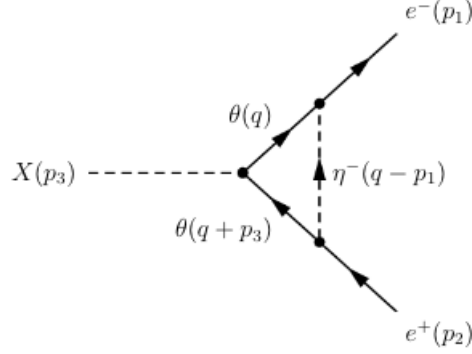


Рисунок 1.13 — Двухчастичный распад частицы ТМ через треугольную петлю.

Матричный элемент данного процесса имеет вид:

$$\begin{aligned}
 i \mathcal{M} &= \bar{u} \left[(c + id\gamma^5) \int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{i(\hat{q} + m_1)(a + ib\gamma^5)i(\hat{q} - \hat{p}_1 - \hat{p}_2 + m_3)(-i)}{(q^2 - m_1^2)((q - p_1)^2 - m_2^2)((q - p_1 - p_2)^2 - m_3^2)} (c + id\gamma^5) \right] v = \\
 &= i \bar{u}(p_1) \left[\int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{\hat{f}_1(q) - i\hat{f}_2(q)\gamma^5}{d_1 d_2 d_3} \right] v(p_2) \quad ; \quad d_i \equiv (q - \sum_{k=1}^{i-1} p_k)^2 - m_i^2,
 \end{aligned} \tag{1.37}$$

где вершинные факторы \hat{f}_1 и \hat{f}_2 равны соответственно:

$$\begin{aligned}
 \hat{f}_1(q) &= a(c^2 + d^2) \left(m_1(\hat{q} - \hat{p}_1 - \hat{p}_2) + m_3 \hat{q} \right) + a(c^2 - d^2) \left(\hat{q}(\hat{q} - \hat{p}_1 - \hat{p}_2) + m_1 m_3 \right) + \\
 &\quad + 2bcd \left(\hat{q}(\hat{q} - \hat{p}_1 - \hat{p}_2) - m_1 m_3 \right), \\
 \hat{f}_2(q) &= b(c^2 + d^2) \left(m_1(\hat{q} - \hat{p}_1 - \hat{p}_2) - m_3 \hat{q} \right) + b(c^2 - d^2) \left(\hat{q}(\hat{q} - \hat{p}_1 - \hat{p}_2) - m_1 m_3 \right) - \\
 &\quad - 2acd \left(\hat{q}(\hat{q} - \hat{p}_1 - \hat{p}_2) + m_1 m_3 \right).
 \end{aligned} \tag{1.38}$$

Для интегрирования данных вершинных факторов определим векторный интеграл

$$C^\mu(p_1, p_2; m_1, m_2, m_3) = \int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{q^\mu}{d_1 d_2 d_3}. \tag{1.39}$$

Из соображений лоренц-инвариантности можно воспользоваться соотношением:

$$\begin{aligned}
 C^\mu(p_1, p_2; m_1, m_2, m_3) &= p_1^\mu C_1(p_1, p_2; m_1, m_2, m_3) + p_2^\mu C_2(p_1, p_2; m_1, m_2, m_3) \\
 \Rightarrow \int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{\hat{q}}{d_1 d_2 d_3} &= \gamma_\mu C^\mu = -\hat{p}_1 C_1 - \hat{p}_2 C_2 \quad \Rightarrow \quad \bar{u}(p_1) \gamma_\mu C^\mu v(p_2) = 0.
 \end{aligned} \tag{1.40}$$

Таким образом, согласно уравнению Дирака, первые слагаемые вершинных

факторов \hat{f}_1 и \hat{f}_2 оказываются равными нулю в случае двухчастичного распада и не вносят в него никакого вклада.

Остается проинтегрировать величины:

$$\begin{aligned}\hat{f}_1(q) &= a(c^2 - d^2) \left(\hat{q}(\hat{q} - \hat{p}_1 - \hat{p}_2) + m_1 m_3 \right) + 2bcd \left(\hat{q}(\hat{q} - \hat{p}_1 - \hat{p}_2) - m_1 m_3 \right), \\ \hat{f}_2(q) &= b(c^2 - d^2) \left(\hat{q}(\hat{q} - \hat{p}_1 - \hat{p}_2) - m_1 m_3 \right) - 2acd \left(\hat{q}(\hat{q} - \hat{p}_1 - \hat{p}_2) + m_1 m_3 \right).\end{aligned}\tag{1.41}$$

Для этого вычислим значение интеграла

$$\begin{aligned}\bar{u}(p_1) \int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{\hat{q}(\hat{q} - \hat{p}_1 - \hat{p}_2)}{d_1 d_2 d_3} v(p_2) &= \bar{u}(p_1) \left(B_0(p_2; m_2, m_3) + \right. \\ &+ m_1^2 C_0(p_1, p_2; m_1, m_2, m_3) + 2(p_1 \cdot p_2) C_2(p_1, p_2; m_1, m_2, m_3) \left. \right) v(p_2) = \\ &= \bar{u}(p_1) \left(B_0((p_1 + p_2); m_1, m_3) + m_2^2 C_0(p_1, p_2; m_1, m_2, m_3) \right) v(p_2).\end{aligned}\tag{1.42}$$

Чтобы упростить вид конечного ответа, можно выразить интеграл C_2 через функции B_0 и C_0 . Для этого решим систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{aligned}-p_{1\mu} C^\mu &= -p_1^2 C_1 - (p_1 \cdot p_2) C_2, \\ -p_{2\mu} C^\mu &= -(p_1 \cdot p_2) C_1 - p_2^2 C_2.\end{aligned}\tag{1.43}$$

И выразим скалярные произведения $p_{1\mu} C^\mu$ и $p_{2\mu} C^\mu$ через стандартные скалярные интегралы Пассарино-Вельтмана A_0, B_0, C_0 . Воспользовавшись тем, что

$$\begin{aligned}-(p_1 \cdot q) &= p_1^2 - 2(p_1 \cdot q) + q^2 - m_2^2 - (q^2 - m_1^2) + m_2^2 - m_1^2 - p_1^2 + (p_1 \cdot q) \\ \Rightarrow -(p_1 \cdot q) &= \frac{1}{2} \left(m_2^2 - m_1^2 - p_1^2 + d_2 - d_1 \right),\end{aligned}\tag{1.44}$$

и

$$-p_{1\mu} C^\mu = \frac{1}{2} \left((m_2^2 - m_1^2 - p_1^2) C_0 + B_0((p_1 + p_2); m_1, m_2) - B(p_0; m_2, m_3) \right).\tag{1.45}$$

Решая систему уравнений относительно C_1 и C_2

$$\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \frac{\begin{pmatrix} p_2^2 & -(p_1 \cdot p_2) \\ -(p_1 \cdot p_2) & p_1^2 \end{pmatrix}}{p_1^2 p_2^2 + (p_1 \cdot p_2)^2} \begin{pmatrix} -p_{1\mu} C^\mu \\ -p_{2\mu} C^\mu \end{pmatrix},\tag{1.46}$$

Получаем:

$$C_2 = \frac{1}{2(p_1 \cdot p_2)} \left((m_2^2 - m_1^2 - p_1^2) C_0 + B_0((p_1 + p_2); m_1, m_3) - B_0(p_2; m_2, m_3) \right). \quad (1.47)$$

Тогда матричный элемент данного процесса представится в виде:

$$i \mathcal{M} = i \bar{u}(p_1) \left(F_1(\sqrt{s}) - i F_2(\sqrt{s}) \gamma^5 \right) v(p_2), \quad (1.48)$$

Где соответствующие вершинные формфакторы имеют вид:

$$\begin{aligned} F_1(\sqrt{s}) &= a(c^2 - d^2) \left(B_0(-\sqrt{s}; m_1, m_3) + (m_2^2 + m_1 m_3) C_0(p_1, p_2; m_1, m_2, m_3) \right) + \\ &\quad + 2bcd \left(B_0(\sqrt{s}; m_1, m_3) + (m_2^2 - m_1 m_3) C_0(p_1, p_2; m_1, m_2, m_3) \right), \\ F_2(\sqrt{s}) &= b(c^2 - d^2) \left(B_0(\sqrt{s}; m_1, m_3) + (m_2^2 - m_1 m_3) C_0(p_1, p_2; m_1, m_2, m_3) \right) - \\ &\quad - 2acd \left(B_0(\sqrt{s}; m_1, m_3) + (m_2^2 + m_1 m_3) C_0(p_1, p_2; m_1, m_2, m_3) \right). \end{aligned} \quad (1.49)$$

При этом квадрат амплитуды усредненный по поляризациям конечных частиц оказывается равным:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \sum_{\lambda} \mathcal{M} \mathcal{M}^* &= \frac{m_X^2}{2} \left(F_1(\sqrt{s})^2 + F_2(\sqrt{s})^2 \right) = \\ &= (c^2 + d^2)^2 m_X^2 \frac{a^2 \left(B_0 + (m_2^2 + m_1 m_3) C_0 \right)^2 + b^2 \left(B_0 + (m_2^2 - m_1 m_3) C_0 \right)^2}{2}. \end{aligned} \quad (1.50)$$

1.6.3. ТРЕУГОЛЬНАЯ ДИАГРАММА ($X \rightarrow E^+ E^- \gamma$).

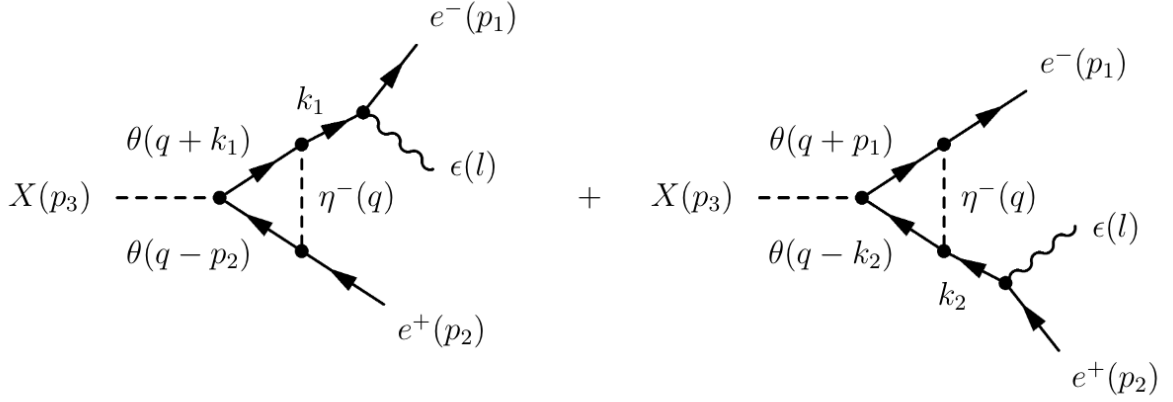


Рисунок 1.14 — Трехчастичный распад частицы ТМ через треугольную петлю.

В данной работе для упрощения вычислений, масса частицы η принимается очень большой, чтобы можно было пренебречь излучением пропагатора $\eta^-(q)$. В этом случае амплитуда трехчастичного процесса имеет вид:

$$\begin{aligned}
 i \mathcal{M} = & i \bar{u}(p_1) \left[\gamma^\mu \frac{\hat{p}_1 + \hat{l}}{(p_1 + l)^2} \right] \left[\int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{\hat{f}_{11}(q) - i \hat{f}_{12}(q) \gamma^5}{b_1 b_2 b_3} \right] v(p_2) + \\
 & + i \bar{u}(p_1) \left[\int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{\hat{f}_{21}(q) - i \hat{f}_{22}(q) \gamma^5}{b_1 b_2 b_3} \right] \left[\frac{\hat{p}_2 + \hat{l}}{(p_2 + l)^2} \gamma^\mu \right] v(p_2),
 \end{aligned} \tag{1.51}$$

где

$$b_i \equiv \left(q - \sum_{k=1}^{i-1} p_k \right)^2 - m_i^2,$$

$$\begin{aligned}
 \hat{f}_{11}(q) &= a(c^2 + d^2) \left(m_1(\hat{q} - \hat{p}_2) + m_3(\hat{q} + \hat{k}_1) \right) + \\
 &+ a(c^2 - d^2) \left((\hat{q} + \hat{k}_1)(\hat{q} - \hat{p}_2) + m_1 m_3 \right) + 2bcd \left((\hat{q} + \hat{k}_1)(\hat{q} - \hat{p}_2) - m_1 m_3 \right), \\
 \hat{f}_{12}(q) &= b(c^2 + d^2) \left(m_1(\hat{q} - \hat{p}_2) - m_3(\hat{q} + \hat{k}_1) \right) + \\
 &+ b(c^2 - d^2) \left((\hat{q} + \hat{k}_1)(\hat{q} - \hat{p}_2) - m_1 m_3 \right) - 2acd \left((\hat{q} + \hat{k}_1)(\hat{q} - \hat{p}_2) + m_1 m_3 \right).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{f}_{21}(q) &= a(c^2 + d^2) \left(m_1(\hat{q} - \hat{k}_2) + m_3(\hat{q} + \hat{p}_1) \right) + \\
&+ a(c^2 - d^2) \left((\hat{q} + \hat{p}_1)(\hat{q} - \hat{k}_2) + m_1 m_3 \right) + 2bcd \left((\hat{q} + \hat{p}_1)(\hat{q} - \hat{k}_2) - m_1 m_3 \right), \\
\hat{f}_{22}(q) &= b(c^2 + d^2) \left(m_1(\hat{q} - \hat{k}_2) - m_3(\hat{q} + \hat{p}_1) \right) + \\
&+ b(c^2 - d^2) \left((\hat{q} + \hat{p}_1)(\hat{q} - \hat{k}_2) - m_1 m_3 \right) - 2acd \left((\hat{q} + \hat{p}_1)(\hat{q} - \hat{k}_2) + m_1 m_3 \right),
\end{aligned}$$

В отличие от двухчастичного распада, в данном случае не происходит уничтожения первого слагаемого. Кроме того второе и третье слагаемые будут иметь отличный от предыдущего случая вид. Таким образом зависимости амплитуд распадов ($X \rightarrow e^+e^-$) и ($X \rightarrow e^+e^-\gamma$) от параметров модели a, b оказываются различными, что указывает потенциальную возможность влияния на производство γ при сохранении числа e^+e^- в конечном состоянии.

Интегрирование матричных коэффициентов \hat{f}_{ij} приводит к результату, который имеет вид:

$$\begin{aligned}
\int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \frac{\hat{f}_{11}}{b_1 b_2 b_3} &= a(c^2 + d^2) \left(\hat{p}_1(m_1 + m_3)C_1(k_1, p_2) + \hat{k}_1 m_3 C_0(k_1, p_2) \right) + \\
&+ a(c^2 - d^2) \left(B_0(\sqrt{s}) + (m_2^2 + m_1 m_3)C_0(k_1, p_2) + 2(p_1 \cdot l)C_1(k_1, p_2) \right) \hat{1} + \\
&+ 2bcd \left(B_0(\sqrt{s}) + (m_2^2 - m_1 m_3)C_0(k_1, p_2) + 2(p_1 \cdot l)C_1(k_1, p_2) \right) \hat{1}, \\
\int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \frac{\hat{f}_{12}}{b_1 b_2 b_3} &= a(c^2 + d^2) \left(\hat{p}_1(m_1 + m_3)C_1(k_1, p_2) + \hat{k}_1 m_3 C_0(k_1, p_2) \right) + \\
&+ a(c^2 - d^2) \left(B_0(\sqrt{s}) + (m_2^2 - m_1 m_3)C_0(k_1, p_2) + 2(p_1 \cdot l)C_1(k_1, p_2) \right) \hat{1} + \\
&+ 2bcd \left(B_0(\sqrt{s}) + (m_2^2 + m_1 m_3)C_0(k_1, p_2) + 2(p_1 \cdot l)C_1(k_1, p_2) \right) \hat{1}.
\end{aligned} \tag{1.52}$$

$$\begin{aligned}
\int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \frac{\hat{f}_{21}}{b_1 b_2 b_3} &= a(c^2 + d^2) \left(\hat{p}_2(m_1 + m_3) C_2(p_1, k_2) - \hat{k}_2 m_1 C_0(p_1, k_2) \right) + \\
&+ a(c^2 - d^2) \left(B_0(\sqrt{s}) + (m_2^2 + m_1 m_3) C_0(p_1, k_2) + 2(p_2 \cdot l) C_2(p_1, k_2) \right) \hat{1} + \\
&+ 2bcd \left(B_0(\sqrt{s}) + (m_2^2 - m_1 m_3) C_0(p_1, k_2) + 2(p_2 \cdot l) C_2(p_1, k_2) \right) \hat{1}, \\
\int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \frac{\hat{f}_{22}}{b_1 b_2 b_3} &= a(c^2 + d^2) \left(\hat{p}_2(m_1 + m_3) C_2(p_1, k_2) - \hat{k}_2 m_1 C_0(p_1, k_2) \right) + \\
&+ a(c^2 - d^2) \left(B_0(\sqrt{s}) + (m_2^2 - m_1 m_3) C_0(p_1, k_2) + 2(p_2 \cdot l) C_2(p_1, k_2) \right) \hat{1} + \\
&+ 2bcd \left(B_0(\sqrt{s}) + (m_2^2 + m_1 m_3) C_0(p_1, k_2) + 2(p_2 \cdot l) C_2(p_1, k_2) \right) \hat{1},
\end{aligned} \tag{1.53}$$

где $B_0(\sqrt{s}) \equiv B_0(\sqrt{s}, m_1, m_3)$, $C_r(p_i, p_j) \equiv C_r(p_i, p_j, m_1, m_2, m_3)$, $m_1 \equiv m_3$.

Легко видеть, что амплитуда трехчастичного распада сложным образом зависит от импульса фотона в конечном состоянии. Такая сложная зависимость от импульса фотона может позволить уменьшить выход γ при распадах частиц скрытой массы без уменьшения выхода e^+e^- .

Квадрат матричного элемента для процесса $X \rightarrow e^+e^-\gamma$ тогда принимает вид:

$$|M|^2 = (c^2 + d^2)^2 \left(|M_1|^2 - M_1 M_2^* - M_2 M_1^* + |M_2|^2 \right), \tag{1.54}$$

где $M_1 M_2^* = M_2 M_1^*$ и

$$\begin{aligned}
|M_1|^2 &= a^2 \frac{|X_1^+|^2 + 2m_1^2(l \cdot p_1)^2(p_1 \cdot p_2)|Y_1|^2}{(p_1 + l)^4} + \\
&+ b^2 \frac{|X_1^-|^2 + 2m_1^2(l \cdot p_1)^2(p_1 \cdot p_2)|C_0(k_1, p_2)|^2}{(p_1 + l)^4}, \\
|M_2|^2 &= a^2 \frac{|X_2^+|^2 + 2m_1^2(l \cdot p_2)^2(p_1 \cdot p_2)|Y_2|^2}{(p_2 + l)^4} + \\
&+ b^2 \frac{|X_2^-|^2 + 2m_1^2(l \cdot p_2)^2(p_1 \cdot p_2)|C_0(p_1, k_2)|^2}{(p_2 + l)^4},
\end{aligned} \tag{1.55}$$

$$\begin{aligned}
M_1 M_2^* &= a^2 \frac{2m_1^2(p_1 \cdot p_2)(l \cdot p_1)(l \cdot p_2) \left(Y_1 Y_2^* + Y_2 Y_1^* - 4C_1 C_2^* - 4C_2 C_1^* \right)}{(p_1 + l)^2 (p_2 + l)^2} - \\
&- a^2 \frac{\left((p_1 \cdot p_2)^2 + (l \cdot p_1)(l \cdot p_2) + (p_1 \cdot p_2)(l \cdot (p_1 + p_2)) \right) (X_1^+ X_2^{+*} + X_2^+ X_1^{+*})}{(p_1 + l)^2 (p_2 + l)^2} + \\
&+ b^2 \frac{2m_1^2(p_1 \cdot p_2)(l \cdot p_1)(l \cdot p_2) \left(C_0(k_1, p_2) C_0(p_1, k_2)^* + C_0(p_1, k_2) C_0(k_1, p_2)^* \right)}{(p_1 + l)^2 (p_2 + l)^2} - \\
&- b^2 \frac{\left((p_1 \cdot p_2)^2 + (l \cdot p_1)(l \cdot p_2) + (p_1 \cdot p_2)(l \cdot (p_1 + p_2)) \right) (X_1^- X_2^{-*} + X_2^- X_1^{-*})}{(p_1 + l)^2 (p_2 + l)^2},
\end{aligned} \tag{1.56}$$

$$\begin{aligned}
X_1^\pm &= 2(l \cdot p_1) C_1 + B_0(\sqrt{s}) + C_0(k_1, p_2)(m_2^2 \pm m_1^2), \\
X_2^\pm &= 2(l \cdot p_2) C_2 + B_0(\sqrt{s}) + C_0(p_1, k_2)(m_2^2 \pm m_1^2), \\
Y_1 &= 2C_1 + C_0(k_1, p_2) & Y_2 &= 2C_2 + C_0(p_1, k_2), \\
C_1 &= C_1(k_1, p_2) & C_2 &= C_2(p_1, k_2).
\end{aligned} \tag{1.57}$$

Используя найденные выражения квадратов матричного элемента трехчастичного и двухчастичного распадов, было построено распределение $\frac{\partial \text{Br}(e^+e^- \gamma)}{\partial \omega}$, представленное на рисунке 1.15. Интегрирование по фазовому объему выполнялось численно при помощи программной среды Wolfram Mathematica. Для вычисления функций Пассарино-Вельтмана использовался пакет PackageX [26] для Wolfram Mathematica.

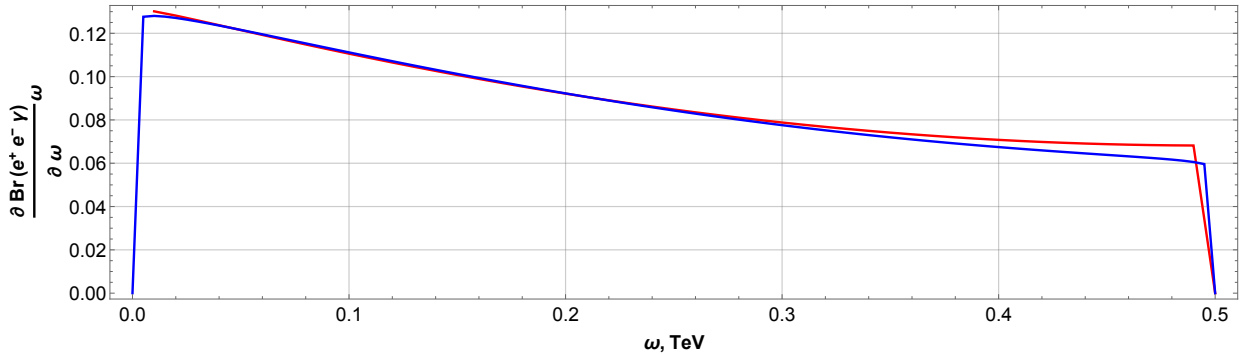


Рисунок 1.15 — Сравнение выхода γ для треугольной вершины (красный) и скалярной вершины (синий)

Как видно из графика, данный подход так же не приводит к решению задачи подавления выхода фотонов в процессах распадов частиц скрытой массы.

2. ПОЛУЧЕНИЕ ОГРАНИЧЕНИЙ НА ПАРАМЕТРЫ МОДЕЛЕЙ SIMP.

Существует множество ограничений на модели сильно-взаимодействующей скрытой массы (SIMP) из экспериментов по прямому поиску таких частиц. Они ставят ограничения на сечения взаимодействия сильно взаимодействующих частиц темной материи с барионным веществом. Помимо прямых ограничений, могут быть и косвенные, основанные на космологических наблюдениях.

Крупномасштабная структура Вселенной сильно зависит от момента отцепления скрытой массы, взаимодействующей с барионным веществом от окружающей релятивистской плазмы. Исходя из результатов [28; 29], в данной работе полагается, что минимальный размер неоднородностей, которые может формировать SIMP-компонента скрытой массы, определяется размером горизонта в момент отцепления, поскольку если взаимодействие частиц скрытой массы с окружающей релятивистской плазмой сильно, то можно предположить, что после отцепления сохранятся неоднородности темной материи порядка размеров самого горизонта в момент отцепления. Исходя из данных соображений можно получить ограничения на температуру отцепления, поскольку чем ниже температура отцепления, тем большие неоднородности успевают размыться благодаря взаимодействию SIMP-компоненты скрытой массы с окружающей плазмой. Для определения минимальной температуры отцепления требуется чтобы неоднородности размера карликовых галактик ($\sim 10^8 M_\odot$) сохранились.

Масса неоднородностей темной материи, оказавшихся под горизонтом в момент отцепления оценивается как $0.1 M_\odot \left(\frac{T}{1\text{MeV}}\right)^3$ [16; 30]. Тогда ограничение на температуру отцепления имеет вид:

$$T_{\text{dec}} > 1 \div 5\text{keV} \equiv T_{\text{HDM}} \quad (2.1)$$

Где T_{HDM} - нижний предел на температуру отцепления SIMP компоненты скрытой массы от окружающего барионного вещества.

Момент отцепления скрытой массы от барионного вещества может быть



Рисунок 2.1 — Схематическая иллюстрация неоднородностей под горизонтом найден из уравнения температурной эволюции [30; 31]

$$\frac{dT_s}{dT} = -\frac{2}{3T} \left(\frac{1}{H} \langle \overline{\Delta E} \sigma v \rangle_{\text{sp}} n_p - 3T_s \right), \quad (2.2)$$

здесь T_s - температура скрытой массы, T - температура плазмы, H - постоянная Хаббла, n_p - концентрация протонов (нуклонов) в окружающей плазме, $\overline{\Delta E}$ - средняя передаваемая энергия при взаимодействии SIMP-ов с барионным веществом, σ и v - их сечение взаимодействия и относительная скорость. Его решение представлено на рисунке 2.2.

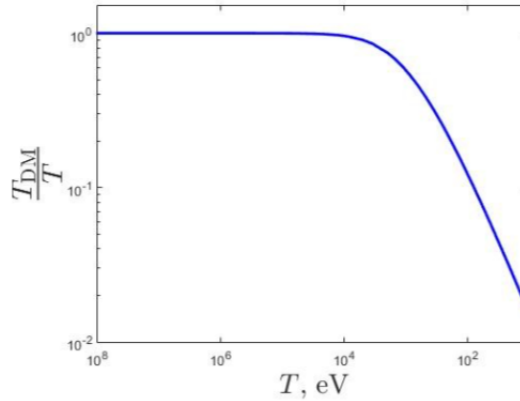


Рисунок 2.2 — Температурная эволюция SIMP компоненты скрытой массы

Отцепление соответствует моменту, при котором температура SIMP компоненты T_s начинает отличаться от температуры окружающей плазмы T . Решение данного уравнения и ограничения на сечение взаимодействия σ представлено в работах [16; 30].

Зная ограничения на температуру отцепления - можно получить ограничение на сечение взаимодействия, представленное в уравнении.

Приближенную оценку таких ограничений можно получить из формулы (2.3), взятой из [16].

$$\langle \overline{\Delta E \sigma v} \rangle_{\text{sp}} = \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \frac{m_s m_p}{(m_s + m_p)^2} \sigma_{\text{sp}} \sqrt{\frac{T_s}{m_s} + \frac{T_p}{m_p}} \cdot (T_p - T_s), \quad (2.3)$$

где m_p — масса протона.

Отцепление происходит, когда первый член правой части в формуле (2.3) становится порядка второго члена. Это позволяет дать оценку сечения σ_{sp} , при которых отцепление будет происходить при $T \sim 5$ keV.

В момент отцепления $(T_p - T_s) \sim T_p = T$ и при $m_s \gg m_p$ можно получить приблизительную оценку:

$$T_{\text{dec}} \sim \left(\frac{m_s}{\eta_B m_{\text{Pl}} m_p^{1/2} \sigma_{\text{sp}}} \right)^{2/3}. \quad (2.4)$$

Пользуясь имеющимся ограничением (2.1), можно оценить ограничение на сечение взаимодействия

$$\sigma_{\text{sp}} < \frac{m_s}{\eta_B m_{\text{Pl}} m_p^{1/2} T_{\text{HDM}}^{3/2}} \sim 10^{-29} \text{cm}^2 \frac{m_s}{\text{GeV}} \left(\frac{5 \text{ keV}}{T_{\text{HDM}}} \right)^{3/2}, \quad (2.5)$$

которое оказывается близким к полученному в работе [30].

В данной работе был предложен метод постановки ограничений на параметры моделей SIMP, основанный на ограничениях на сечение взаимодействия, полученных в [30]. Были изучены модели, рассмотренные в работах [32–34].

В модели Anthony DiFranzo и Keiko I. Nagao [32] рассматривается фермионная скрытая масса χ , взаимодействующая с веществом (кварками) стандартной модели через скалярные переносчики $(\tilde{u}, \tilde{d}, \tilde{q})$.

Лагранжиан взаимодействия модели скрытой массы, взаимодействующей с u -кварками имеет вид:

$$\mathcal{L} = i\bar{\chi}\hat{\partial}\chi - M_\chi\bar{\chi}\chi + (D_\mu\tilde{u})^*(D^\mu\tilde{u}) - M_{\tilde{u}}^2\tilde{u}^*\tilde{u} + (g_{DM}\tilde{u}^*\bar{\chi}P_R u + h.c.), \quad (2.6)$$

где M_χ , $M_{\tilde{u}}$ — массы частиц темной материи χ и переносчиков \tilde{u} соответственно и $D_\mu = \partial_\mu - ig_s G_\mu^a T^a - i\frac{2}{3}eA_\mu$.

Соответствующие спин-зависимые (SD) и спин-независимые (SI) сечения

рассеяния $\chi u \rightarrow \chi u$ представлены в формулах (3.6 – 3.11) [32]. Подставляя данные сечения в формулу (2.6) были получены ограничения на параметры $(M_\chi, M_{\tilde{u}}, M_{\tilde{q}}, M_{\tilde{d}})$ для различных констант взаимодействия g_{DM} .

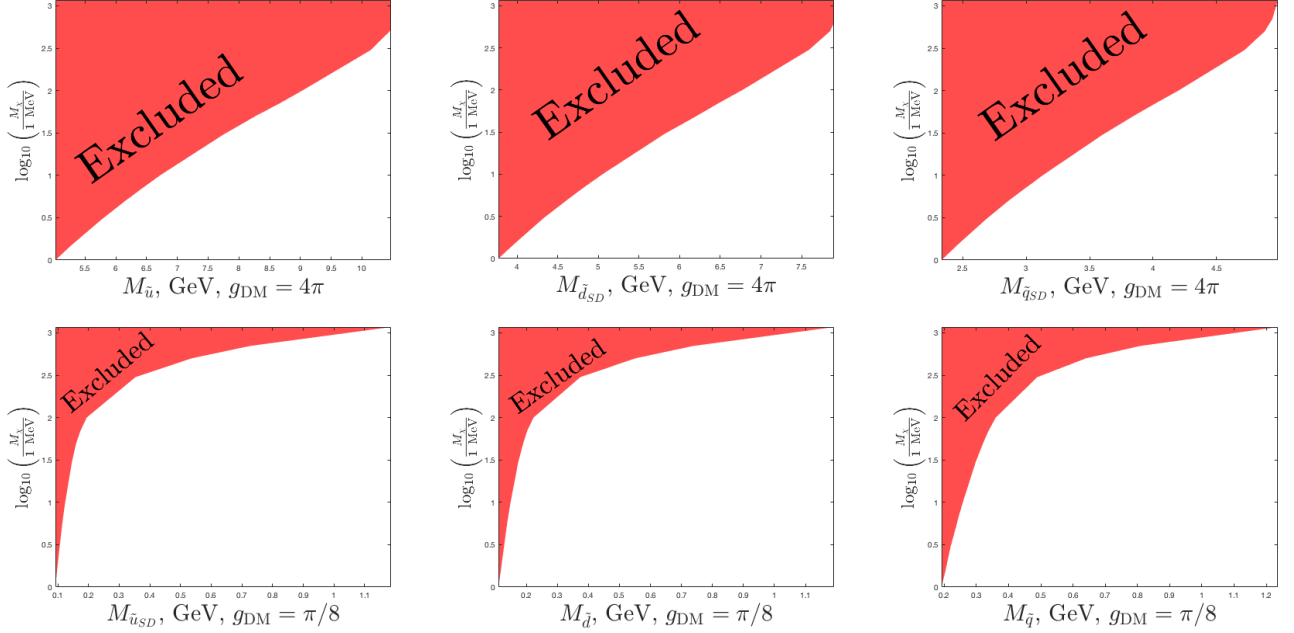


Рисунок 2.3 — Ограничения на массы переносчиков $(M_{\tilde{u}}, M_{\tilde{d}}, M_{\tilde{q}})$ and DM SIMP mass M_χ

Так же была рассмотрена модель скрытой массы χ , взаимодействующей с барионным веществом (кварками) при помощи переносчиков ϕ , описанная в работе N. Daci, I. De Bruyn [33]. сечение упругого рассеяния $\chi q \rightarrow \chi q$ имеет вид:

$$\sigma_{\chi N} \approx \frac{g_\chi^2 g_q^2}{\pi m_\phi^4} \mu_{\chi N}^2 f_N^2, \quad (2.7)$$

где g_χ, g_q - константы взаимодействия вершин $\bar{\chi}\chi\phi$ и $\phi\bar{q}q$, m_ϕ - масса переносчиков взаимодействия, $\mu_{\chi N}$ - приведенная масса частиц темной материи и нуклонов.

Аналогично, были получены ограничения на параметры данной модели (m_χ, m_ϕ) , которые приведены на рисунке ниже:

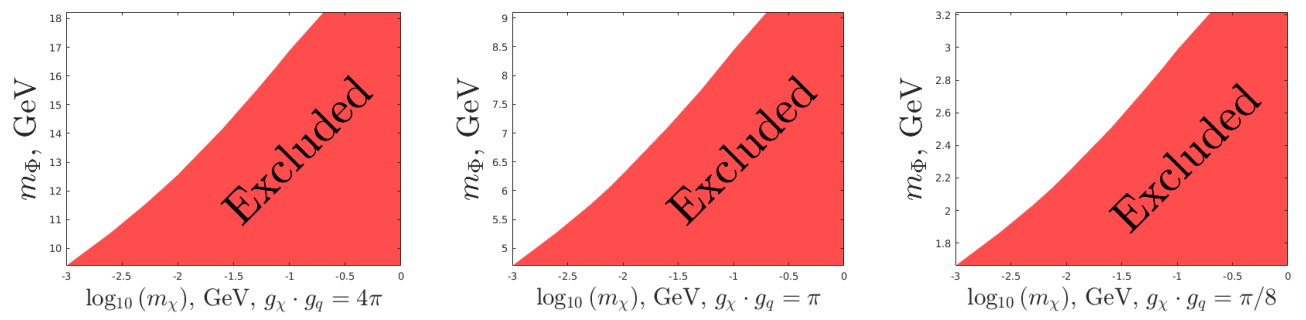


Рисунок 2.4 — Ограничения на массу переносчиков взаимодействия (m_Φ) и массу SIMP компоненты темной материи m_χ

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе рассматривались модели взаимодействующей скрытой массы, которые могли бы приводить к подавлению гамма в конечном состоянии от распадов частиц ТМ. Мотивацией для такого рассмотрения служат попытки объяснения спектра позитронной аномалии в космических лучах при помощи распадов частиц скрытой массы на электроны и позитроны. Такие попытки вступают в противоречие с наблюдаемыми данными по изотропному гамма фону из-за превышения предсказываемого значения производства гамма в таких процессах над экспериментально наблюдаемыми значениями.

В процессе исследования для решения задачи подавления выхода гамма-квантов рассматривались различные параметризации лагранжиана взаимодействия с целью изучения возможности подавления выхода фотонов за счет параметров рассматриваемых моделей.

При рассмотрении распадов векторной и скалярной частиц скрытой массы по двухлептонным (e^+e^-) модам выяснилось, что в этих случаях параметризация лагранжиана взаимодействия не позволяет привести к искомому подавлению выхода фотонов в распаде частиц ТМ. Отношение сечения трёхчастичного распада к двухчастичному в обоих случаях оказывается не зависящим от параметров лагранжиана взаимодействия. По этой причине никаким выбором параметров в этих моделях не удастся добиться уменьшения выхода фотонов в конечном состоянии при рассматриваемых распадах скрытой массы.

Помимо моделей, описывающих распады $X \rightarrow e^+e^-(\gamma)$ были так же разработаны и изучены модели дважды заряженных частиц скрытой массы, распадающихся на тождественные позитроны в конечном состоянии. Обнаружено, что и в этих моделях параметризация лагранжиана не оказывает никакого влияния на излучение γ в конечном состоянии.

Несмотря на отсутствие возможности повлиять на выход фотонов при помощи параметров модели, может существовать зависимость выхода гамма от спина распадающейся частицы. Такая зависимость была обнаружена при анализе рассчитанного аналитического распределения $\frac{\partial Br(e^+e^-\gamma)}{\partial \omega}$. Показано

что число фотонов оказывается меньшим на высоких энергиях в случае распадов скалярных частиц скрытой массы в сравнении с распадами векторных частиц. Однако эта разница оказывается несущественной и недостаточной для удовлетворительного описания доли позитронов в космических лучах при одновременном отсутствии превышения количества фотонов.

С целью решения проблемы независимости отношения ширин трехчастичного и двухчастичного распадов от параметров моделей, в рассмотрение был введен класс вершин взаимодействия, зависящих от импульса распадающейся частицы. Было показано, что такая зависимость от начального импульса приводит к различию между параметризацией трехчастичного и двухчастичного распадов, что позволяет оказывать влияние на выход фотонов в таких моделях изменением параметров вершин этих моделей. Однако из анализа построенных

аналитических распределений $\frac{\partial Br(e^+e^-\gamma)}{\partial\omega}$ оказалось что данное влияние несущественно и не достаточно для решения проблемы противоречия с гамма при попытке объяснения спектра позитронной аномалии распадами частиц скрытой массы. Кроме того было показано что такие вершины могут лишь линейно зависеть от импульса распадающейся частицы, что существенно ограничивает класс таких моделей до одной, которая и была изучена.

Наиболее естественным способом усложнения вида зависимости амплитуды взаимодействия от импульсов внешних частиц является рассмотрение моделей распадов частиц скрытой массы на e^+, e^- через петлевые диаграммы, которые позволяют добиться сложной нелинейной зависимости эффективной вершины взаимодействия от импульсов. Рассматривались треугольные и "пузырьковые" петлевые диаграммы распадов. Для изучения которых использовалась процедура Редукции Пассарино-Вельтмана до скалярных петлевых интегралов. Было показано, что в случае треугольных петлевых диаграмм нелинейная зависимость от импульсов внешних частиц позволяет получить различие в параметризации амплитуд трех- и двух-частичных распадов.

Были вычислены квадраты матричных элементов двух- и трех- частичного распадов частиц темной материи для данной модели, а так же построена и изучена зависимость относительной ширины распада $\frac{\partial Br(e^+e^-\gamma)}{\partial\omega}$ от энергий. Исследование влияния параметризации на возможность уменьшения выхода гамма в таких процессах так же не привело к положительному результату в

задаче согласования данных по гамма фону с экспериментальными наблюдениями при попытке объяснения спектра позитронной аномалии распадами частиц ТМ.

Вторая часть работы посвящена исследованию метода косвенного космологического ограничения параметров моделей сильно-взаимодействующей скрытой массы (SIMP), который основан на предположении о затухании неоднородностей скрытой массы, оказавшихся под горизонтом в момент ее отцепления от окружающей релятивистской плазмы. Я хотел бы выразить благодарность Эдмунду Берчингеру и Абрахаму Лоебу за их отзывчивую помощь и ответы на возникшие в ходе работы вопросы. А так же Валерию Анатольевичу Рубакову за поднятие вопроса о правильной оценке размеров сохраняющихся после отцепления неоднородностей скрытой массы. Метод, рассматриваемый в данной работе предполагает что в случае сильного взаимодействия скрытой массы с веществом стандартной модели, размер сохраняющихся после отцепления неоднородностей скрытой массы оказывается порядка размера самого горизонта в момент отцепления. Методы ограничения параметров разрабатываемых моделей взаимодействующей скрытой массы играют важную роль в задаче поисков таких частиц, в том числе эти методы могут быть полезными в исследовании моделей нестабильной компоненты скрытой массы, являющейся одним из претендентов на возможное объяснение превышения доли позитронов в космических лучах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. An anomalous positron abundance in cosmic rays with energies 1.5-100 GeV / O. Adriani [и др.] // Nature. — 2009. — т. 458. — с. 607–609. — arXiv: [0810.4995 \[astro-ph\]](#).
2. First Result from the Alpha Magnetic Spectrometer on the International Space Station: Precision Measurement of the Positron Fraction in Primary Cosmic Rays of 0.5–350 GeV / M. Aguilar [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2013. — т. 110, вып. 14. — с. 141102.
3. Relieving the Tension between Dark Matter Production of High-energy Cosmic Antiparticles and FERMI/LAT Constraint on Isotropic Diffuse Gamma-ray Background / V. Alekseev [и др.] // Physics Procedia. — 2015. — т. 74. — с. 48–50. — ISSN 1875-3892. — Fundamental Research in Particle Physics and Cosmophysics.
4. High-energy cosmic antiparticle excess vs. isotropic gamma-ray background problem in decaying dark matter Universe / V. V. Alekseev [и др.] // Journal of Physics: Conference Series. — 2016. — т. 675, № 1. — с. 012023.
5. On a possible solution to gamma-ray overabundance arising in dark matter explanation of cosmic antiparticle excess / V. V. Alekseev [и др.] // Journal of Physics: Conference Series. — 2016. — т. 675, № 1. — с. 012026.
6. Analysis of a possible explanation of the positron anomaly in terms of dark matter / V. Alekseev [и др.] // Phys. Atom. Nucl. — 2017. — т. 80, № 4. — с. 713–717.
7. Fermi-LAT kills dark matter interpretations of AMS-02 data. Or not? / K. Belotsky [и др.] // JCAP. — 2017. — т. 01. — с. 021. — arXiv: [1606.01271 \[astro-ph.HE\]](#).
8. Gamma-rays from possible disk component of dark matter / K. M. Belotsky [и др.] // Journal of Physics: Conference Series. — 2017. — т. 798. — с. 012084.

9. Review of the results of measurements of the fluxes of the charged components of galactic cosmic rays in the experiments PAMELA and AMS-02 / V. Alekseev [и др.] // *Physics of Particles and Nuclei*. — 2017. — т. 48, № 5. — с. 687—690.
10. The spectrum of isotropic diffuse gamma-ray emission between 100 MeV and 820 GeV / M. Ackermann [и др.] // *The Astrophysical Journal*. — 2015. — т. 799, № 1. — с. 86.
11. *Belotsky K., Kirillov A., Solovyov M.* Development of dark disk model of positron anomaly origin // *Int. J. Mod. Phys. D*. — 2018. — т. 27, № 06. — с. 1841010. — arXiv: [1802.04678](https://arxiv.org/abs/1802.04678) [[astro-ph.HE](#)].
12. *Peskin M., Schroeder D.* An Introduction To Quantum Field Theory. — Avalon Publishing, 1995. — (Frontiers in Physics). — ISBN 9780813345437.
13. *Bogolyubov N., Shirkov D.* INTRODUCTION TO THE THEORY OF QUANTIZED FIELDS. т. 1. — 1959.
14. *Bogolyubov N., Shirkov D.* INTRODUCTION TO THE THEORY OF QUANTIZED FIELDS. т. 2. — 1959.
15. *Shtabovenko V., Mertig R., Orellana F.* New Developments in FeynCalc 9.0 // *Comput. Phys. Commun.* — 2016. — т. 207. — с. 432—444. — arXiv: [1601.01167](https://arxiv.org/abs/1601.01167) [[hep-ph](#)].
16. Indirect effects of dark matter / K. Belotsky [и др.] // *Int. J. Mod. Phys. D*. — 2019. — т. 28, № 13. — с. 1941011. — arXiv: [1909.04735](https://arxiv.org/abs/1909.04735) [[hep-ph](#)].
17. Studying the possibility of FSR suppression in DM decay in dependence of the mass of intermediate particle and vertex / M. L. Solovyov [и др.] // *Journal of Physics: Conference Series*. — 2019. — т. 1390. — с. 012096.
18. *Belotsky K., Khlopov M., Laletin M.* Dark atoms and their decaying constituents // arXiv preprint arXiv:1411.3657. — 2014.
19. *Fargion D., Khlopov M., Stephan C. A.* Dark matter with invisible light from heavy double charged leptons of almost-commutative geometry? // arXiv preprint astro-ph/0511789. — 2005.
20. *Belyaev A., Christensen N. D., Pukhov A.* CalcHEP 3.4 for collider physics within and beyond the Standard Model // *Computer Physics Communications*. — 2013. — т. 184, № 7. — с. 1729—1769.

21. *Semenov A.* LanHEP—a package for automatic generation of Feynman rules from the Lagrangian // Computer physics communications. — 1998. — т. 115, № 2/3. — с. 124–139.
22. Cosmic Gamma Ray Constraints on the Indirect Effects of Dark Matter / K. M. Belotsky [и др.] // Particles. — 2020. — т. 3, № 2. — с. 336–344. — ISSN 2571-712X.
23. One-loop calculations in quantum field theory: from Feynman diagrams to unitarity cuts / R. Ellis [и др.] // Phys. Rept. — 2012. — т. 518. — с. 141–250. — arXiv: [1105.4319](https://arxiv.org/abs/1105.4319) [hep-ph].
24. *Denner A., Dittmaier S.* Reduction schemes for one-loop tensor integrals // Nucl. Phys. B. — 2006. — т. 734. — с. 62–115. — arXiv: [hep-ph/0509141](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0509141).
25. *Devaraj G., Stuart R. G.* Reduction of one loop tensor form-factors to scalar integrals: A General scheme // Nucl. Phys. B. — 1998. — т. 519. — с. 483–513. — arXiv: [hep-ph/9704308](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9704308).
26. *Patel H. H.* Package-X 2.0: A Mathematica package for the analytic calculation of one-loop integrals // Comput. Phys. Commun. — 2017. — т. 218. — с. 66–70. — arXiv: [1612.00009](https://arxiv.org/abs/1612.00009) [hep-ph].
27. *Christensen N. D., Duhr C.* FeynRules—Feynman rules made easy // Computer Physics Communications. — 2009. — т. 180, № 9. — с. 1614–1641.
28. *Bertschinger E.* The Effects of Cold Dark Matter Decoupling and Pair Annihilation on Cosmological Perturbations // Phys. Rev. D. — 2006. — т. 74. — с. 063509. — arXiv: [astro-ph/0607319](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0607319).
29. *Loeb A., Zaldarriaga M.* The Small-scale power spectrum of cold dark matter // Phys. Rev. D. — 2005. — т. 71. — с. 103520. — arXiv: [astro-ph/0504112](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0504112).
30. *Belotsky K., Esipova E., Kirillov A.* On the classical description of the recombination of dark matter particles with a Coulomb-like interaction // Phys. Lett. B. — 2016. — т. 761. — с. 81–86. — arXiv: [1506.03094](https://arxiv.org/abs/1506.03094) [astro-ph.CO].
31. *Belotsky K., Kirillov A.* Primordial black holes with mass $10^{16} - 10^{17}$ g and reionization of the Universe // JCAP. — 2015. — т. 01. — с. 041. — arXiv: [1409.8601](https://arxiv.org/abs/1409.8601) [astro-ph.CO].

32. Simplified Models for Dark Matter Interacting with Quarks / A. DiFranzo [и др.] // JHEP. — 2013. — т. 11. — с. 014. — arXiv: [1308.2679 \[hep-ph\]](#) ; — [Erratum: JHEP 01, 162 (2014)].
33. Simplified SIMPs and the LHC / N. Daci [и др.] // JHEP. — 2015. — т. 11. — с. 108. — arXiv: [1503.05505 \[hep-ph\]](#).
34. Missing Energy Signatures of Dark Matter at the LHC / P. J. Fox [и др.] // Phys. Rev. D. — 2012. — т. 85. — с. 056011. — arXiv: [1109.4398 \[hep-ph\]](#).